

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН  
“Математика”

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины Элементы теории возмущений

---

---

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.01 “Математика”

*(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)*

Направленность программы (профиль)

Неклассические задачи анализа и дифференциальных уравнений, математическое  
моделирование и машинное обучение

*(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем))*

**1. Цели и задачи дисциплины:** овладение основными понятиями и некоторыми математическими методами анализа изменения спектра компактного оператора при малых возмущениях.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина Элементы теории возмущений относится к вариативной части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
1.	<b>ОПК-1:</b> способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	Функциональный анализ. Функциональные пространства.	Операторы в функциональных пространствах.

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

### **Общепрофессиональные компетенции (ОПК):**

- способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1).

( в соответствии с ОС ВО РУДН/ФГОС ВО)

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные понятия математического анализа в банаховых пространствах, понятия сопряженного пространства и сопряженного оператора, спектральное представление оператора, Жорданову форму оператора, алгебраическую и геометрическую кратность собственного значения, поведение ранга собственного проектора при непрерывной зависимости от параметра.

**Уметь:** формулировать и доказывать теоремы, строить Жорданов базис, находить первый член ассимптотики собственных значений при возмущении компактного оператора, строить оператор Шмидта для модельных примеров.

**Владеть:** навыками практического использования изучаемых математических методов.

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Модули
		5
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	54	54
В том числе:		
<i>Лекции</i>	27	27
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	27	27
<i>Семинары (С)</i>		
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>		
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	63	63
<b>Контроль (экзамен)</b>	27	27
Общая трудоемкость	час зач. ед.	144 4
		144 4

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
1.	Анализ в пространстве операторов	Базис. Сходимость и нормы. Векторные ряды. Сопряженное пространство. Линейный оператор. Проектор. Операторная норма. Операторные ряды. Операторнозначные функции, их интегрирование и дифференцирование.
2.	Спектральное представление конечномерного оператора .	Резольвента. Ряд Лорана резольвенты. Непрерывная зависимость собственных значений конечномерного оператора от малого возмущения. Липшицево поведение собственных значений при малых коммутирующих возмущениях. Особые точки резольвенты. Спектральный проектор. Приведенная резольвента. Каноническая форма оператора.
3.	Метод диаграмм Ньютона для анализа ветвления решений алгебраических уравнений.	Классические теоремы о неявных функциях. Асимптотические последовательности и ряды. Диаграмма Ньютона. Уравнение разветвления. Случаи простых и кратных корней. Определение главного члена разложения. Уточнение асимптотики. Обоснование сходимости.
4	Ветвление собственных значений.	Жордановы цепочки и наборы фредгольмовских операторов. Условие полноты А-жорданова набора. Ветвление собственных значений фредгольмовских операторов. Уравнение разветвления. Метод неопределенных коэффициентов.

## 5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практика			СРС	Всего час.
			ПЗ/сем.	Конт-роль	Из них в ИФ		
1.	Анализ в пространстве операторов	9	9	9		21	48
2.	Спектральное представление конечномерного оператора.	6	6	6		14	32
3.	Метод диаграмм Ньютона для анализа ветвления решений алгебраических уравнений.	6	6	6		14	32
4.	Ветвление собственных значений.	6	6	6		14	32

6. Лабораторный практикум – *не предусмотрен.*

## 7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1.	1	Анализ в нормированном пространстве.	9
2	2	Пространство операторов.	2
3	2	Приведение оператора к Жордановой форме.	4
4	3	Отыскание первого члена асимптотики.	4
5	3	Уточнение асимптотики	2
6	4	Построение оператора Шмидта.	2
7	4	Ветвление собственных значений	4

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебные аудитории для чтения лекций и проведения семинарских занятий.

## 9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение – *не предусмотрено*

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://lib.rudn.ru/> - Учебно-научный информационный библиотечный центр (Научная библиотека) РУДН.

2. <http://techlibrary.ru/> - Техническая библиотека.

## 10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

а) основная литература

1. Овчинников А.В., Колыбасова В.В., Крутицкая Н.Ч. Жорданова форма матрицы оператора. 2009 г. Издательство МГУ.

2. Каценко И.С. Асимптотическое разложение решений уравнений. Изд-во ЯГУ. 2011 г.

б) дополнительная литература

1. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: Изд-во Мир, 1972. - 740 с.

2. Вайнберг М.М., Треногин В.А. Теория ветвления решений нелинейных уравнений. «Наука» 1969 г.

3. Джакаля Г.Е.О. Методы теории возмущений для нелинейных систем. «Наука» 1979г.

## **11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

СУРС выполняется в виде индивидуального домашнего задания два раза в модуле. На выполнение СУРС отводится 4-5 недель.

В процессе самостоятельной работы формируются следующие компетенции:

- способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);
- готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала (ОК-3);
- способность к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).

Студентам, набравшим менее половины от максимально возможного количества баллов за СУРС, предписывается посещать консультации.

## **12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

Изучение дисциплины осуществляется по кредитно-модульной системе и заканчивается экзаменом.

Формами обучения являются аудиторные занятия и внеаудиторная работа студентов.

В процессе освоения Программы применяются основные виды контроля: *текущий, рубежный, промежуточный*.

Текущий контроль проводится в форме СУРС.

Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.

Рубежный контроль осуществляется в рамках аудиторных занятий. Результат рубежной аттестации выражается количеством баллов, набранных студентом.

Промежуточный контроль проводится в форме письменного экзамена.

Система оценки знаний осуществляется по 100-балльной системе и включает оценку учебной деятельности студента по следующим параметрам:

- выполнение индивидуальных домашних заданий (СУРС);
- экзамен.

Структура и содержание экзамена.

К экзамену допускаются студенты с любым количеством баллов, набранных в семестре.

Экзамен проводится в письменной форме. Студент получает задание, состоящее из 4 вопросов (3 теоретических вопроса и 1 задача).

Продолжительность экзамена – 60 минут.

*Форма проверки.* Преподаватель проверяет работы в течение 2-3 часов и выставляет итоговые баллы (суммируются баллы за СУРС и экзамен).

Студент имеет право пересдавать экзамен, если в итоге он получил менее 51 балла. При этом баллы, полученные студентом на первом экзамене, не учитываются, - учитываются только баллы за СУРС. Ликвидация задолженностей проводится в периоды с 07.02 по 28.02 по согласованию с деканатом.

*Общекультурные компетенции (ОК):*

- способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);
- готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала (ОК-3) и

*профессиональные компетенции (ПК):*

- способность к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1)  
формируются в течение всего курса.

Баллы выставляются в соответствии с БРС.



Анализ в пространстве операторов	Тема 1: Анализ в нормированных пространствах.	ОПК-1					5						5		10	25
	Тема 2: Пространство операторов.						10						5		15	
Спектральное представление конечномерного оператора .	Тема 3: Особые точки резольвенты.	ОПК-1					5						5		10	25
	Тема 4: Каноническая форма оператора.						10						5		15	
Метод диаграмм Ньютона для анализа ветвления решений алгебраических уравнений.	Тема 5: Отыскание первого члена асимптотики.	ОПК-1					5						5		10	25
	Тема 6: Уточнение асимптотики						10						5		15	
Ветвление собственных значений.	Тема 7: Оператор Шмидта.	ОПК-1					10						5		15	25
	Тема 8: Ветвление собственных значений фредгольмовых операторов.						5						5		10	
	Итого						60						40		100	100



Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) - в соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.:

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F
51 – 100	Зачет		Зачет	Passed

#### Описание оценок ECTS:

**A («Отлично»)** - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

**B («Очень хорошо»)** - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному.

**C («Хорошо»)** - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

**D («Удовлетворительно»)** - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

**E («Посредственно»)** - теоретическое содержание курса освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены, либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному.

***FX («Условно неудовлетворительно»)*** - теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий.

***F («Безусловно неудовлетворительно»)*** - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий.

## Паспорт фонда оценочных средств

Направление/Специальность: 01.04.01 Математика  
шифр название

Дисциплина: Симметричный анализ уравнений и функционалов

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	ФОСы (формы контроля уровня освоения ООП)	
			Аудиторная работа	

			О п р о с	Кол локви ум	Вып олне ние ЛР	Вып олне ние ДЗ	Р е ф е р а т	В ы п о л н е н и е  Р Г Р	СУ РС №1	С У Р С № 2	Э к з а м е н	...	.		
ОПК-1	Раздел 1: Анализ в пространстве операторов	Тема 1: Анализ в нормированных пространствах.							5		5			10	25
		Тема 2: Пространство операторов.							10		5			15	
ОПК-1	Раздел 2: Спектральное представление конечномерного оператора	Тема 1: Особые точки резольвенты.							5		5			10	25
		Тема 2: Каноническая форма оператора.							10		5			15	
ОПК-1	Раздел 3: Метод диаграмм Ньютона для анализа ветвления	Тема 1: Отыскание первого члена асимптотики.								5	5			10	25
		Тема 2: Уточнение асимптотики								10	5			15	

	решений алгебраических уравнений.															
ОПК-1	Раздел 3: Оператор Шмидта и асимптотика возмущенных собственных значений.	Тема 1: Оператор Шмидта.									10	5			15	25
		Тема 2: Ветвление собственных значений фредгольмовских операторов.									5	5			10	
		<b>ИТОГО:</b>								30	30	40			100	100

## Экзаменационные билеты

Дисциплина «Элементы теории возмущений»

### Экзаменационный билет № 1.

1. Сопряженный оператор.
  2. Ряд Лорана для резольвенты.
  3. Найти первые два слагаемых асимптотического приближения для каждого решения уравнения  $\varepsilon^2 x^3 - \varepsilon x + \varepsilon^2 = 0$ .
  4. Оператор Шмидта
- 

### Экзаменационный билет № 2.

1. Нильпотентный оператор.
2. Привести матрицу линейного оператора к жордановой форме

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Асимптотический ряд.
4. А-жорданова цепочка присоединенных векторов

В рамках экзамена может быть проверена сформированность всех компетенций дисциплины (в зависимости от вопроса).

К комплекту экзаменационных билетов прилагаются разработанные преподавателем и утвержденные на заседании кафедры критерии оценки по дисциплине.

### *Критерии оценки ответов на экзаменационные вопросы:*

Ответ на каждый экзаменационный вопрос оценивается от 0 до 10 баллов:

Критерии оценки ответа	Баллы		
	Ответ не соответствует критерию	Ответ частично соответствует критерию	Ответ полностью соответствует критерию
Ответ является верным	0	1	2

Обучающийся дает ответ без наводящих вопросов экзаменатора	0	0,5	1
Обучающийся практически не пользуется подготовленным черновиком	0	0,5	1
Ответ показывает уверенное владение обучающего терминологическим и методологическим аппаратом дисциплины	0	1	2
Ответ имеет четкую логичную структуру	0	1	2
Ответ показывает понимание обучающимся связей между предметом вопроса и другими разделами дисциплины и/или другими дисциплинами	0	1	2

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

**Разработчик:**

Профессор, МИ им. С.М. Никольского  
должность, название кафедры



подпись

Галахов Е.И.  
инициалы, фамилия

**Руководитель программы**

Профессор МИ им. С.М. Никольского  
должность, название кафедры



подпись

Фаминский А.В.  
инициалы, фамилия

**Директор**

МИ им. С.М. Никольского  
название кафедры



подпись

Скубачевский А.Л.  
инициалы, фамилия