

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Дифференциальные уравнения

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.03.01 «Математика»

Квалификация (степень выпускника) Бакалавр

1. Цели и задачи дисциплины:

Целями освоения дисциплины являются: ознакомление студентов с базовыми и специальными понятиями теории обыкновенных дифференциальных уравнений, основными методами численного и аналитического решения обыкновенных дифференциальных уравнений, приемами доказательства качественных теорем теории обыкновенных дифференциальных уравнений, методами приложения результатов теории обыкновенных дифференциальных уравнений к задачам физики, механики, математической экономики.

Основными задачами освоения дисциплины являются:

- изучение классических понятий и теорем теории обыкновенных дифференциальных уравнений в рамках университетской программы;
- приобретение навыков решения стандартных задач по курсу обыкновенных дифференциальных уравнений;
- развитие творческих навыков при выполнении курсовой работы по указанному курсу.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общекультурные компетенции			
	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Математический анализ. Алгебра. Аналитическая геометрия	Теория функций действительного переменного. Функциональный анализ. Теория функций комплексного переменного. Уравнения математической физики.
Универсальные компетенции			
	УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	Математический анализ	ВКР

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: УК-6, ОПК-1.

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: общие принципы организации математического исследования.

Уметь: использовать математические методы, в том числе методы теории дифференциальных уравнений, в решении задач математики и её приложений.

Владеть: методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений и основ вариационного исчисления

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Модули		
		6 8 нед	7 9 нед	
Аудиторные занятия (всего)	111	48	63	
В том числе:				
Лекции	43	16	27	
Практические занятия (ПЗ)	68	32	36	
Самостоятельная работа (всего)	213	132	81	
В том числе:				
Курсовой проект (работа)				
Расчетно-графические работы				
Реферат				
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	186	132	54	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	27		27	
Общая трудоемкость (час)	324	180	144	
зач. ед.	9	5	4	

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	ДУ первого порядка, разрешенные относительно производной. ДУ первого порядка в симметричной форме. Интегрируемые типы ДУ первого порядка. Теорема Пеано.
2.	Системы дифференциальных уравнений	Основные определения. Геометрическая и механическая интерпретация нормальной системы. Условие Липшица. Теорема Пикара. Теоремы единственности. Продолжимость решений. Линейные системы.
3	Линейные дифференциальные уравнения выс-	Основные определения. Теорема существования и единственности. Одно-родное линейное уравнение порядка n. Метод Эйлера. Линейные неодн-

	ших порядков.	родные дифференциальные уравнения порядка n .
4	Линейные системы дифференциальных уравнений	Существование и единственность. Линейные однородные системы. Линейные неоднородные системы. Метод Эйлера. Матричный метод. Оценка фундаментальной матрицы. Формула Остроградского-Лиувилля.
5	Зависимость решений от начальных данных и параметров	Оценка разности двух решений. Теорема о непрерывной зависимости решения от начальных данных и параметров. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
6	Интегралы и траектории	Интегралы нормальных систем. Автономные системы. Классификация Пуанкаре.
7	Теория устойчивости по Ляпунову.	Основные определения. Устойчивость линейных систем. Метод функции Ляпунова (второй метод Ляпунова).
8	Элементы вариационного исчисления	Простейшая задача вариационного исчисления. Задача о брахистохроне. Слабый и сильный минимум в простейшей задаче вариационного исчисления. Лемма Лагранжа. Сопряженные точки, условия Якоби. Достаточные условия слабого минимума. Достаточные условия сильного минимума.

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семин	СРС	Всего час.
1.	ДУ первого порядка	6	8	-	-	26	40
2.	Системы ДУ	8	6	-	-	26	40
3	Линейные ДУ высших порядков	6	8	-	-	26	40
4	Линейные системы ДУ	6	10	-	-	26	42
5	Зависимость решений от начальных данных и параметров	4	8	-	-	26	38
6	Интегралы и траектории	4	8	-	-	26	38
7	Теория устойчивости по Ляпунову	5	8	-	-	26	39
8	Элементы вариационного исчисления	4	12	-	-	31	47

6. Лабораторный практикум

Отсутствует.

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоемкость (час.)
1.	ДУ первого порядка	Уравнения с разделяющимися переменными. Геометрические и физические задачи. Однородные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах интегрирующий множитель. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Разные уравнения относительно производ-	8

		ной.	
2	Системы ДУ	Системы ДУ. Краевые задачи. Функция Грина.	6
3	Линейные ДУ высших порядков	Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.	8
4	Линейные системы ДУ	Однородные системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Неоднородные системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.	10
5	Зависимость решений от начальных данных и параметров	Зависимость решений от начальных данных и параметров. Приближенные решения, оценка погрешности.	8
6	Интегралы и траектории	Первые интегралы. Нелинейные системы. Уравнения с частными производными первого порядка.	8
7	Теория устойчивости по Ляпунову	Исследование на устойчивость по определению, по первому приближению.	8
8	Элементы вариационного исчисления	Элементы вариационного исчисления	12

8. Курсовые работы

Примерная тематика курсовых работ

1. Существование решения задачи Коши для линейных систем.
2. Монотонная зависимость решения ОДУ от начального условия.
3. Неравенство Гронуолла.
4. Решение задачи Коши на окружности
5. Решение задачи Коши в круге.
6. Приближение решения задачи Коши.
7. Уравнения, описывающие движение планет.
8. Относительная кривая погони.
9. Линейная задача оптимального быстрого действия.
10. Свойства линейного дифференциального оператора.
11. Оценки решений линейных ОДУ на бесконечном интервале времени.
12. Неявные ОДУ.
13. Линейные разностные уравнения.
14. Задача Дидоны.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Москва, ул. Орджоникидзе, д.3.

Многие аудитории (104, 399, 485, 495А, 497 и др.) оснащены современными досками, а также проекторами.

10. Информационное обеспечение дисциплины

- а) программное обеспечение: ТУИС, MS Teams;
- б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: не требуется.

11. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) Основная литература

1. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М., все годы издания
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М., все годы издания
3. Понtryгин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., все годы издания
4. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., 1974
5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., все годы издания
6. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Ростов, 1962
7. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Л., все годы издания

б) Дополнительная литература

1. Еругин Н.Л. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. Минск, 1970
2. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 1978

12. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Учебным планом на изучение дисциплины отводится три модуля. В течение каждого модуля выполняются самостоятельные работы и контрольные мероприятия. В конце каждого семестра производится итоговый контроль знаний по дисциплине.

12.1. Самостоятельная работа студентов

1. Часть практических занятий предусматривает задания для индивидуальной самостоятельной работы студента, обязательные для выполнения.
2. Выполнение заданий для самостоятельной работы позволяет студенту приобрести дополнительные навыки и закрепить знания по изучаемой теме.
3. Результатом самостоятельной работы должно быть выполнение работы, по результатам которой выставляется оценка в соответствии с заранее утверждёнными баллами.

12.1.1 Методические указания для самостоятельной работы

Для самостоятельной работы студентам могут быть даны задания двух видов:

- 1) решение задач по уже изученным на лекциях темам;
- 2) изучение разделов курса по указанной преподавателем учебной литературе.

В случае 1) необходимо, прежде всего, вспомнить относящийся к поставленной задаче лекционный материал (в том числе, если необходимо, по учебнику).

В случае 2) требуется прочитать учебник, запомнить формулировки определений и теорем. При изучении доказательства теоремы необходимо внимательно следить за логикой изложения. Особенно полезно по окончании доказательства просмотреть его повторно и выяснить, все ли условия теоремы были использованы и нельзя ли от некоторых из них отказаться. Для этого в тексте учебника нередко имеются примеры, иллюстрирующие теорему.

12.2 Структура практических занятий

Практические занятия осуществляются индивидуально или в составе группы студентов в соответствии с календарным планом и методическими указаниями по выполнению практических занятий.

13. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН/ФГОС.

Разработчик:

д.ф.-м.н., профессор

Математического института

им. С.М. Никольского



Д.Е. Апушкинская

Директор

Математического института им. С.М. Никольского,

д.ф.-м.н., профессор

название кафедры



А.Л.Скубачевский

подпись

инициалы, фамилия

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт имени С.М.Никольского

УТВЕРЖДЕН

На заседании института

« » 2020 г.,

протокол №

Директор института

_____ А.Л.Скубачевский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине Дифференциальные уравнения

Рекомендуется для направления подготовки

01.03.01 Математика

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Направление/Специальность 01.03.01 «Математика»

2(6) Модуль

Код контролируемой компетенции	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела			
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация							
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС(Выполнение)	Реферат	Выполнение РГР	ИДЗ	Зачет	Онлайн-тест	...			
ОПК-1 УК-6	Дифференциальные уравнения первого порядка	Тема 1: Элементарные приемы интегрирования						10	10								7		27	55
		Тема 2: Линейные ОДУ первого порядка						10	10									8		
ОПК-1 УК-6	Системы дифференциальных уравнений	Тема 1: Линейные системы						20	15								10		45	45
		ИТОГО:						40	35								25			100

3(7) Модуль

Код контролируемой компетенции	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела			
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация							
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС(Выполнение	Реферат	Выполнение РГР		Экзамен	Онлайн-тест	...			
ОПК-1 УК-6	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	Тема 1: Линейные ОДУ с постоянными коэффициентами						10	2							7	5		24	49
		Тема 2: Метод вариации произвольной постоянной						10	2							8	5		25	
ОПК-1 УК-6	Системы ОДУ	Тема 1: Однородные системы						10	4							7	5		26	51
		Тема 2: Неоднородные си-						10	2							8	5		25	

		темы																	
		ИТОГО:						40	10						30	20			100

Перечень оценочных средств
по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
	Опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимися на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу или теме.	Примерные вопросы для опроса
	Контрольная работа	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Комплект вариантов контрольных работ
	Экзамен	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала и выполнения в процессе обучения всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.	Комплект экзаменационных билетов, список экзаменационных вопросов
<i>Самостоятельная работа</i>			

	СРС (домашнее задание)	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Примерный вариант домашнего задания
--	------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------

Приложение 3

Дисциплина *Дифференциальные уравнения*

3(7) МОДУЛЬ

Экзаменационный билет №1

1. Понятие дифференциального уравнения. Математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями: движение точки в пространстве, динамика популяции.
2. ОДУ 1-го порядка, не разрешенное относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Экзаменационный билет №2

1. Классификация дифференциальных уравнений. Понятие решения ОДУ. Постановка задачи с начальными данными (задача Коши) для разрешенного относительно производной ОДУ 1-го порядка.
2. Уравнения, интегрируемые в квадратурах, и уравнения, допускающие понижение порядка.

Экзаменационный билет №3

1. ОДУ 1-го порядка, разрешенные относительно производной. Геометрическая интерпретация. Интегральные кривые. Метод изоклин.
2. Общие свойства линейного ОДУ n -ого порядка.

Экзаменационный билет №4

1. Теорема Коши о существовании решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
2. Общее решение линейного неоднородного ОДУ n -ого порядка. Метод вариации постоянных.

Экзаменационный билет №5

1. Теорема Коши о единственности решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
2. Линейная зависимость и независимость скалярных функций. Определитель Вронского. Пример.

Экзаменационный билет №6

1. Построение в ограниченной области общего решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
2. Построение ФСР для линейного ОДУ n -ого порядка с постоянными коэффициентами.

Экзаменационный билет №7

1. Теорема Пеано о существовании решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной.

2. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Экзаменационный билет №8

1. Уравнения с разделяющимися переменными и к ним приводящиеся.
2. Линейная зависимость и независимость решений линейного однородного ОДУ n -ого порядка. Теорема об альтернативе для определителя Вронского.

Экзаменационный билет №9

1. Однородные уравнения. Метод решения. Уравнения, приводящиеся к однородным
2. Формула Остроградского-Лиувилля.

Экзаменационный билет №10

1. Линейные уравнения 1-го порядка. Методы решения: метод Лагранжа, метод подстановки Бернулли.
2. Построение ОДУ n -ого порядка по известной системе решений.

Экзаменационный билет №11

1. Уравнения Бернулли. Уравнение Риккати.
2. ФСР для линейного однородного ОДУ n -ого порядка. Теорема о существовании ФСР. Теорема об общем решении линейного однородного ОДУ n -ого порядка.

Экзаменационный билет №12

1. ОДУ в симметричном виде. Уравнения в полных дифференциалах.
2. Общие свойства линейного ОДУ n -ого порядка.

Экзаменационный билет №13

1. Интегрирующий множитель. Частные случаи нахождения интегрирующего множителя.
2. Теоремы существования и единственности решения линейной системы ОДУ и решения линейного ОДУ n -ого порядка на всем отрезке.

Экзаменационный билет №14

1. ОДУ 1-го порядка, не разрешенное относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Понятие решения. Теорема единственности решения задачи Коши для нормальной системы.

Экзаменационный билет №15

1. Уравнения, интегрируемые в квадратурах, и уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

Экзаменационный билет №16

1. Теорема существования решения задачи Коши для нормальной системы на всем отрезке.
2. Теорема о непрерывной зависимости решения от начальных данных и параметров.

4(8) МОДУЛЬ

Экзаменационный билет №1

1. Интегралы нормальных систем.
2. Устойчивость по Ляпунову. Основные определения.

Экзаменационный билет №2

1. Теорема о функционально-независимых интегралах и неявном решении задачи Коши.
2. Устойчивость линейных систем. Теорема о связи устойчивости по Ляпунову и ограниченности фундаментальной матрицы.

Экзаменационный билет №3.

1. Автономные системы. Основное тождество автономных систем.
2. Линейные системы. Эквивалентные утверждения про устойчивость по Ляпунову.

Экзаменационный билет №4

1. Автономные системы. Траектория покоя и замкнутая траектория
2. Линейные системы. Теорема о связи асимптотической устойчивости и сходимости фундаментальной матрицы.

Экзаменационный билет №5

1. Автономные системы. Теорема о видах траекторий автономных систем.
2. Линейные системы. Эквивалентные утверждения про асимптотическую устойчивость.

Экзаменационный билет №6

1. Классификация Пуанкаре (обыкновенный и дикритический узлы, седло).
2. Устойчивость систем с постоянными коэффициентами (случай 1 и 2).

Экзаменационный билет №7

1. Устойчивость систем с постоянными коэффициентами (случай 3).
2. Необходимые и достаточные условия экстремума для функционалов.

Экзаменационный билет №8

1. Функция Ляпунова. Лемма о свойствах функции Ляпунова в шаре
2. Минимизация функционала общего вида. Уравнение Эйлера-Лагранжа.

Экзаменационный билет №9

1. Функция Ляпунова. Теорема об устойчивости.
2. Условие Лежандра.

Экзаменационный билет №10

1. Классификация Пуанкаре (вырожденный 1 узел).

2. Функции Ляпунова. Теорема об асимптотической устойчивости.

Экзаменационный билет №11

1. Классификация Пуанкаре (центр и фокус).
2. Метод функций Ляпунова. Лемма о линейной замене переменных.

Экзаменационный билет №12

1. Автономные системы, направление движения.
2. Метод функций Ляпунова. Лемма о существовании квадратичной формы.

Экзаменационный билет №13

1. Классификация Пуанкаре (общий случай).
2. Теорема об устойчивости по первому приближению.

Экзаменационный билет №14

1. Траектории нелинейных автономных систем. Теорема Пуанкаре.
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Задача о брахистохроне.

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Найти общее решение уравнения: $xy'' = y'$.
2. Найти общее решение уравнения: $(3x^2 + 3x^2 \ln y)dx - (2y - \frac{x^3}{y})dy = 0$.
3. Найти общее решение уравнения: $y'^2 - 2xy' = x^2 - 4y$.
4. Найти общее решение уравнения: $y' - y \cos x = x^2$.

Вариант 2

1. Найти общее решение уравнения: $y'' x \ln x = 2y'$.
2. Найти общее решение уравнения: $\frac{y}{x} dx + (3y^2 + \ln x)dy = 0$.
3. Найти общее решение уравнения: $5y + y'^2 = x(x + y')$.
4. Найти общее решение уравнения: $y' - 2y \operatorname{tg} x = \cos^4 x$.

Контрольная работа 2

Вариант № 1

1. Найти общее решение системы $\dot{x} = Ax$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.
2. Найти общее решение системы $\dot{x} = Ax$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Найти общее решение системы $\dot{x} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix} \exp(-t)$.

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 2 - \exp(x + y) - \cos x, \\ y' = \ln(1 + \sin(2x - 3y)). \end{cases}$$

5. Найти общее решение уравнения. Найти поверхность, удовлетворяющую данному уравнению и проходящую через данную линию.

$$xy^3 \frac{\partial z}{\partial x} + x^2 z^2 \frac{\partial z}{\partial y} = y^3 z; \quad x = -z^3, \quad y = z^2.$$

Вариант № 2

1. Найти общее решение системы $\dot{x} = Ax$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.
2. Найти общее решение системы $\dot{x} = Ax$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Найти общее решение системы $\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\cos^2 t}$.

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \operatorname{tg}(-2x + y) + 1 - \cos x, \\ y' = \ln(1 + 2x - 3y). \end{cases}$$

5. Найти общее решение уравнения. Найти поверхность, удовлетворяющую данному уравнению и проходящую через данную линию.

$$(x - z) \frac{\partial z}{\partial x} + (y - z) \frac{\partial z}{\partial y} = 2z; \quad x - y = 2, \quad z + 2x = 1.$$

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача 1. Исследовать на устойчивость по первому приближению положение равновесия системы.

Вариант 1

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x + y \cos y - \frac{x^3}{3}, \\ \dot{y} = 3x + 2y + \frac{x^4}{5}. \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{4}(e^x - 1) - 9y + 5x^3, \\ \dot{y} = \frac{1}{5}x - \sin y + y^5. \end{cases}$$

Задача 2. Найти производную по параметру от решения системы.

Вариант 1

$$\begin{cases} \dot{x} = 4ty^2, & x(0) = 0, \\ \dot{y} = 1 + 5\mu x, & y(0) = 0; \end{cases} \quad \text{найти} \quad \left. \frac{\partial x}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}.$$

Вариант 2

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y, & x(0) = 1 + \mu, \\ \dot{y} = 2x + \mu y^2, & y(0) = -2; \end{cases} \quad \text{найти} \quad \left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}.$$

ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

1. $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$
2. $(2x + y + 1)dx - (4x + 2y - 3)dy = 0$
3. $x - y - 1 + (y - x + 2)y' = 0$

4. $(\sin^2 y + xctgy)y' = 1$
5. $y' = y^4 \cos x + ytgx$
6. $y = \ln(1 + y'^2)$
7. $y = (y' - 1)e^{y'} = 0$
8. $2xy' - y = y' \ln yy'$
9. $y^4 - y^3 y'' = 1$
10. $y''(2y' + x) = 1$
11. $y'' - 5y' = 3x^2 + \sin 5x$
12. $y'' + 4y' + 4y = xe^{2x}$
13. $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$
14. $(e^x + 1)y'' - 2y' - e^x y = 0, y_1 = e^x - 1$
15. $y'' - y'tgx + 2y = 0, y_1 = \sin x$
16. $(3x^2 + 3x^2 \ln y)dx - (2y - \frac{x^3}{y})dy = 0$
17. $y'^2 - 2xy' = x^2 - 4y$
18. $y' - y \cos x = x^2$
19. $y'' x \ln x = 2y'$
20. $\frac{y}{x} dx + (3y^2 + \ln x)dy = 0$
21. $5y + y'^2 = x(x + y')$
22. $y' - 2y'tgx = \cos^4 x.$
23. $y'^2 = y'^2 + 1$
24. $(x^2 - \sin^2 y)dx + x \sin 2y dy = 0$
25. $y'^2 - 2xy' = x^2 - 4y$
26. $y' - 2xy = e^{x^2}.$
27. $(x \cos 2y - 3)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$
28. $5y + y'^2 = x(x + y')$
29. $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}.$

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

1. Физический смысл производной и интеграла.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
3. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.
5. Геометрические свойства решений дифференциальных уравнений.
6. Элементарные методы интегрирования. Уравнения с разделяющимися переменными.
7. Элементарные методы интегрирования. Уравнения в полных дифференциалах.
8. Элементарные методы интегрирования. Линейные уравнения.
9. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
10. Комплексные числа. Многочлены. Кратные корни.
11. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков.
12. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
13. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.
14. ЛНДУ с правой частью специального вида.

15. Линейная зависимость и независимость функций.
16. Определитель Вронского.
17. Фундаментальная система решений линейного уравнения.
18. Системы дифференциальных уравнений.
19. Системы линейных дифференциальных уравнений.
20. Системы однородных линейных дифференциальных уравнений.
21. Системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений.
22. Простейшая задача вариационного исчисления.
23. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
24. Задача о брахистохроне.
25. Достаточные условия минимума в простейшей задаче вариационного исчисления.