

*Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования «Российский университет  
дружбы народов»*

*Экологический факультет*

Рекомендовано МССН

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

### **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность программы: «Моделирование и прогнозирование процессов  
в экологии и экономике»

Квалификация (степень) выпускника магистр

## 1. Цели и задачи дисциплины:

**Цель курса:** Целью преподавания дисциплины является изучение методов теории вероятностей и математической статистики и их применения в решении конкретных задач моделирования и прогнозирования развития региональных и глобальных экологических и экономических процессов.

- получение представления о целях и задачах теории вероятности и математической статистики, их роли и месте в социально-экономических исследованиях и инженерных приложениях, о современных направлениях в теории вероятности и математической статистике, о методологических проблемах теории вероятности и математической статистики;

### Задачи курса:

- освоение основных понятий и методов теории вероятности, основных понятий и задач математической статистики;
- освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;
- развитие навыков использования компьютера в научном исследовании и при обработке реальных данных.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина Б.1.В.1. *Теория вероятностей и математическая статистика* относится вариативной к части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
1	УК-7 Способность к использованию цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и предоставления информации (в профессиональной области) в условиях цифровой экономики и современной корпоративной информационной культуры.		Анализ и прогнозирование конъюнктуры рынков Управление экологическими рынками Моделирование в задачах экологии и техносферной безопасности Математические модели экономических процессов Прогнозирование в экономике и финансах
Общепрофессиональные компетенции			
1	ОПК-2 Способность применять современные техники и методики сбора данных, продвинутые методы		Прикладные задачи математического моделирования в

	их обработки и анализа, в том числе использовать интеллектуальные информационно-аналитические системы, при решении управленческих и исследовательских задач		экологии и экономике Анализ и прогнозирование конъюнктуры рынков Управление экологическими рисками Моделирование в задачах экологии и техносферной безопасности Математические модели экономических процессов Прогнозирование в экономике и финансах
2	ОПК-5 способность обобщать и критически оценивать научные исследования в менеджменте и смежных областях, выполнять научно-исследовательские проекты		Анализ и прогнозирование конъюнктуры рынков Моделирование в задачах экологии и техносферной безопасности Математические модели экономических процессов Прогнозирование в экономике и финансах
Профессиональные компетенции ( <i>вид профессиональной деятельности – организационно-управленческая, аналитическая</i> )			
2	ПКО-1 способность анализировать и прогнозировать социально-экономические и экологические показатели, предлагать стратегические направления развития организации и программы в области устойчивого развития и экологической безопасности, составлять обзоры и экспертные заключения по вопросам своей профессиональной области		Анализ и прогнозирование конъюнктуры рынков Управление экологическими рисками Моделирование в задачах экологии и техносферной безопасности Математическое моделирование социо-эколого-экономических систем Прогнозирование в экономике и финансах
	ПКО-2 Способность разрабатывать модели глобальных и региональных процессов в экологии и экономике, составлять прогнозы и принимать решения на основе полученных результатов		Математические методы исследования процессов в экологии и экономике Прикладные задачи математического

			<p>моделирования в экологии и экономике</p> <p>Анализ и прогнозирование конъюнктуры рынков</p> <p>Моделирование в задачах экологии и техносферной безопасности</p> <p>Математические модели экономических процессов</p> <p>Прогнозирование в экономике и финансах</p>
	<p><b>ПКО-3</b> Способность организовать работу по моделированию и прогнозированию процессов в экологии и экономике и руководить соответствующим подразделением компании, обеспечивать экологическое сопровождение хозяйственной деятельности на основе предотвращения и минимизации экологических рисков</p>	-	<p>Математические модели эколого-экономических процессов/</p> <p>Прогнозирование в экономике и финансах/</p> <p>Математическое моделирование социо-эколого-экономических систем</p>

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций (в соответствии с *организационно-управленческим и аналитическим* направлениями деятельности):

- УК-7** Способность к использованию цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и предоставления информации (в профессиональной области) в условиях цифровой экономики и современной корпоративной информационной культуры.
- ОПК-2** Способность применять современные техники и методики сбора данных, продвинутые методы их обработки и анализа, в том числе использовать.
- ОПК-5** Способность обобщать и критически оценивать научные исследования в менеджменте и смежных областях, выполнять научно-исследовательские проекты.
- ПКО-1** способность анализировать и прогнозировать социально-экономические и экологические показатели, предлагать стратегические направления развития организации и программы в области устойчивого развития и экологической безопасности, составлять обзоры и экспертные заключения по вопросам своей профессиональной области.
- ПКО-2** Способность разрабатывать модели глобальных и региональных процессов в экологии и экономике, составлять прогнозы и принимать решения на основе полученных результатов.
- ПКО-3** Способность организовать работу по моделированию и прогнозированию процессов в экологии и экономике и руководить соответствующим подразделением компании, обеспечивать экологическое сопровождение хозяйственной деятельности на основе предотвращения и минимизации экологических рисков

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:**

- основные понятия и методы теории вероятности и математической статистики;
- ограничения методов моделирования и прогнозирования на основе статистических данных.

**Уметь:**

- демонстрировать общенаучные базовые знания теории вероятностей и математической статистики;
- решать прикладные задачи статистического анализа и обработки числовых данных для приложений;
- оценивать достаточность объема данных для составления выводов и прогнозов;
- проводить анализ динамических процессов, выделять тренд, строить прогноз.

**Владеть:**

- методами обработки статистической информации, выявления статистических закономерностей, проверки статистических гипотез и прогнозирования;
- компьютерными средствами обработки статистической информации.

**4. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		8			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	108				
В том числе:					
<i>Лекции</i>	18	18			
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	18	18			
<i>Семинары (С)</i>					
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>					
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	72	72			
Общая трудоемкость	108 час 3 зач. ед.				

**5. Содержание дисциплины**

**5.1. Содержание разделов дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
1.	Основные понятия теории вероятностей	Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Закон больших чисел в форме Бернулли
2.	Случайные величины.	Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Параметры распределения. Основные распределения. Функция от случайной величины. Многомерная случайная величина. Дискретная двумерная случайная величина. Непрерывная двумерная случайная величина. Условные распределения случайных величин. Корреляция.
3.	Основные понятия математической статистики	Задачи математической статистики. Основные понятия математической статистики. Первичная обработка статистических данных. Статистические оценки и их свойства. Случайный шум.

4	Проверка статистических гипотез	Статистические гипотезы. Статистические критерии. Проверка гипотез о законе распределения, об однородности совокупности.
5	Корреляционно-регрессионный анализ	Статистическая связь и методы ее изучения. Коэффициент корреляции: графическая оценка, коэффициенты Пирсона, Спирмена, Кендалла. Линейный регрессионный анализ. Парная линейная регрессия. Множественная линейная регрессия. Нелинейные регрессионные модели. Корреляционное отношение.
6	Анализ динамических рядов	Динамические (временные) ряды, их классификация, структура, задачи и условия изучения. Показатели анализа рядов динамики. Анализ тренда динамического ряда. Составление прогнозов. Выявление сезонной неравномерности динамического ряда.

### 5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семина	СРС	Всего час.
1.	Основные понятия теории вероятностей	2	2			8	12
2.	Случайные величины.	2	2			8	12
3.	Основные понятия математической статистики	2	2			8	12
4	Проверка статистических гипотез	4	4			16	24
5	Корреляционно-регрессионный анализ	4	4			16	24
6	Анализ динамических рядов	4	4			16	24
	Итого	18	18				108

6. Лабораторный практикум не предусмотрен

### 7. Практические занятия (семинары)

№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1	Основные понятия теории вероятностей	2
2	Случайные величины.	2
3	Основные понятия математической статистики	2
4	Проверка статистических гипотез	4
5	Корреляционно-регрессионный анализ	4
6	Анализ динамических рядов	4
	<i>ИТОГО</i>	<b>18</b>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием и персональным компьютером со стандартным пакетом офисных программ.

### 9. Информационное обеспечение дисциплины

При изучении дисциплины используются традиционные информационные технологии для представления теоретической части материала преподавателем (презентации PowerPoint).

а) программное обеспечение

MSWindows; MSOffice

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы не требуются

## **10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:**

### ***а) основная литература***

1. Ледащева Т.Н., Брагина Л.В., Чемоданова В.И. Конспект лекций по курсу «Статистический анализ экосистем». М., 2019
2. Ледащева Т.Н., Пинаев В.Е. Компьютерные технологии и статистические методы в экологии и природопользовании. М.: РУДН, 2020

### ***б) дополнительная литература***

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. 12е издание. М., Юрайт, 2020
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. 11-ое изд., перераб. и доп.. М.: Юрайт, 2020

## **11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Самостоятельная работа студента является неотъемлемой частью дисциплины курса и обеспечивает овладение знаниями, закрепление и систематизацию знаний, формирование умений и навыков. Самостоятельная работа над общим домашним заданием включает следующие логически связанные действия студента, которые могут быть выполнены индивидуально или в небольшой группе (2-3 человека):

- чтение теста (предлагаемой основной и дополнительной литературы, конспекта лекций)
- анализ разобранных в методическом пособии примеров применения изучаемых статистических методов и отработка их выполнения
- решение аналогичных задач при помощи компьютерных средств, при необходимости - поиск статистической информации на информационных ресурсах
- ответы на контрольные и тестовые вопросы

Кроме того, студентам предлагается выполнение индивидуальных домашних заданий (расчетно-графических работ), выполняемых по мере освоения соответствующего материала. Выполнение расчетов рекомендуется проводить в программе Excel или специализированных программах обработки статистических данных по согласованию с преподавателем. Оформление работ должно удовлетворять следующим требованиям. Решение должно быть понятно оформлено (для всех числовых значений указан смысл) и содержать вывод, сформулированный в соответствии с условиями задачи. Числовое содержимое ячеек должно быть заполнено либо из данных задачи, либо вычислениями в Excel (без вычислений «в уме»).

**12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) (разработан в соответствии с требованиями «Регламента формирования фондов оценочных средств (ФОС)», утвержденного приказом ректора от 05.05.2016 №420).**

**Кафедра прикладной экологии**

УТВЕРЖДЕН  
на заседании кафедры  
«28» августа 2019 г., протокол №1  
Заведующий кафедрой

М.М. Редина

\_\_\_\_\_ (подпись)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Рекомендуется направления подготовки/специальности

**38.04.02 Менеджмент**

Магистерская программа:

***МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ГЛОБАЛЬНЫХ И  
РЕГИОНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭКОЛОГИИ И ЭКОНОМИКЕ***

Квалификация (степень) выпускника магистр

Процесс формирования компетенций разделяется на этапы, относящиеся к различным учебным дисциплинам согласно матрице компетенций ОП ВО. Наполнение каждого этапа соответствует содержанию дисциплины. Наполнение этапов формирования компетенций в рассматриваемой дисциплине, критерии оценивания уровня сформированности компетенций и средства оценивания представлены в следующих таблицах.

### 12.1. Балльно-рейтинговая система контроля знаний

Раздел	Тема	Форма контроля уровня освоения ООП					
		Компетенции	Выполнение ДЗ	Контрольная работа	Работа на занятии	Расчетно-графичес	Экзамен
1	Основные понятия теории вероятностей	ОПК-2, ОПК-5, ПКО-1, ПКО-2, ПКО-3	2	6	2		
2	Случайные величины.	ОПК-2, ОПК-5, ПКО-1, ПКО-2, ПКО-3	2	6	2		
3	Основные понятия математической статистики	УК-7; ОПК-2, ОПК-5, ПКО-1, ПКО-2, ПКО-3	2	8	2		
4	Проверка статистических гипотез	УК-7; ОПК-2, ОПК-5, ПКО-1, ПКО-2, ПКО-3	4		4	10	
5	Корреляционно-регрессионный анализ	УК-7; ОПК-2, ОПК-5, ПКО-1, ПКО-2, ПКО-3	4		4	10	
6	Анализ динамических рядов	УК-7; ОПК-2, ОПК-5, ПКО-1, ПКО-2,	4		4	10	

		ПКО-3					
	<b>ИТОГО</b>	<b>100</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	<b>30</b>	<b>14</b>

Максимальное количество кредитов при изучении курса – 3. При этом между количеством баллов и количеством кредитов устанавливается следующее соотношение:

**Соотношение количества баллов и кредитов**

<b>Общая сумма баллов</b>	<b>Итоговая оценка</b>	<b>Количество кредитов</b>
91	5	3
91-100	5	3
86 - 91	5 (B)	3
71-85	4 (C)	2
61-70	3+ (D)	1
51 - 60	3 (E)	1
21 - 51	2 (FX)	0
<21	2 (F)	0

Расшифровка оценок также принимается по указанному документу:

- А: "Отлично" - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.
- В: "Очень хорошо"- теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному.
- С: "Хорошо" - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.
- D: "Удовлетворительно" - теоретическое содержание курса освоено частично. но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.
- E: "Посредственно" - теоретическое содержание курса освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены, либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному.
- FX: "Условно неудовлетворительно" - теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий.
- F: "Безусловно неудовлетворительно" - теоретическое содержание курса не освоено,

необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий.

### **1. Перечень компетенций и этапы их формирования**

<b>№</b>	<b>Компетенции</b>	<b>Этапы формирования</b>
<b>УК-7</b>	Способность к использованию цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и предоставления информации (в профессиональной области) в условиях цифровой экономики и современной корпоративной информационной культуры.	Темы 4-6
<b>ОПК-2</b>	Способность применять современные техники и методики сбора данных, продвинутые методы их обработки и анализа, в том числе использовать интеллектуальные информационно-аналитические системы, при решении управленческих и исследовательских задач	Темы 4-6
<b>ОПК-5</b>	Способность обобщать и критически оценивать научные исследования в менеджменте и смежных областях, выполнять научно-исследовательские проекты	Темы 2-6
<b>ПКО-1</b>	Способность анализировать и прогнозировать социально-экономические и экологические показатели, предлагать стратегические направления развития организации и программы в области устойчивого развития и экологической безопасности, составлять обзоры и экспертные заключения по вопросам своей профессиональной области	Темы 1-6
<b>ПКО-2</b>	Способность разрабатывать модели глобальных и региональных процессов в экологии и экономике, составлять прогнозы и принимать решения на основе полученных результатов	Темы 1-6
<b>ПКО-3</b>	Способность организовать работу по моделированию и прогнозированию процессов в экологии и экономике и руководить соответствующим подразделением компании, обеспечивать экологическое сопровождение хозяйственной деятельности на основе предотвращения и минимизации экологических рисков	Темы 1-6

### **12.3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;**

#### **Критерии оценивания компетенций:**

<b>Шифр и наименование компетенции</b>	<b>Критерии оценивания компетенций на текущем этапе формирования</b>		
	<b>Пороговый (удовлетворительно)</b>	<b>Базовый (хорошо)</b>	<b>Повышенный (отлично)</b>
<b>УК-7</b> Способность к использованию	Способен применять распространенные	Способен применять	Способен применять распространенные и

цифровых технологий и методов поиска, обработки, анализа, хранения и предоставления информации (в профессиональной области) в условиях цифровой экономики и современной корпоративной информационной культуры	компьютерные средства для первичной обработки статистических данных и применения параметрических критериев проверки основных гипотез	распространенные компьютерные средства для обработки статистических данных и применения параметрических и непараметрический критериев проверки основных гипотез, для построения тренда динамического ряда	специализированные компьютерные средства для проверки статистических гипотез, анализа и прогнозирования динамических рядов
ОПК-2 Способность применять современные техники и методики сбора данных, продвинутые методы их обработки и анализа, в том числе использовать интеллектуальные информационно-аналитические системы, при решении управленческих и исследовательских задач	Способен применять распространенные компьютерные средства для первичной обработки статистических данных и применения параметрических критериев проверки основных гипотез при решении исследовательских задач	Способен применять распространенные компьютерные средства для обработки статистических данных и применения параметрических и непараметрический критериев проверки основных гипотез, для построения тренда динамического ряда в профессиональных задачах	Способен применять распространенные и специализированные компьютерные средства для проверки статистических гипотез, анализа и прогнозирования динамических рядов в профессиональных задачах, для оценки последствий принятия управленческих решений
ОПК-5 Способность обобщать и критически оценивать научные исследования в менеджменте и смежных областях, выполнять научно-исследовательские проекты	Знает основные методы анализа статистической информации и прогнозирования и их ограничения, способен применить	Уверенно использует основные методы анализа статистической информации в профессиональных задачах и прогнозирования и знает их ограничения,	Уверенно использует методы анализа статистической информации в профессиональных задачах и прогнозирования, знает их ограничения, способен оценить достаточность информации и обоснованность выводов
ПКО-1 Способность анализировать и прогнозировать социально-экономические и экологические	Знает приемы анализа и прогноза социально-экономических и экологических показателей, может	Владеет приемами анализа и прогноза социально-экономических и экологических показателей,	Способен проводить анализ и формировать прогноз социально-экономического развития экологических

показатели, предлагать стратегические направления развития организации и программы в области устойчивого развития и экологической безопасности, составлять обзоры и экспертные заключения по вопросам своей профессиональной области	давать предложения в стратегические направления развития организации и программы в области устойчивого развития и экологической безопасности	навыками разработки программ развития организации и программ в области устойчивого развития и экологической безопасности, составления обзоров по вопросам своей профессиональной области	характеристик организации на основе собственных оценок, отбирать и интерпретировать ключевые показатели, предлагать стратегические направления развития организации, составлять обзоры и экспертные заключения по вопросам своей профессиональной области
ПКО-2 Способность разрабатывать модели глобальных и региональных процессов в экологии и экономике, составлять прогнозы и принимать решения на основе полученных результатов	Знает приемы моделирования и прогнозирования глобальных и региональных процессов в экологии и экономике	Имеет навыки моделирования и прогнозирования глобальных и региональных процессов в экологии и экономике	Свободно владеет приемами моделирования и прогнозирования глобальных и региональных процессов в экологии и экономике
ПКО-3 Способность организовать работу по моделированию и прогнозированию процессов в экологии и экономике и руководить соответствующим подразделением компании, обеспечивать экологическое сопровождение хозяйственной деятельности на основе предотвращения и минимизации экологических рисков	Знает об основных подходах к моделированию и прогнозированию процессов в экологии и экономике, особенностях руководства профильными подразделениями организаций и обеспечения экологического сопровождения хозяйственной деятельности	Владеет подходами к моделированию и прогнозированию процессов в экологии и экономике, навыками руководства профильными подразделениями организаций и обеспечения экологического сопровождения хозяйственной деятельности	Владеет навыками моделирования и прогнозирования процессов в экологии и экономике, навыками руководства профильными подразделениями организаций и обеспечения экологического сопровождения хозяйственной деятельности

Оценочные средства: ОС – ответ на семинаре, К – контрольная работа, Д - доклад

### Контрольные вопросы:

1. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними.
2. Классическое и геометрическое определение вероятности.
3. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

4. Схема Бернулли, формула Бернулли.
5. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Бернулли (закон больших чисел в форме Бернулли).
6. Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения.
7. Биномиальное, пуассоновское, геометрическое распределения.
8. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства. Равномерное, экспоненциальное, нормальное,.
9. Функция от случайной величины (вычисление распределений функции от случайной величины для различных случаев).
10. Многомерная случайная величина (на примере 2-мерной). Совместная функция распределения и ее свойства.
11. Дискретная двумерная случайная величина.
12. Непрерывная двумерная случайная величина. Совместная плотность распределения и ее свойства.
13. Многомерный нормальный закон. Условные распределения случайных величин. Независимые случайные величины. Функции от двумерной случайной величины (вычисление распределений). Формула свертки.
14. Математическое ожидание случайной величины, его свойства.
15. Дисперсия случайной величины, ее свойства.
16. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин, их свойства. Матрица ковариаций.
17. Неравенство Чебышева. (Слабый) закон больших чисел для независимых одинаково распределенных случайных величин, его обобщения.
18. Центральная предельная теорема.
19. Задачи математической статистики: оценки неизвестных параметров и проверка статистических гипотез;
20. Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность; теоретическая функция распределения; выборка; вариационный и статистический ряды; эмпирическая функция распределения.
21. Простейшие статистические преобразования: статистики; выборочные характеристики (в том числе дисперсии  $\sigma^2$  и  $s^2$ ). Основные распределения математической статистики: нормальное; хи-квадрат (Пирсона); t-распределение (Стьюдента); F-распределение; распределения Колмогорова и омега-квадрат.
22. Статистические оценки и их свойства: состоятельность; несмещенность; эффективность.
23. Доверительные интервалы. Построение доверительного интервала для параметра биномиального распределения. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения
24. Статистическая гипотеза; основная и конкурирующая, простая, сложная, параметрическая и непараметрическая гипотезы. Критерий, допустимая и критическая области, статистика критерия, ошибки первого и второго рода, уровень значимости, размер, оперативная характеристика и мощность критерия.
25. Критерий согласия Колмогорова. Критерий согласия омега-квадрат. Критерий согласия хи-квадрат.
26. Корреляционный анализ (параметрический и непараметрический)
27. Дисперсионный анализ (параметрический и непараметрический)
28. Характеристика динамического ряда и его аналитические показатели
29. Тренд динамического ряда и методы его выделения
30. Методы анализа сезонности

### Контрольные задания

1. Партия из 10 деталей содержит 4 бракованных. Найти вероятность того, что из наудачу взятых двух деталей будут: две стандартных; две бракованных; 1 стандартная и 1 бракованная.
2. В лифт девятиэтажного дома на 1-м этаже зашло 3 пассажира. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом этаже, начиная со 2-го. Найти вероятность того, что все пассажиры:  
выйдут на 5-м этаже;  
выйдут одновременно на одном из этажей;  
выйдут на разных этажах.
3. Из букв разрезанного русского алфавита было составлено слово «АНАНАС», а затем все буквы бросили в урну и тщательно перемешали. Найти вероятность того, что, беря буквы одну за одной и выкладывая их подряд, снова получим это же слово.
4. Стержень длиной  $L$  разрубили на две части. Найти вероятность того, что длина меньшей из частей меньше чем  $L/5$ .
5. На двух станках-автоматах изготавливаются одинаковые заготовки. Производительность второго станка в 1,5 раза больше, чем первого. Первый станок дает 5 % нестандартных заготовок, а второй — 93 % стандартных. Найти вероятность того, что взятая наудачу заготовка будет: 1) стандартной; 2) нестандартной.
6. На конвейер поступают детали с трех автоматов. Первый дает 90 %, второй — 93 %, а третий — 95 % годной продукции. За смену первый автомат изготавливает 60, второй — 50, а третий — 40 деталей. Найти вероятность поступления на конвейер:  
1) нестандартной детали; 2) стандартной детали.
7. Вероятность выигрыша облигации составляет 0,6. Куплено 5 облигаций. Найти вероятность следующих событий:  
1) выиграют две облигации;  
2) выигрыш выпадет хотя бы на одну облигацию;  
3) выиграют не более двух облигаций.
8. Доля заготовок с отклонениями от установленного стандарта при обтачивании таких заготовок составляет в среднем 0,11 всего количества обточенных заготовок. Найти вероятность того, что из 70 обточенных заготовок 62 соответствуют стандарту.
9. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нитки на одном веретене в течение 1 мин. равна 0,005. Найти вероятность того, что в течение 1 мин. будет обрыв нитки на двух веретенах.
10. Детали 1-го сорта составляют в среднем  $2/3$  всех деталей, изготавливаемых станком-автоматом. Наудачу взяли 300 деталей. Найти вероятность того, что среди них будет от 190 до 210 деталей 1-го сорта.
11. Вероятность того, что деталь, изготовленная станком-автоматом, будет 1-го сорта, равна 0,8. Проверяется качество четырех деталей. Построить ряд распределения, найти математическое ожидание и дисперсию числа обнаруженных деталей 2-го сорта.
12. Вероятность отказа при испытании каждого прибора равна 0,2. Сколько приборов нужно испытать, чтобы с вероятностью не менее чем 0,9 получить не менее 3-х отказов?
13. Стрелок стреляет в мишень до первого промаха, но не более 4 выстрелов. Построить ряд распределения и найти математическое ожидание числа выстрелов, если вероятность промаха при каждом выстреле 0,2.
14. В соответствии с техническими условиями предусмотрено, что длина заготовки некоторой детали должна быть между 24 и 25 см. Если длина детали распределена нормально при  $a = 24,6$  см и  $\sigma = 0,4$  см, то какая часть заготовок будет иметь длину, выходящую за пределы, заданные техническими условиями?
15. Количество отказов телевизора в течение гарантийного срока распределена по закону Пуассона с  $a = 0,5$ . В случае  $i$ -го отказа расходы на ремонт  $y_i = (i^2 + 2i)c$ . Найти математическое ожидание и дисперсию расходов за время гарантийного срока.

16. Закон распределения погрешностей при измерении радиуса  $R$  окружности - нормальный с параметрами  $a = 100$ ,  $\sigma = 0,25$ . Найти закон распределения и числовые характеристики погрешностей при вычислении длины окружности и площади круга.

17. Остаток материала  $A$  на начало месяца составлял 300 единиц. Расход материала за день работы — случайная величина, равномерно распределенная на промежутке  $(10; 15]$ . Найти закон распределения и математическое ожидание:

- времени  $Y$ , на которое хватит материала;
- остатка материала  $Z$  после 20 дней работы.

18. Урожайность зерновых (ц/га) — случайная величина, равномерно распределенная на промежутке  $(15; 45]$ . Найти закон распределения и математическое ожидание случайной величины  $Y$  — себестоимости производства 1ц зерна, если затраты на производство зерна на 1 га составляют  $b$  руб.

19. Закон распределения системы дискретных случайных величин задан в табличной форме:

$y_j \backslash x_i$	2	3	4	5
2	0,1	0,05	—	0,25
3	0,01	0,05	—	0,15
4	0,01	$c$	0,15	—

Найти: значение  $c$ ; законы распределения величин, входящих в систему;  $M(X/Y=3)$  и  $F(x/Y=3)$ ; закон и характеристики распределения случайной величины  $Z=XY$

20. Система случайных величин  $(X, Y)$  задана законом распределения:

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	0,1	0,3	$c$
0	0,1	0,1	0,05
1	0,05	0,04	0,06

Найти: значение  $c$ ; числовые характеристики системы.

21. Доля студентов, имеющих неудовлетворительные оценки по предметам гуманитарного цикла составляет 0,15, по предметам естественнонаучного цикла – 0,25. Доля неуспевающих студентов 0,3. Найти коэффициент корреляции неудовлетворительных оценок по предметам гуманитарного и естественнонаучного циклов.

22. Средний расход воды в населенном пункте составляет 50 000 л в день. Оценить вероятность того, что в этом населенном пункте на протяжении одного дня расход воды не превысит 150 000 л.

23. Среднее квадратическое отклонение погрешности измерения азимута равно  $20^\circ$  (математическое ожидание ее равно нулю). Найти вероятность того, что погрешность среднего арифметического трех измерений не превысит одного градуса.

24. Вероятность наступления события  $A$  в каждом испытании  $p=0,3$ . Какое наименьшее количество испытаний нужно произвести, чтобы с вероятностью не менее 0,99 можно было утверждать, что частота появления события  $A$  отклонялась по абсолютной величине от ее вероятности не более чем на 0,01?

Для решения воспользоваться:

- неравенством Чебышева;
- интегральной теоремой Лапласа.

25. Количество деталей, нужных для ремонта оборудования на неделю, определялось на основании наблюдений, которые проводились в течение 20 недель. В результате были получены такие значения: 0, 1, 1, 1, 0, 0, 2, 3, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 4, 0, 5, 2, 3. Построить статистическую функцию распределения, полигон и кумуляту. Вычислить  $\bar{x}$  и  $s^2$  по выборочным данным.

26. Имеем данные о сроке службы радиоламп (в тысячах часов): 0,45; 0,21; 0,14; 0,15; 1,52; 0,1; 0,52; 1,59; 3,38; 2,25; 0,8; 1,26; 2,31; 0,84; 3,72; 2,11; 1,02; 4,2; 2,53; 0,78; 2,92; 0,71; 4,7; 3,02; 1,58; 4,12; 2,59; 0,88; 0,96; 1,76; 1,93; 4,9; 2,82; 1,14; 5,7; 1,21; 1,47; 3,52; 0,36;

- 0,64. Построить интервальный ряд и гистограмму. Выдвинуть гипотезу о законе распределения в совокупности. Найти  $\bar{x}$  и  $s^2$
27. Во время проверки 400 лампочек средний срок их работы составлял 1220 часов. Оценить с надежностью  $\gamma = 0,95$  математическое ожидание продолжительности работы, если  $\sigma = 35$  часов.
  28. На основании 100 наблюдений было определено, что в среднем для изготовления детали нужно 5,5 с, а  $s^2 = 2,89$ . Найти интервальные оценки для математического ожидания продолжительности изготовления детали с надежностью 0,95 и 0,99.
  29. Систематические ошибки измерительного прибора равны нулю, а случайные распределены нормально с  $\sigma = 20$  м. Требуется, чтобы абсолютные значения разности между полученным результатом измерений и реальным значением не превышали 10 м. Определить, с какой вероятностью это требование будет выполнено, если берется среднее арифметическое  $n$  измерений и  $n = 4, 9, 16, 25$ .
  30. В качестве оценки расстояния до навигационного знака берут среднее арифметическое независимых измерений, которые выполнили  $n$  дальномеров. Погрешности измерения распределены нормально с математическим ожиданием 0 и средним квадратическим отклонением 10 м. Сколько нужно дальномеров, чтобы абсолютная величина погрешности измерения расстояния с вероятностью 0,96 не превышала 15 м?

### **Темы индивидуальных домашних заданий (расчетно-графических работ)**

Индивидуальное домашнее задание (расчетно-графическая работа) представляют собой вид практической деятельности, направленной на формирование навыков самостоятельной работы с исходными статистическими данными в области природопользования и, в частности, управления отходами. Программой курса предусмотрено выполнение двух индивидуальных расчетно-графических работ, выполняемых по мере освоения соответствующего материала на практических занятиях, например:

1) Проверить наличие или отсутствие значимых изменений среднестатистического образования отходов в выбранном регионе по годам за 2015-2018 гг. по доступным статистическим данным.

2) Исследовать динамику образования парниковых газов от полигонов ТКО в выбранном регионе по доступным статистическим данным.

Выполнение и оформление работ должно удовлетворять следующим требованиям. Решение должно быть понятно оформлено (для всех числовых значений указан смысл) и содержать вывод, сформулированный в соответствии с условиями задачи. Числовое содержание ячеек должно быть заполнено либо из данных задачи, либо вычислениями в Excel (без вычислений «в уме»). Корректность и оптимальность применения выбранного статистического критерия для данной задачи должна быть обоснована.

Решение задач на корреляционно-регрессионный анализ должно содержать:

- построение точечных диаграмм для визуальной оценки парной корреляции,
- вычисление парных коэффициентов корреляции Пирсона и оценку их статистической значимости,
- вычисление парных ранговых коэффициентов корреляции Спирмена и оценку их статистической значимости,
- определение параметров уравнения линейной регрессии и оценку значимости полученных результатов
- в случае множественного регрессионного анализа вычисление коэффициента Спирмена корреляции известных значений зависимого параметра и предсказанных на основании уравнения регрессии
- вычисление корреляционных отношений в случае, если коэффициент корреляции равен 0 (или статистически незначим).

Решение задач на анализ динамического ряда должно содержать:

- классификацию данного динамического ряда.

- вычисление аналитических и средних характеристик ряда,
- сглаживание ряда методом скользящей средней
- построение графика динамического ряда и сглаженных рядов и визуальный подбор вида уравнения тренда,
- построение уравнения тренда (в т.ч. линейного) и оценку его значимости (включая проверку случайности остатков критерием Дарбина-Уотсона)
- составление интервального прогноза явления на основе выбранного тренда (поправочный коэффициент брать во всех случаях как для линейного тренда)
- (при наличии данных по сезонам – месяцы, дни и т.п.) выявление сезонных колебаний.

**Разработчики:**

доцент кафедры

**прикладной экологии**

**Т.Н. Ледашева**

**Руководитель программы**

Зав. кафедрой прикладной экологии

**М.М. Редина**