

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 22.05.2023 10:59:11  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Институт экологии**

---

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

---

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

---

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

**Моделирование и прогнозирование процессов в экологии и экономике**

---

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2023 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель курса:** Целью преподавания дисциплины является изучение методов теории вероятностей и математической статистики и их применения в решении конкретных задач моделирования и прогнозирования развития региональных и глобальных экологических и экономических процессов.

- получение представления о целях и задачах теории вероятности и математической статистики, их роли и месте в социально-экономических исследованиях и инженерных приложениях, о современных направлениях в теории вероятности и математической статистике, о методологических проблемах теории вероятности и математической статистики;

### **Задачи курса:**

- освоение основных понятий и методов теории вероятности, основных понятий и задач математической статистики;
- освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;
- развитие навыков использования компьютера в научном исследовании и при обработке реальных данных.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Знать литературные и другие информационные источники по разрабатываемой теме исследований; профессиональную терминологию; основные понятия, методы и принципы математического моделирования, методы построения и исследования математических моделей в естественных науках.
		ОПК-2.2 Уметь применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач, грамотно использовать математические модели в научных исследованиях, ставить задачи исследования и оптимизации сложных объектов на основе методов математического моделирования; выявлять общие закономерности исследуемых объектов, выбирать методы исследования математических моделей.
		ОПК-2.3 Владеть основными методами научных исследований, статистической обработки экспериментальных данных, методами и алгоритмами интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели с помощью современных программных комплексов

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знать основные методы и принципы математического моделирования, области их применения, особенности объектов моделирования и методики исследования моделей; основные проблемы конкретной предметной области, требующие использования современных научных методов исследования; методы и средства теоретических научных исследований, позволяющие решать конкретные проблемы данной предметной области
		ОПК-3.2 Уметь ориентироваться в круге основных проблем, возникающих в различных областях профессиональной деятельности и использовать методы анализа и синтеза для получения новых научных знаний; разрабатывать математические модели типовых профессиональных задач, находить способы их решения и профессионально интерпретировать смысл полученного результата
		ОПК-3.3 Владеть методологией математического моделирования; навыками применения математического инструментария для создания и исследования новых математических моделей в области профессиональной деятельности, навыками построения и реализации основных математических алгоритмов; способами содержательной интерпретации полученных результатов; методами математической обработки результатов решения профессиональных задач; пакетами прикладных программ
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	ПК-3.1 Знает современные тенденции развития, научные и прикладные достижения в области собственной научно-исследовательской деятельности, физико-математический аппарат для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира
		ПК-3.2 Умеет решать стандартные и не стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности, анализировать и систематизировать результаты собственных исследований, представляет материалы в виде научных отчетов, публикаций, презентаций
		ПК-3.3 Владеет математический аппаратом для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира, анализом отечественной и зарубежной научно-технической информации по профессиональной тематике
ПК-7	Способен разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов	ПК-7.1 Знать:- основы составления бизнес-планов научно-прикладных проектов

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
		ПК-7.2 Уметь:- разрабатывать и оптимизировать бизнеспланы научно-прикладных проектов
		ПК-7.3 Владеть:- методами оптимизации бизнес-планов научно-прикладных проектов

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к *вариативной* компоненте блока Б1 ОП ВО.

В рамках ОП ВО обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

*Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины*

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач		Численные методы решения задач математического моделирования Дополнительные главы математического моделирования Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности		Прикладные задачи математического моделирования Теория игр Дискретные математические модели Непрерывные математические модели Теория и методы разработки управленческих решений Дополнительные главы математического моделирования Технологии вычислительного эксперимента Прогнозирование в экономике Математические методы в управлении

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
			Финансовое моделирование и прогнозирование Прогнозирование в экологии Моделирование в задачах техносферной безопасности Управление природными ресурсами Научно-исследовательская работа Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности		Прикладные задачи математического моделирования Дополнительные главы математического моделирования Прогнозирование в экономике Математические методы в управлении Финансовое моделирование и прогнозирование Прогнозирование в экологии Моделирование в задачах техносферной безопасности Управление природными ресурсами Научно-исследовательская работа Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы
ПК-7	Способен разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов		Теория и методы разработки управленческих решений Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 4 зачетных единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНОЙ** формы обучения

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1	2	3	4
Контактная работа, ак.ч.	68	34	34		
Лекции (ЛК)	34	17	17		
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	34	17	17		
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	145	55	90		
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	19	19	20		
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	252	108	144	
	зач.ед.	7	3	4	

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНО-ЗАОЧНОЙ** формы обучения\*

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1	2	3	4
Контактная работа, ак.ч.	24	24	34		
Лекции (ЛК)	12	12	17		
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	12	12	17		
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	93	64	90		
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27	19	20		
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	252	108	144	
	зач.ед.	7	3	4	

\* - заполняется в случае реализации программы в очно-заочной форме

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
<b>1 семестр</b>		
Основные понятия теории вероятностей	Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Закон больших чисел в форме Бернулли	ЛК, СЗ

Случайные величины.	Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Параметры распределения. Основные распределения. Функция от случайной величины. Многомерная случайная величина. Дискретная двумерная случайная величина. Непрерывная двумерная случайная величина. Условные распределения случайных величин. Корреляция.	ЛК, СЗ
Основные понятия математической статистики	Задачи математической статистики. Основные понятия математической статистики. Первичная обработка статистических данных. Статистические оценки и их свойства. Случайные ошибки.	ЛК, СЗ
Проверка статистических гипотез	Статистические гипотезы. Статистические критерии. Параметрические и непараметрические критерии. Проверка гипотез о законе распределения, об однородности совокупности, о равенстве средних, о равенстве дисперсий.	ЛК, СЗ
Корреляционно-регрессионный анализ	Статистическая связь и методы ее изучения. Коэффициент корреляции: графическая оценка, коэффициенты Пирсона, Спирмена, Кендалла. Линейный регрессионный анализ. Парная линейная регрессия. Нелинейные регрессионные модели. Корреляционное отношение.	ЛК, СЗ
2 семестр		
Основы эконометрики	Предмет, цель и задачи курса. Основные классы эконометрических моделей, типы данных. Этапы построения эконометрической модели. Сущность корреляционного и регрессионного анализа. МНК для парной линейной регрессии.	ЛК, СЗ
Числовые характеристики статистических данных. Модель парной линейной регрессии. Проверка гипотез.	Метод наименьших квадратов для определения коэффициентов линейного уравнения регрессии. Свойства МНК-оценок. Теорема Гаусса-Маркова. Проверка гипотез. Статистические тесты для определения качества оценивания уравнения регрессии и значимости коэффициентов регрессии. Доверительные интервалы.	ЛК, СЗ
Проверка качества уравнения регрессии и её параметров	Дисперсионный анализ. Стандартная ошибка. Коэффициенты детерминации. Методы проверки значимости модели в целом и коэффициентов регрессии.	ЛК, СЗ
Нелинейные модели регрессии и их линеаризация	Нелинейная регрессия и её виды. Линеаризация моделей. Преобразования в моделях, нелинейных по включаемым переменным и по параметрам.	ЛК, СЗ
Множественный регрессионный анализ	Понятие множественной линейной регрессии. Оценка параметров множественной линейной регрессии методом МНК. Нелинейные модели множественной регрессии.	ЛК, СЗ
Фиктивные переменные. Мультиколлинеарность. Автокорреляция. Гетероскедастичность.	Использование фиктивных переменных для моделирования зависимостей от качественных признаков. Виды моделей, интерпретация коэффициентов при фиктивных переменных. Мультиколлинеарность независимых переменных.	ЛК, СЗ

	Алгоритм Феррара-Глобера. Методы устранения мультиколлинеарности. Понятие и причины автокорреляции остатков модели. Коэффициенты автокорреляции. Критерий Дарбина-Уотсона. Гетероскедастичность. Тест Гольдфельда-Квандта. Тест Глейзера. Последствия применения МНК и методы определения параметров регрессии при наличии мультиколлинеарности, гетероскедастичности, автокорреляции.	
Моделирование динамических процессов	Особенности моделирования временных рядов. Понятие, виды и сферы применения в эконометрическом анализе рядов динамики. Методы выравнивания рядов динамики. Проверка наличия и методы исключения тенденции в рядах динамики.	ЛК, СЗ
Адаптивные методы прогнозирования	Алгоритм получения точечного и интервального прогнозов. Понятие и особенности адаптивных методов прогнозирования. Экспоненциальное сглаживание и экспоненциальная средняя.	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Компьютерный класс	Компьютерный класс для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная персональными компьютерами (в количестве 15 шт.), доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	MS Windows 10 64bit Microsoft Office 2010
Для самостоятельной работы обучающихся	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	MS Windows 10 64bit Microsoft Office 2010

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:



1. Ледащева Т.Н., Брагина Л.В., Чемоданова В.И. Конспект лекций по курсу «Статистический анализ экосистем». М., 2019
2. Ледащева Т.Н., Пинаев В.Е. Компьютерные технологии и статистические методы в экологии и природопользовании. М.: РУДН, 2020
3. Балашова С.А. Эконометрика в задачах и решениях [Текст/электронный ресурс]: Учебное пособие для магистров / С. А. Балашова, И.В. Лазанюк - М.: Изд-во РУДН, 2017. - 188 с.
4. Елисеева И.И. Эконометрика [Текст]: Учебник для магистров / Под ред. И.И. Елисеевой. - М. :Юрайт, 2012. - 453 с. - (Магистр).
5. [http://e-library.namdu.uz/65%20Иктисод/djpedins\\_293\\_Эконометрика.pdf](http://e-library.namdu.uz/65%20Иктисод/djpedins_293_Эконометрика.pdf)
6. Матюшок В.М. Основы эконометрического моделирования с использованием Eviews [Текст/электронный ресурс]: Учебное пособие / В.М. Матюшок, С.А. Балашова, И.В. Лазанюк. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во РУДН, 2020.

*Дополнительная литература:*

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. 12е издание. М., Юрайт, 2020
  2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. 11-ое изд., перераб. и доп.. М.: Юрайт, 2020
  3. Эконометрика [Электронный ресурс] :Учебник для вузов / Под ред. В.Б. Уткина. -Электронные текстовые данные. - М.: Дашков и К, 2013. - 564 с: ил.
  4. Галеев Э. М., Зеликин М. И., Конягин С.В. и др. Оптимальное управление, МЦНМО, 2008.
  5. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление, М.: Наука, 1979
  6. Тиморин В.А. Выпуклые многогранники, записки лекций  
<http://www.hse.ru/data/2011/06/03/1212338172/convpoly.pdf>
  7. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи. Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2005
  8. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач, Наука, 1974
- Журналы:
9. Квантиль.
  10. Прикладная эконометрика.
  11. Экономика и математические методы.
  12. Экономическая наука современной России.

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. База данных Мирового банка [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://data.worldbank.org/>.
2. Библиотека РУДН [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://lib.rudn.ru>.
3. Бюро статистики труда США [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://www.bls.gov/>.
4. Научная электронная библиотека [Электронный ресурс] - Режим доступа: [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru).
5. Российская государственная библиотека [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://www.rsl.ru/>.
6. Статистика стран ОЭСР [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://www.oecd.org/states/>.
7. Универсальная база данных, коллекции журналов, статистических сборников

- [Электронный ресурс] -Режим доступа: <http://www.eastview.com>.
8. Учебный портал экономического факультета РУДН [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://economist.rudn.ru/run/course/?cid=337>.
9. Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://www.gks.ru>.
- Центральный банк РФ [Электронный ресурс] - Режим доступа: [www.cbr.ru](http://www.cbr.ru)

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система\* оценивания уровня сформированности компетенций (части компетенций) по итогам освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

\* - ОМ и БРС формируются на основании требований соответствующего локального нормативного акта РУДН (положения/порядка).

### **РАЗРАБОТЧИКИ:**

Доцент департамента ЭБиМКП

\_\_\_\_\_  
Должность, БУП

**Ледашева Т.Н.**

\_\_\_\_\_  
Подпись

\_\_\_\_\_  
Фамилия И.О.

### **РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Доцент департамента ЭБиМКП

\_\_\_\_\_  
Должность, БУП



\_\_\_\_\_  
Подпись

**Ледашева Т.Н.**

\_\_\_\_\_  
Фамилия И.О.

**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине**  
**«Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Описание балльно - рейтинговой системы.**

Знания студентов оцениваются по рейтинговой системе. Оценка знаний по рейтинговой системе основана на идее поощрения систематической работы студента в течение всего периода обучения.

При выставлении оценок используется балльно-рейтинговая система, в соответствии с Положением о БРС оценки качества освоения основных образовательных программ, принятого Решением Ученого совета университета (протокол №6 от 17.06.2013 г) и утвержденного Приказом Ректора Университета от 20.06.2013 года.

**Система оценок**

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	ESTC
95-100	5	A
86-94	5	B
69-85	4	C
61-68	3	D
51-60	3	E
31-50	2	FX
0-30	2	F
51-100	Зачет	Passed

**Правила применения БРС**

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считаются освоенными, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу (теме).
2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины.
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл (51 % от максимального балла).
4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля полученные им баллы засчитываются за конкретные темы. Итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам.
5. График проведения мероприятий текущего контроля успеваемости формируется в соответствии с календарным планом курса. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.

6. Время, которое отводится студенту на выполнение мероприятий текущего контроля успеваемости, устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю, вне зависимости от того, завершена она или нет.
7. Использование источников (в том числе конспектов лекций и лабораторных работ) во время выполнения контрольных мероприятий возможно только с разрешения преподавателя.
8. Отсрочка в прохождении мероприятий текущего контроля успеваемости считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем. В противном случае, отсутствие студента на контрольном мероприятии признается не уважительным.
9. Студент допускается к итоговому контролю знаний с любым количеством баллов, набранных в семестре.

1 семестр

### Контрольные задачи

1. При обследовании выработки 1000 рабочих цеха в отчетном году по сравнению с предыдущим по схеме случайной бесповторной выборки было отобрано 100 рабочих. По полученным данным вычислены: средняя выработка рабочих выборки  $\bar{x} = 119,2(\%)$ ; исправленная выборочная дисперсия  $s^2 = 87,48$ ; доля рабочих, уменьшивших выработку  $\omega = 0,03$ . Необходимо определить:
  - а) вероятность того, что средняя выработка рабочих цеха отличается от средней выборочной не более чем на 1% (по абсолютной величине);
  - б) границы, в которых с вероятностью 0,9545 заключена средняя выработка рабочих цеха;
  - в) объем выработки, при котором с надежностью 0,9 доля рабочих цеха, уменьшивших выработку в отчетном году, будет отличаться от выборочной доли не более чем на 0,01 (по абсолютной величине)
2. Во время проверки 400 лампочек средний срок их работы составлял 1220 часов. Оценить с надежностью  $\gamma = 0,95$  математическое ожидание продолжительности работы, если  $\sigma = 35$  часов.
3. На основании 100 наблюдений было определено, что в среднем для изготовления детали нужно 5,5 с, а исправленная дисперсия  $s^2 = 2,89$ . Найти интервальные оценки для математического ожидания продолжительности изготовления детали с надежностью 0,95 и 0,99.
4. Систематические ошибки измерительного прибора равны нулю, а случайные распределены нормально с  $\sigma = 20$  м. Требуется, чтобы абсолютные значения разности между полученным результатом измерений и реальным значением не превышали 10 м. Определить, с какой вероятностью это требование будет выполнено, если берется среднее арифметическое  $n$  измерений и  $n = 4, 9, 16, 25$ .

5. В качестве оценки расстояния до навигационного знака берут среднее арифметическое независимых измерений, которые выполнили  $n$  дальномеров. Погрешности измерения распределены нормально с математическим ожиданием 0 и средним квадратическим отклонением 10 м. Сколько нужно дальномеров, чтобы абсолютная величина погрешности измерения расстояния с вероятностью 0,96 не превышала 15 м?
6. Фирма коммунального хозяйства желает на основе выборки оценить среднюю квартплату за квартиры определенного типа надежностью не менее 99 % и погрешностью, меньшей 10 д. е. Предполагая, что квартплата имеет нормальное распределение со средним квадратичным отклонением, не превышающим 35 д. е., найдите минимальный объем выборки.
7. Для отрасли, включающей 1200 фирм, составлена случайная выборка из 19 фирм. По выборке оказалось, что в фирме в среднем работают 77,5 человек при среднем квадратичном отклонении  $s = 25$  человек. Пользуясь 95%-ным доверительным интервалом, оцените среднее число работающих в фирме по всей отрасли и общее число работающих в отрасли. Предполагается, что количество работников фирмы имеет нормальное распределение.
8. Количество деталей, нужных для ремонта оборудования на неделю, определялось на основании наблюдений, которые проводились в течение 20 недель. В результате были получены такие значения: 0, 1, 1, 1, 0, 0, 2, 3, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 4, 0, 5, 2, 3. Составить интервальную оценку среднего числа деталей, необходимых для ремонта на неделю, с надежностью 0,95
9. Среди стандартных изделий одной фабрики в среднем 15 % относится ко второму сорту. С какой вероятностью можно утверждать, что процент изделий второго сорта среди 1000 стандартных изделий данной фабрики лежит в границах 17-19%?
10. Сколько замеров содержания солей в колодезной воде надо сделать, чтобы с надежностью 0,95 сделать вывод о содержании солей с точностью до 1%, если метод замера содержания не имеет систематической ошибки, а случайные ошибки распределены со среднеквадратическим отклонением 4%?

### **Расчетно-графическая работа (образец варианта)**

Решения строго в Excel, самостоятельно в созданном заново файле.

Данные к задачам находятся в архиве стат. сборник «Регионы России 2007».

Решение должно быть понятно оформлено (для каждого числа указано, что это такое) и содержать выводы, сформулированные в соответствии с результатом применения критерия и с условиями задачи.

Числовое содержимое ячеек должно быть заполнено либо из данных задачи, либо вычислениями в Excel (вычисления «в уме» не принимаются; после сохранения документа проверьте, сохранились ли формулы в ячейках, если меняли формат файла).

Решение задачи на корреляционно-регрессионный анализ должно содержать:

- построение точечных диаграмм для визуальной оценки парных корреляций, визуальный подбор вида парных регрессий
- вычисление парных коэффициентов корреляции (Пирсона или Спирмена с обоснованием выбора) и оценку их статистической значимости,
- определение параметров уравнения множественной линейной регрессии и оценку значимости полученных результатов, включая значимость отдельных коэффициентов. При желании можно построить уравнения других типов регрессии.

#### **Вариант 1**

1. По данным 2006 года проверить гипотезу о нормальности распределения признака «Ожидаемая продолжительность жизни при рождении»
2. Установить наличие или отсутствие значимых изменений в ЦФО по годам, проанализировав данные за 2000, 2005, 2006 годы при помощи дисперсионного анализа и критерия Краскала-Уоллиса. Можно ли здесь делать выводы на основе классического дисперсионного анализа?
3. Проверить гипотезу о зависимости ожидаемой продолжительности жизни при рождении от выбросов в атмосферный воздух от стационарных источников и сбросов загрязненных сточных вод в поверхностные водные объекты, выбрав необходимые данные (рекомендуется взять данные по продолжительности жизни за 2006, а по сбросам и выбросам за 2005 годы).

#### **Контрольные вопросы**

1. Статистика изучает:
  - а) единичные факторы и явления;
  - б) массовые явления любой природы;
  - в) как единичные, так и массовые явления.
2. Вариационный ряд – это:
  - а) совокупность признаков объекта, расположенных в определенном порядке;
  - б) распределение единиц совокупности объектов по одному из признаков;
  - в) единицы совокупности, расположенные в порядке возрастания или убывания значений признака.
3. Гистограмма – это:
  - а) график дискретного ряда распределения;
  - б) график интервального ряда распределения;
  - в) графический рисунок процесса работы чего-либо.
4. Средняя величина – это:
  - а) значение признака, находящееся в середине ряда распределения;
  - б) обобщенная типическая характеристика признака в данной совокупности;
  - в) значение признака, встречающееся чаще других.
5. Для расчета средней величины по несгруппированным данным в случае возможности их прямого суммирования следует применять формулу:
  - а) арифметической простой средней;
  - б) арифметической взвешенной средней;
  - в) гармонической простой средней;
  - г) гармонической взвешенной средней.
6. Мода в ряду распределения – это:

- а) наибольшая частота в вариационном ряду;
  - б) наибольшее значение признака;
  - в) значение признака, соответствующее наибольшей частоте;
  - г) значение признака, делящее ряд распределения на две равные части.
7. Медиана в ряду распределения – это:
- а) наибольшая частота в вариационном ряду;
  - б) наибольшее значение признака;
  - в) значение признака, соответствующее наибольшей частоте;
  - г) значение признака, делящее ряд распределения на две равные части.
8. Вариация – это:
- а) изменение, некоторое уклонение от основного направления развития;
  - б) изменчивость (отклонение) индивидуальных значений признака по единицам совокупности;
  - в) применение основного правила в разных видоизменениях.
9. Для измерения вариации значения признака применяются следующие статистические показатели:
- а) средние величины;
  - б) мода и медиана;
  - в) дисперсия, среднеквадратическое отклонение;
  - г) коэффициент корреляции.
10. Если в ряду распределения частоты заменить частостями, то дисперсия:
- а) не изменится;
  - б) увеличится;
  - в) уменьшится.
11. Расчет каких ошибок наблюдения можно осуществить по математическим формулам:
- а) случайных ошибок регистрации;
  - б) систематических ошибок регистрации;
  - в) случайных ошибок репрезентативности;
  - г) систематических ошибок репрезентативности?
12. Ошибки репрезентативности возникают при:
- а) сплошном наблюдении;
  - б) не сплошном наблюдении;
  - в) сплошном и не сплошном наблюдении.
13. В чем преимущества выборочного наблюдения перед сплошным:
- а) оперативность наблюдения;
  - б) экономия на материалах и денежных затратах;
  - в) дает более точные результаты, чем сплошное.
14. При формировании выборочной совокупности соблюдение принципа случайности:
- а) обязательно;
  - б) не обязательно;
  - в) зависит от желания исследователя.
15. Какой обобщающий показатель называется выборочной средней:
- а) среднее значение признака по всей совокупности исследуемых объектов;
  - б) среднее значение признака, рассчитанное по обследованным единицам совокупности;

- в) значение признака, наиболее часто встречающееся среди обследованных единиц совокупности;
16. Какой обобщающий показатель называется выборочной долей:
- а) число объектов в выборочной совокупности, обладающих нужным свойством;
  - б) процент единиц, обладающих нужным свойством, в выборочной совокупности;
  - в) доля единиц, обладающих нужным свойством, в выборочной совокупности;
  - г) доля единиц, обладающих нужным свойством, в генеральной совокупности
17. Как определяются границы возможных значений генеральной средней:
- а) выборочная средняя плюс (минус) стандартная ошибка выборочной средней;
  - б) выборочная средняя плюс (минус) надежность;
  - в) выборочная средняя плюс (минус) выборочная дисперсия;
  - г) выборочная средняя плюс (минус) предельная ошибка выборочной средней.
18. Точность интервальной оценки среднего – это
- а) разряд, до которого округляются результаты;
  - б) максимальное отклонение выборочного среднего от генерального среднего;
  - в) вероятность, с которой генеральное среднее попадает в указанный интервал;
  - г) вероятность того, что оценка ошибочна.
19. При построении интервальной оценки используют функцию Лапласа для:
- а) больших и малых выборок нормально распределенной генеральной совокупности;
  - б) только больших выборок нормально распределенной генеральной совокупности;
  - в) больших выборок независимо от вида распределения генеральной совокупности
20. Статистическая гипотеза – это:
- а) предположение, которое можно проверить с использованием имеющейся статистической информации;
  - б) предположение относительно вида или характеристик распределения исследуемого признака в генеральной совокупности;
  - в) научное предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо явления и требующее проверки на опыте.
21. Статистический критерий – это:
- а) отличительный признак, принимаемый за норму;
  - б) то, что удостоверяет объективную истинность познания;
  - в) набор правил, принимаемых для проверки статистической гипотезы.
22. Мощность критерия представляет собой:
- а) количество данных, достаточное для применения критерия;
  - б) способность критерия четко различать нулевую и альтернативную статистические гипотезы;
  - в) величина, которой определяется оперативность применения критерия к большим выборкам.
23. Ошибка первого рода – это:
- а) принятие статистической гипотезы, когда она ошибочна;
  - б) отклонение статистической гипотезы, когда она правильна;
  - в) ошибка при установлении истинного значения признака;
  - г) ошибка при исчислении статистического показателя.
24. Ошибка второго рода – это:



- а) принятие статистической гипотезы, когда она ошибочна;
  - б) отклонение статистической гипотезы, когда она правильна;
  - в) ошибка при установлении истинного значения признака;
  - г) ошибка при исчислении статистического показателя.
25. Уровень значимости – это:
- а) вероятность, с которой гарантируется верность принятия основной гипотезы;
  - б) величина количественного показателя или степень проявления качественного показателя;
  - в) вероятность, соответствующая отклонению верной основной гипотезы.
26. Критическая область значений – это:
- а) максимальные и минимальные значения статистического критерия;
  - б) значения статистического критерия, свидетельствующие о допущенной ошибке в исследовании;
  - в) область, попадание значения статистического критерия в которую, приводит к отклонению испытываемой статистической гипотезы.
  - г) область, попадание значения статистического критерия в которую, приводит к принятию испытываемой статистической гипотезы.
27. Более надежным результатом проверки статистической гипотезы является:
- а) принятие основной гипотезы;
  - б) отклонение основной гипотезы;
  - в) оба результата одинаково надежны.
28. Чтобы уменьшить вероятность ошибки второго рода, надо:
- а) уменьшить уровень значимости;
  - б) увеличить уровень значимости;
  - в) увеличить объем выборки;
  - г) уменьшить вероятность ошибки второго рода для выбранного критерия невозможно
29. Параметрические критерии:
- а) это критерии для проверки гипотез о параметрах любого распределения;
  - б) это критерии для проверки гипотез о распределении, зависящем от параметра;
  - в) используются для проверки гипотез о параметрах нормальных распределений;
  - г) используются для проверки гипотез о виде распределения.
30. Для применения коэффициента корреляции Пирсона необходимо:
- а) чтобы одно из распределений было нормальным;
  - б) чтобы оба распределения были нормальными;
  - в) чтобы имелось более 100 пар данных;
  - г) нет специальных требований
31. Для построения уравнения линейной регрессии необходимо:
- а) чтобы одно из распределений было нормальным;
  - б) чтобы оба распределения были нормальными;
  - в) чтобы имелось более 100 пар данных;
  - г) нет специальных требований
32. Для проверки согласованности мнений экспертов можно применить:
- а) коэффициент корреляции Пирсона;
  - б) критерий Фишера;
  - в) критерий «хи-квадрат»
  - г) коэффициент Кендалла
33. Если коэффициент корреляции достоверно отличен от нуля, это значит:

- а) существует причинно-следственная связь между исследуемыми величинами;
  - б) одна из величин является детерминированной;
  - в) существует линейная функциональная зависимость между величинами;
  - г) существует линейная статистическая зависимость между величинами
34. Функцию ЛИНЕЙН нельзя применить для:
- а) построения уравнений нелинейных уравнений регрессии;
  - б) проверки статистической достоверности уравнения регрессии;
  - в) определения коэффициента линейной корреляции Пирсона;
  - г) построения тренда динамического ряда
35. К параметрическим критериям относится:
- а) Критерий Фишера;
  - б) Критерий Вилкоксона;
  - в) Критерий Хи-квадрат;
  - г) Критерий Манна-Уитни
36. Для обоснования корректности применения параметрического дисперсионного анализа нельзя использовать:
- а) центральную предельную теорему;
  - б) большой объем выборки;
  - в) критерий хи-квадрат;
  - г) можно использовать все перечисленное
37. Условия центральной предельной теоремы не выполняются для величины:
- а) образования отходов на конкретном промышленном предприятии в год;
  - б) образования твердых бытовых отходов в конкретном городе;
  - в) образования бытовых отходов на душу населения в год;
  - г) образования парниковых газов от полигонов ТБО
38. Достоверный прогноз на 1 период на основании линейного тренда можно составить:
- а) только для нормально распределенных данных;
  - б) только для динамического ряда объемом от 100 данных;
  - в) при наличии не менее 10-12 данных
  - г) при отсутствии сезонных колебаний
39. Предельная ошибка при прогнозировании на 1,2 и более периодов:
- а) не изменяется;
  - б) увеличивается;
  - в) уменьшается;
  - г) изменяется неконтролируемо
40. Установите соответствие между задачей статистического исследования и применяемым критерием или типом анализа:
- а) Выявить влияние типа почвы на диффузию загрязняющего вещества
  - б) Выяснить, соответствуют ли данные нормальному закону распределения
  - в) Выявить влияние количества минерального вещества в почве на скорость роста растений
  - г) Определить корректность нового метода измерения
- (1) корреляционно-регрессионный анализ
  - (2) дисперсионный анализ
  - (3) критерий хи-квадрат
  - (4) Критерий Фишера или Манна-Уитни
  - (5) Критерий Стьюдента или Вилкоксона для несвязанных выборок
  - (6) Критерий Стьюдента или Вилкоксона для связанных выборок

41. Выберите верное (-ые) утверждение (-я):

- а) Дисперсионный анализ применяется если подтверждена гипотеза о равенстве дисперсий исследуемых признаков
- б) Классический дисперсионный анализ применяется только к нормально распределенным совокупностям
- в) Вместо дисперсионного анализа можно применить попарную проверку равенства средних значений
- г) Дисперсионный анализ позволяет судить о равенстве средних значений разных генеральных совокупностей
- д) Дисперсионный анализ применяется только к выборкам одинакового объема

2 семестр

### Контрольные задания

**Задание № 1.** Некоторая фирма, производящая товар, хочет проверить, эффективность рекламы этого товара. Для этого в 10 регионах, до этого имеющих одинаковые средние количества продаж, стала проводиться разная рекламная политика и на рекламу начало выделяться  $x_i$  денежных средств (прилагаются данные о расходах на рекламу и кол-ва продаж). При этом фиксировалось число продаж  $y_i$ . Предполагая, что для данного случая количество продаж  $X$  пропорциональны расходам на рекламу  $Y$ , необходимо:

1. Вычислить точечные оценки для математического ожидания, дисперсии и среднеквадратического отклонения показателей  $X$  и  $Y$ . 2. В соответствии с методом наименьших квадратов найти уравнение линейной регрессии  $y = ax + b \sim$ . 3. Найти парный коэффициент линейной корреляции и с доверительной вероятности  $p = 0,95$  проверить его значимость. 4. Сделать точечный и интервальный прогноз для случая расходов на рекламу, равных 5 млн. руб. 5. Построить график линии регрессии с нанесением на него опытных данных.

**Задание № 2** Имеются данные о доли расходов на товары длительного пользования  $y_i$  от среднемесячного дохода семьи  $x_i$ . Предполагается, что эта зависимость носит нелинейный характер  $y = a / x + b \sim$ . Необходимо: 1. Найти уравнение нелинейной гиперболической регрессии  $y = a / x + b \sim$ . 2. Найти парный коэффициент корреляции и с доверительной вероятностью  $p = 0,95$  проверить его значимость.

**Задание № 3** Исследуется зависимость месячного расхода семьи на продукты питания  $z_i$ , тыс.р. от месячного дохода на одного члена семьи  $x_i$  тыс.р. и от размера семьи  $y_i$ , чел. Необходимо: 1. В соответствии с методом наименьших квадратов найти уравнение линейной регрессии  $z = ax + by + c \sim$ . 2. Найти парные коэффициенты корреляции  $r_{xz}$ ,  $r_{yz}$ ,  $r_{xy}$ . 3. С доверительной вероятностью  $p=0,95$  проверить коэффициенты корреляции на значимость. 4. Вычислить индекс множественной корреляции и проверить с доверительной вероятностью  $p = 0,95$  его статистическую значимость.

**Задание № 4** Дана выборка курса биржевой стоимости акции некоторого предприятия за 12 месяцев. 1. Найти коэффициенты автокорреляции со смещением на 1,2,3 и 4 месяца. 2. Проверить найденные коэффициенты автокорреляции на значимость с доверительной вероятностью  $p = 0,95$ . 3. Построить коррелограмму. 4. Построить аддитивную (или мультипликативную) модель временного ряда.

### Тестовые задания

**1. Что является предметом изучения эконометрики?**

- Количественная сторона экономических процессов и явлений

- Массовые экономические процессы и явления
  - Система внутренних связей между явлениями национальной экономики
- 2. Гетероскедастичность – это в эконометрике термин, обозначающий:**

- Неоднородность наблюдений, которая выражается в непостоянной (неодинаковой) дисперсии случайной ошибки эконометрической (регрессионной) модели
- Однородную вариантность значений наблюдений, которая выражена в относительной стабильности, гомогенности дисперсии случайной ошибки эконометрической (регрессионной) модели
- Меру разброса значений случайной величины относительно ее математического ожидания

**3. Мультиколлинеарность – это в эконометрике термин, обозначающий:**

- Метод, позволяющий оценить параметры модели, опираясь на случайные выборки
- Статистическую зависимость между последовательными элементами одного ряда, которые взяты со сдвигом
- Наличие линейной зависимости между факторами (объясняющими переменными) регрессионной модели

**4. Теорема Гаусса-Маркова в эконометрике опирается на:**

- Метод наименьших квадратов
- Метод наименьших модулей
- Метод инструментальных переменных

**5. Эконометрика – это наука, которая изучает:**

- Структуру, порядок и отношения, сложившиеся на основе операций подсчета, измерения и описания формы объектов
- Возможности применения методов математики для решения экономических задач
- Количественные и качественные экономические взаимосвязи, и взаимозависимости, опираясь на методы и модели математики и статистики

**6. Коэффициент эластичности (формула в общем виде) в эконометрике имеет вид:**

$$\varepsilon = y'_x \cdot \frac{x}{y} = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{x}{y} = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{y}{x},$$

$$\varepsilon(\bar{x}) = \frac{(2\beta_2 \bar{x} + \beta_1) \cdot \bar{x}}{y(\bar{x})}.$$

$$\varepsilon(x_1) = \frac{\beta_1 x_1}{\beta_0 + \beta_1 x_1}.$$

**7. Модели временных рядов в эконометрике – это модели:**

- Которые используются для того, чтобы определить, как себя будет вести тот или иной фактор в течение определенного промежутка времени
- Которые позволяют максимально точно рассчитать период времени, требующийся для того, чтобы значение фактора изменилось на значимую величину
- Для построения которых используются данные, характеризующие один объект за несколько последовательных периодов

**8. Метод наименьших квадратов в эконометрике – это метод:**

- Который используется для расчета наименьших отклонений случайных величин, влияющих на конечный результат
- Который позволяет решать задачи, опираясь на минимизацию суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомым переменных
- Который позволяет оценить значение неизвестного параметра, минимизируя значение функции правдоподобия

**9. Линейный коэффициент корреляции в эконометрике выражается формулой:**

$$r_s = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2 - 1)}$$

-

$$r_{xy} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

+

$$K_F = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}$$

-

**тест 10. Истинный коэффициент детерминации в эконометрике выражается формулой:**

$$r_s = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2 - 1)}$$

-

$$F = \frac{S_{\text{факт}}}{S_{\text{ост}}} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$$

-

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y_i - \bar{y}_i)^2}$$

-

**11. Модели в эконометрике – это:**

- Средство прогнозирования значений определенных переменных
- Экономические и статистические зависимости, выраженные математическим языком
- Данные одного типа, сгруппированные определенным образом

**12. Какие существуют типы данных в эконометрике?**

- Постоянные, переменные
- Определенные, неопределенные, качественные, количественные
- Пространственные, временные, панельные

**13. Зависимая переменная в эконометрике – это:**

- Параметр, состоящий из случайной и неслучайной величин
- Некоторая переменная регрессионной модели, которая является функцией регрессии с точностью до случайного возмущения
- Переменная, которая получается путем перевода качественных характеристик в количественные, т.е. путем присвоения цифровой метки

**14. Какова цель эконометрики?**

- Поиск, трактовка (с использованием математического инструментария) и систематизация факторов, которые влияют на поведение экономического объекта
- Выявление качественных и количественных связей между характеристиками экономических объектов с целью построить экономическую модель их развития
- Разработка инструментов для прогнозирования поведения экономического объекта в различных ситуациях и на их базе решение практических задач по управлению объектом, выбору поведения в сложившихся экономических условиях и т.д.

**15. Что представляет собой выборочная дисперсия?**

- Несмещенную оценку генеральной дисперсии
- Смещенную оценку генеральной дисперсии
- Смещенную оценку моды

**16. Какие приемы используют для идентификации модели?**

- Проверка адекватности, статистический анализ
- Оценка параметров, статистический анализ
- Расчет математических ожиданий, проверка адекватности

**17. Предельно допустимое значение средней ошибки аппроксимации составляет ... %.**

- Не более 10-12
- Не более 3-5
- Не более 8-10

**18. Какие существуют типы переменных в эконометрике?**

- Предопределенные, экзогенные, эндогенные
- Пространственные, временные, панельные
- Экзогенные, эндогенные

**19. Назовите ученого, который ввел термин «эконометрика».**

- Н. Кондратьев
- Р. Фриш
- К. Грэнджер

**тест\_20. Какой показатель измеряет тесноту статистической связи между переменной и объясняющими переменными?**

- Коэффициент детерминации
- Коэффициент рекурсии
- Коэффициент корреляции

**21. Укажите, какими способами оценивают параметры линейной регрессии:**

- Дисперсия, метод наименьших квадратов, математическое ожидание
- Дисперсия, математическое ожидание, ковариация, среднеквадратичное отклонение
- Математическое ожидание, регрессия, медиана

**22. Критические значения статистики Дарбина-Уотсона зависят от следующих факторов:**

- Количество наблюдений в выборке и число объясняющих переменных
- Число объясняющих переменных и конкретные значения переменных
- Количество наблюдений в выборке и конкретные значения переменных

**23. Для установления влияния какого-либо события на коэффициент линейной регрессии при не фиктивной переменной в модель включают:**

- Фиктивную переменную взаимодействия
- Фиктивную переменную для коэффициента наклона

- Лаговую переменную

**24. Случайная величина, принимающая отдельные, изолированные друг от друга значения – это:**

- Дискретная величина
- Вероятностный парадокс
- Неравномерная величина

**25. Перечислите этапы построения эконометрической модели:**

- Априорный, контекстный, информационный, аналитический, прогностический, идентификация модели
- Постановочный, контекстный, информационный, аналитический, идентификация модели, параметризация модели
- Постановочный, априорный, параметризация, информационный, идентификация модели, верификация модели

**26. Эндогенные переменные – это переменные:**

- Внешние, задаваемые вне социально-экономической модели и не зависящие от ее состояния
- Внутренние, сформированные в результате функционирования социально-экономической системы
- Которые постоянно изменяются

**27. Что представляет собой априорный этап построения эконометрической модели?**

- Предмодельный анализ экономической сущности изучаемого явления, формирование и формализация априорной информации
- Сбор и регистрация информации об участвующих в модели факторах и показателях
- Независимое оценивание значений участвующих в модели факторах и показателей

**28. Если увеличить размер выборки, то оценка математического ожидания:**

- Станет менее точной
- Станет более точной
- Не изменится

**тест № 29. Ситуация, при которой нулевая гипотеза была опровергнута, хотя и являлась истинной, называется:**

- Ошибка I рода
- Системная ошибка
- Стандартная ошибка

**30. Если предположение о природе гетероскедастичности верно, то дисперсия случайного члена для первых наблюдений в упорядоченном ряду будет ... для последних.**

- Такой же, как
- Выше, чем
- Ниже, чем