

ОТЗЫВ

официального оппонента Бережного Евгения Ивановича на диссертацию Сенуси Марьям Абделькадеровны

Об ограниченности интегральных операторов в общих пространствах типа Морри,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация Сенуси Марьям Абделькадеровны посвящена актуальным вопросам гармонического анализа и состоит из введения и двух глав.

В первой главе рассматриваются задача о слабой и сильной ограниченности обобщенного потенциала Рисса из одного общего локального пространства типа Морри в другое. Формальное получение достаточных и необходимых оценок идет по схеме оценок классического оператора Рисса из работы Burenkov V. I., Gogatishvili A., Guliyev V. S., Mustafayev R.Ch. Boundedness of the Riesz potential in local Morrey-type spaces // Potential Analysis, 35 (2011), no. 1, 67-87. Центральным моментом доказательства является редукция оценок операторов Рисса в пространствах Морри к оценкам оператора типа Харди на конусе монотонных функций, но уже на всем Лебеговом пространстве с весом. Причем вес строится по функциональным параметрам, входящим в определение пространств Морри.

Несмотря на то, что структура доказательства основной теоремы 1.7.1 совпадает со структурой доказательства основной теоремы из упомянутой работы 4-х авторов, М.А.Сенуси пришлось изрядно потрудиться и вычленить те свойства обобщенного потенциала и весов, входящих в определение пространств Морри, которые позволили редуцировать оценку операторов Рисса к оценке оператора типа Харди. Сложность и нетривиальность проделанной работы характеризует, например, такой факт, что в формулировке теоремы 1.9.1, которая детализирует основную теорему 1.7.1 об ограниченности оператора типа Рисса, участвует девять различных ограничений на весовые функции и потенциал.

В качестве иллюстрации полученных результатов рассматриваются обобщенный потенциал Рисса с ядром $\rho(t) = t^{\alpha-n}(1 + |\ln t|)^{\beta}$. В этом случае следствие 1.10.1 дает достаточно обозримые компактные условия о слабой и сильной ограниченности обобщенного потенциала Рисса, с описанным выше ядром, из одного общего локального пространства типа Морри в другое.

Рассмотрение обобщенного потенциала Рисса повлекло за собой применение некоторых новых соображений в доказательстве основного результата главы и преодолеть существенные математические трудности.

Во второй главе рассматриваются задача об условиях ограниченности многомерного оператора Римана- Лиувилля в парах глобальных пространств Морри и в парах локальных пространств Морри. Как обычно, рассмотрение многомерного случая потребовало применение некоторых новых соображений. В результате исследований удалось расширить диапазон числовых параметров, при которых удалось получить эффективные оценки многомерного оператора Римана- Лиувилля в парах глобальных пространств Морри и в парах локальных пространств Морри. К достижениям стоит отнести и выделение в оценке нормы оператора Римана- Лиувилля множителя связанного с диаметром параллелепипеда, на котором рассматриваются исходные пространства. Показано также, что этот множитель точен.

В конце работы рассматривается задача об условиях ограниченности многомерного оператора Римана- Лиувилля в пространствах Морри со смешанной нормой. Здесь автору тоже удалось выделить диапазон числовых параметров, при которых удалось получить эффективные оценки многомерного оператора Римана- Лиувилля в парах локальных пространств Морри со смешанной нормой.

Результаты этой главы работы представляют несомненный интерес.

Недостатком работы являются некоторые стилистические погрешности и небрежности. Так, например, во введении используются некоторые понятия и обозначения, которые будут определены только в основной части работы. Определение 6 на с.11 написано как утверждение. В формулировке Замечания 1.7.1 и Леммы 1.7.1 на с. 47 участвует функция, которая определена формулой (1.54) на с.52, и т.п.

Стоит отметить также отсутствие описания зависимостей констант от параметров. Отметим, однако, что задачи такого сорта иногда являются очень сложными и могут представлять предмет самостоятельного исследования.

Кроме того, во второй главе неплохо бы сравнить теоремы 2.2.1 и 2.2.2, которые посвящены похожим задачам, только в теореме 2.2.2 появляется дополнительный параметр s . Полезно также сравнить теоремы об ограниченности многомерного оператора Римана- Лиувилля в парах глобальных пространств Морри и в парах локальных пространств Морри.

Тем не менее, отмеченные недостатки не портят благоприятного впечатления от работы.

В целом диссертация Сенуси Марьям Абделькадеровны является вкладом в развитие гармонического анализа на локальных и глобальных пространствах Морри. В результате проведенных ею исследований установлены взаимосвязи между операторами типа потенциала и операторами типа Харди. Кроме того, получены хорошие оценки классических операторов Римана- Лиувилля в парах глобальных пространств Морри и в парах локальных пространств Морри.

Результаты диссертации опубликованы в четырех работах. Все работы в журналах, индексируемых в базах данных Скопус.

Автореферат основным положениям диссертации соответствует.

С результатами работы целесообразно ознакомить сотрудников МИ им. Стеклова РАН, ПОМИ им. Стеклова РАН, Ростовского, Воронежского, Ярославского, Хаба-

ровского университетов.

Заключение. Диссертационное исследование Сенуси Марьям Абделькадеровны является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится новое решение научной задачи об оценках операторов типа потенциала Рисса и многомерных операторов Римана–Лиувилля, имеющей важное значение для гармонического анализа на локальных и глобальных пространствах Морри. Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Российский университет дружбы народов", утвержденного ученым советом РУДН протокол УС-1 от 22.01.2024 г., а автор работы, Сенуси Марьям Абделькадеровна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

заведующий кафедрой дифференциальных уравнений Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова,
доктор физ. - мат. наук (01.01.01),
профессор Бережной Е.И.



Подпись Бережного Е.И. заверяю

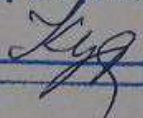
Директор центра кадровой политики Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова

Куфирина Л. Н.

печать



Заместитель начальника управления-
директор центра кадровой политики



Л.Н. Куфирина

150003, Ярославская область, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14

27.11.2024

Бережной Евгений Иванович

т.ф 8915 074 7785

3

email vek@uniyar.ac.ru