



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова, доктор
физико-математических наук, профессор

А.А. Федянин

«22» ноября 2024г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
на диссертацию Адхамовой Амины Шухратовны
«Краевые задачи для систем дифференциально-разностных
уравнений с переменными коэффициентами», представленную на
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая
физика

Актуальность темы

Теория краевых задач для дифференциально-разностных уравнений имеет широкий спектр приложений, включая исследование управляемых систем с последствием, так что тематика диссертации А.Ш. Адхамовой актуальна.

По постановке и методам исследования рассматриваемые в диссертации задачи относятся к школе А.Л. Скубачевского – система сильно эллиптических дифференциально-разностных уравнений в ограниченной области впервые была рассмотрена в статье Г.Г. Онанова, А.Л. Скубачевского 1979 года в связи с исследованием упругих свойств многослойных пластин и оболочек, а впоследствии эта теория развивалась в работах А.Л. Скубачевского и его учеников. Одним из наиболее важных и принципиальных моментов, отличающих упомянутые постановки, является наличие у краевых задач негладких обобщенных решений.

Результаты диссертационной работы имеют важные приложения. Полученные в работе результаты позволяют решить известную задачу об оптимальном успокоении системы управления с запаздыванием. Впервые такая задача для простейших уравнений запаздывающего типа была рассмотрена Н.Н. Красовским (1968), для уравнения нейтрального типа – А.Л. Скубачевским (1994), а для случая запаздывания, пропорционального

времени (уравнение пантографа) – Л.Е. Россовским (1995). Работа А.Ш. Адхамовой обобщает ранее полученные результаты на случай систем линейных дифференциально-разностных уравнений нейтрального типа и запаздывающего типа с несколькими запаздываниями и переменными коэффициентами.

Характеристика содержания диссертационной работы

Диссертация А.Ш. Адхамовой состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 100 страниц.

Диссертационная работа посвящена исследованию систем дифференциально-разностных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами запаздывающего и нейтрального типов, связанных с задачей Н.Н. Красовского об успокоении системы управления с последствием.

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится краткий обзор наиболее важных публикаций, смежных с темой исследования, и анализ основных результатов диссертации.

Первая глава посвящена исследованию разрешимости краевой задачи для системы дифференциально-разностных уравнений с постоянными матричными коэффициентами, полученной из вариационной задачи.

Вторая глава посвящена задаче об успокоении нестационарной системы управления, описываемой системой дифференциально-разностных уравнений нейтрального типа с гладкими матричными коэффициентами и несколькими запаздываниями. Эта задача эквивалентна краевой задаче для системы дифференциально-разностных уравнений второго порядка, которая имеет единственное обобщенное решение. Доказано, что гладкость этого решения может нарушаться на рассматриваемом интервале и сохраняется лишь на некоторых подынтервалах. Получены достаточные условия на начальную функцию, обеспечивающие гладкость обобщенного решения на всем интервале.

В третьей главе рассматривается система управления, описываемая системой дифференциальных уравнений запаздывающего типа с переменными матричными коэффициентами и несколькими запаздываниями. Показана связь между вариационной задачей для нелокального функционала, описывающей многомерную систему управления с запаздываниями, и соответствующей краевой задачей для системы дифференциально-разностных уравнений. Доказаны существование, единственность и гладкость обобщенного решения краевой задачи на всем интервале.

Четвертая глава посвящена задаче об успокоении нестационарной системы управления, описываемой системой дифференциально-разностных уравнений

нейтрального типа с гладкими матричными коэффициентами с различным числом входов и выходов и несколькими запаздываниями. Установлена связь между вариационной задачей, соответствующей задаче об успокоении системы с последствием, и краевой задачей для системы дифференциально-разностных уравнений второго порядка. Получены априорные оценки решений. Доказана теорема о разрешимости рассматриваемой краевой задачи. Построено так называемое фридрихсово расширение рассматриваемого дифференциально-разностного оператора в случае, когда количество входов больше количества выходов.

Достоверность и новизна результатов диссертации

В работе получены новые результаты об обобщенных решениях краевых задач для систем дифференциально-разностных уравнений нейтрального и запаздывающего типов, полученных из вариационных задач.

Были рассмотрены системы управления, описываемые системой дифференциальных уравнений нейтрального типа с переменными матричными коэффициентами и несколькими запаздываниями, и системой дифференциальных уравнений запаздывающего типа с переменными матричными коэффициентами и несколькими запаздываниями. Показана связь между вариационной задачей для нелокального функционала, описывающей многомерную систему управления с запаздываниями, и соответствующей краевой задачей для систем дифференциально-разностных уравнений. Доказаны существование, единственность и гладкость обобщенных решений этих краевых задач (для случая нейтрального типа гладкость доказана на подынтервалах).

Достоверность результатов подтверждается имеющимися публикациями в ведущих российских журналах и выступлениями на научных семинарах и конференциях.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Научные положения, выводы и заключения, представленные в диссертационной работе обоснованы полностью, что подтверждается строгостью математических доказательств, а также корректным использованием методов теории уравнений в частных производных.

Значимость для науки и практики полученных результатов

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях по теории дифференциально-разностных уравнений и теории управления системами с последствием.

Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати. Результаты диссертационной работы А.Ш. Адхамовой опубликованы в 20 работах, из них 7 статей опубликованы в научных журна-

лах, индексируемых в международных базах данных и 13 в тезисах докладов на международных конференциях.

Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Замечания по диссертационной работе

1. В диссертации и автореферате отсутствует информация о том, где могут быть использованы полученные результаты, кроме численного моделирования решений подобных задач и теоретических исследований.
2. В связи со сложностью постановок задач и обилием вводимых понятий и обозначений, хотелось бы, чтобы были иллюстрирующие примеры, которые позволили бы лучше понять результаты.

Тем не менее указанные замечания не оказывают влияния на положительную оценку работы.

Заключение

Диссертационное исследование Адхамовой Амины Шухратовны является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи о разрешимости краевых задач для систем дифференциально-разностных уравнений, имеющей важное значение в теории систем управления с последствием.

Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Адхамова Амина Шухратовна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен профессором кафедры общей математики, доктором физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, Игорем Сергеевичем Ломовым.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры общей математики ФГБОУ ВО «Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова». Протокол № 3 от 20 ноября 2024 г.

Присутствовали 23 сотрудника кафедры.

Результаты голосования: «За» - 23, «Воздержались» - 0, «Против» - 0.

Председательствующий на заседании:

Профессор кафедры общей математики

и.о. заведующего кафедрой, д.ф.-м.н. И.С. Ломов

вич



Ломов Игорь Сергеевич

Подпись И.С. Ломова заверяю



Зам. декана факультета ВМК МГУ
профессор

Фомичев В.В.

Контактные данные

119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы,

д. 1, стр. 52, факультет ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова

контактный телефон – 8(495)9393010,

адрес электронной почты: smc@cs.msu.ru,

<http://www.cs.msu.ru/>