

На правах рукописи

ШЕСТАКОВА Татьяна Павловна



**КВАНТОВАНИЕ ГРАВИТАЦИИ
В ФОРМАЛИЗМЕ
РАСШИРЕННОГО ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА**

1.3.3 – теоретическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук**

г. Ростов-на-Дону

2024 г.

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южный федеральный университет»

Официальные оппоненты:

Березин Виктор Александрович – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Отдела теоретической физики Института ядерных исследований РАН

Иващук Владимир Дмитриевич – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела координации научных исследований и разработок Федерального государственного бюджетного учреждения «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы» (ФГБУ ВНИИМС)

Рубин Сергей Георгиевич – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник кафедры № 40 «Физика элементарных частиц» ФГАУ ВО НИЯУ «Московский инженерно-физический институт»

Сушков Сергей Владимирович – доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой теории относительности и гравитации Института физики Казанского (Приволжского) федерального университета

Защита состоится 12 сентября 2024 года в 15:30 час. на заседании диссертационного совета ПДС 0200.007 Российского университета дружбы народов имени Патриса Лумумбы в зале заседания Ученого совета РУДН по адресу: г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке РУДН.

Автореферат разослан 4 июля 2024 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета ПДС 0200.007
доктор физико-математических наук



С. А. Будочкина

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Со времени создания квантовой механики в первой трети XX века перед теоретической физикой встала задача объединения общей теории относительности с квантовыми представлениями, построения квантовой теории гравитации. Хотя прошло почти сто лет, эта задача до сих пор не решена. Она по-прежнему является **актуальной проблемой теоретической физики.**

Несмотря на несомненные успехи таких теорий, как квантовая электродинамика, теория электрослабых взаимодействий, квантовая хромодинамика, достигнуть значительного продвижения на пути квантования гравитации не удалось. Представляется, что это обусловлено отличием гравитации от других взаимодействий и отличием тех задач, которые должны решать соответствующие квантовые теории. Если в перечисленных теориях основной целью было описание взаимодействий и вычисление вероятностей различных процессов с участием элементарных частиц на фоне плоского пространства-времени Минковского, в случае гравитации квантованию подлежит метрический тензор, определяющий структуру пространства-времени.

Естественно, что на первоначальном этапе для построения квантовой теории гравитации пытались использовать те методы, которые были разработаны при создании квантовой механики и квантовой теории негравитационных полей. Большую роль сыграли идеи Дирака, который был вдохновлен успехами квантовой механики и считал, что необходимым шагом перед квантованием должно быть получение гамильтоновой формулировки теории. Если известна функция Гамильтона, используя стандартные правила канонического квантования, можно записать уравнение Шредингера, после чего остается искать его решения. Но общая теория относительности – теория со связями, и для такой теории построение гамильтонова формализма – отнюдь не тривиальная задача. Можно сказать, что и на сегодняшний день она не имеет однозначного решения. Дирак, как известно, в 1950-х годах выдвинул свой метод, изложенный в работах [1-3]. Применение этого метода к гравитации дано в работе [4].

После введения новой параметризации гравитационных переменных Арновиттом, Дезером и Мизнером (параметризация АДМ) в работе [5], Де Витт, опираясь на идеи Уилера и используя метод Дирака, предпринял первую существенную попытку построения квантовой теории гравитации [6]. Предложенный подход известен как квантовая геометродинамика Уилера – Де Витта, он оказал значительное влияние на развитие этого направления исследований. Главная роль в этом подходе отводится уравнению Уилера – Де Витта для волновой функции Вселенной (квантовому аналогу гамильтоновой связи). Поскольку решение этого уравнения в общем случае, для полной теории гравитации, наталкивается на огромные технические трудности, большинство результатов было получено для космологических моделей с конечным числом степеней свободы. Интерес

к этому направлению стимулировало появление работ Хартла и Хокинга [7], Виленкина [8] и других авторов в начале 1980-х годов.

Было признано, что квантовой геометродинамике Уилера – Де Витта внутренне присущ ряд проблем, среди которых наиболее известны проблема времени, проблема гильбертова пространства (введения положительно-определенного скалярного произведения), проблема упорядочения операторов, проблема параметризационной неинвариантности и другие. Обращение к волновой функции можно в определенном смысле рассматривать как возвращение от квантовой теории поля к аппарату квантовой механики, что порождает проблему интерпретации волновой функции Вселенной.

Все эти проблемы являются взаимосвязанными. Хотя предлагалось множество подходов к их решению, представляется, что в рамках квантовой геометродинамики Уилера – Де Витта они не могут быть решены.

Если теория Уилера – Де Витта была получена в формализме канонического квантования, с развитием техники континуального интегрирования и применения ее к калибровочным полям, были предприняты попытки вывести уравнения Уилера – Де Витта из континуального интеграла и тем самым дать более строгое обоснование квантовой геометродинамики, используя методы квантования калибровочных полей Фаддеева – Попова [9], Баталина – Фрадкина – Вилковскового [10-12] и другие. При этом встает вопрос о доказательстве эквивалентности результатов, полученных в различных подходах. Эквивалентность удается доказать в некоторых частных случаях (для конкретных моделей, для случая коммутирующих связей, в однопетлевом приближении и т. д.). Однако в общем случае доказательство эквивалентности наталкивается на огромные технические трудности, поэтому говорить о таком доказательстве можно лишь с оговорками.

Хотя первоначально проблема времени воспринималась как недостаток теории Уилера – Де Витта, позднее появилась точка зрения, разделяемая рядом ученых, что на фундаментальном уровне, на котором действует квантовая гравитация, времени не существует, а, следовательно, и пространства-времени как гладкого многообразия, каким оно рассматривается в общей теории относительности. Появились подходы, в которых пространство-время понимается как дискретное множество точек. К таким подходам относятся, прежде всего, петлевая квантовая гравитация [13, 14] и подход, использующий причинные множества [16].

На сегодняшний день существует много подходов к квантованию гравитации. Однако нет результатов, которые могли бы однозначно подтвердить правильность какого-либо подхода или ошибочность другого. Отсутствуют экспериментальные данные, которые бы позволили проверить теоретические предсказания. От квантовой теории гравитации ожидают решения общетеоретических вопросов, таких как объяснение гравитационной энтропии. И хотя в рамках теории суперструн [16] или

петлевой квантовой гравитации [14] предлагаются определенные решения, эти решения не являются бесспорными, они вызывают много вопросов, и проблема остается открытой. Некоторые ученые, например, Роджер Пенроуз [17], ожидают от квантовой гравитации решение проблемы квантовых измерений (редукции волновой функции). Но и здесь не удастся существенно продвинуться вперед.

В связи с этим возникает впечатление, что при применении упомянутых методов к гравитационному полю нечто упущено, не принято во внимание именно то, что отличает гравитацию от других полевых теорий. Мы должны допустить, что геометрия пространства-времени может быть произвольной, Вселенная может иметь нетривиальную топологию. В свою очередь это означает, что гравитирующая система, которую мы изучаем, может не иметь асимптотических состояний. Под *гравитирующей системой* понимается физическая система, в динамике которой гравитационное взаимодействие играет определяющую роль, будь то отдельно взятый объект во Вселенной (например, черная дыра) или Вселенная в целом. Асимптотические состояния играют важную роль в квантовой теории калибровочных полей; фактически, именно их наличие обеспечивает калибровочную инвариантность теории.

Представляет интерес исследовать вопрос о возможности построения квантовой теории гравитации, которая не включала бы в себя, явно или неявно, предположение о наличии асимптотических состояний у гравитирующей системы. Поскольку отсутствие асимптотических состояний является характерной особенностью именно гравитации, данное исследование представляется **актуальным** с точки зрения поиска будущей теории квантовой гравитации.

Целью данной работы является формулировка математически последовательной квантовой теории гравитации для гравитирующей системы без асимптотических состояний, каковой является Вселенная в целом.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Формулировка гамильтоновой динамики в расширенном фазовом пространстве.
2. Анализ существующих методов квантования калибровочных полей и их применимости к гравитационному полю.
3. Обоснование и вывод уравнения для волновой функции Вселенной (уравнения Шредингера) из континуального интеграла с эффективным действием Баталина – Вилковыского (Фаддеева – Попова).
4. Получение общего решения этого уравнения и анализ его структуры, получение частных решений для конкретных космологических моделей. Все результаты, полученные для моделей вселенной с конечным числом степеней свободы, допускают обобщение для полной теории гравитации.

5. Анализ следствий предлагаемого подхода для описания эволюции Вселенной как целого и интерпретацию полученных результатов как с точки зрения копенгагенской интерпретации квантовой теории, так и с точки зрения концепции "относительных состояний" Эверетта.

Научная новизна. Впервые сформулирована гамильтонова динамика в расширенном фазовом пространстве, которая представляет альтернативу как обобщенной гамильтоновой динамике Дирака, так и гамильтоновой формулировке, которая получается из эффективного действия Баталина – Фрадкина – Вилковыского. Показано, что система гамильтоновых уравнений в расширенном фазовом пространстве полностью эквивалентна системе лагранжевых уравнений, получаемых вариационной процедурой из эффективного действия Баталина – Вилковыского. Показано, что выполняется принцип соответствия: оператор Гамильтона в уравнении Шредингера, выведенном из континуального интеграла, соответствует функции Гамильтона в расширенном фазовом пространстве.

Впервые показано, что существует класс преобразований в расширенном фазовом пространстве, включающий калибровочные степени свободы, которые являются каноническими преобразованиями в расширенном фазовом пространстве. В лагранжевом формализме таким преобразованиям отвечает переход от старых калибровочных переменных к новым. Это также коренным образом отличается от того, что мы имеем в подходе Дирака: там калибровочные переменные считаются нефизическими, "лишними", а преобразования, включающие такие переменные, не являются каноническими.

Используя глобальную БРСТ-симметрию, получено выражение для генератора БРСТ-преобразований в соответствии с теоремой Нетер, которое совпадает с выражением для генератора в подходе Баталина – Фрадкина – Вилковыского в случае электродинамики и полей Янга – Миллса, но отличается в случае гравитации. Причина этого заключается в том, что группа преобразований, генерируемых гравитационными связями, отличается от группы калибровочных преобразований общей теории относительности в лагранжевом формализме.

Впервые проведен анализ различных методов квантования калибровочных полей в приложении к гравитационному полю с точки зрения калибровочной инвариантности полученных результатов и показано, что отсутствует строгое математическое доказательство калибровочной инвариантности уравнения Уилера – Де Витта.

Проведено обобщение процедуры вывода уравнения Шредингера из континуального интеграла для систем со связями, в том числе калибровочных полей, описываемых эффективным действием Баталина – Вилковыского в лагранжевой форме. Установлено, что уравнение Уилера – Де Витта может рассматриваться как частный случай уравнения Шредингера, отвечающий определенному выбору параметризации гравитационных переменных и выбору калибровочных условий, а также условию

независимости от времени волновой функции Вселенной. Проанализирована структура общего решения уравнения Шредингера, получено уравнение для физической части волновой функции, несущей информацию об объекте исследования.

Получены решения уравнения Шредингера для изотропной модели в различных калибровках (при выборе различных систем отсчета). В соответствии с интерпретацией Ландау и Лифшица системы отсчета как среды, заполняющей все пространство, показано, что выбор различных калибровочных условий (систем отсчета) математически эквивалентен включению в модель среды с заданным уравнением состояния. Предположительно эта среда представляет собой гравитационный вакуум, который проявляет себя как фактор космологической эволюции.

Исследована ситуация, когда в разных областях Вселенной вводятся различные калибровочные условия. Такую ситуацию не имело смысла рассматривать в рамках подхода Уилера – Де Витта или других калибровочно-инвариантных подходов, поэтому в данной работе она изучается впервые. В случае, когда Вселенная имеет сложную топологическую структуру, невозможно ввести одну систему отсчета во всем пространстве-времени, и приходится вводить различные калибровочные условия в разных областях. Тогда эволюция в пределах одной области описывается унитарным оператором, который выражается через физический гамильтониан, вид которого определяется выбранными калибровочными условиями. При переходе из одной области в другую изменяется гильбертово пространство состояний, это влечет за собой преобразование волновой функции, которое, вообще говоря, не является унитарным.

В качестве иллюстрации возможностей предлагаемого подхода рассмотрена гипотеза Сахарова об изменении сигнатуры метрики. Предлагаемый подход позволяет фиксировать сигнатуру метрики с помощью условий, накладываемых на g_{00} -компоненту метрики либо на функцию хода. Это также было сделано впервые, поскольку калибровочно-инвариантный подход исключает зависимость от подобных условий. Далее была рассмотрена гипотеза о рождении Вселенной как о переходе из области физического континуума с чисто пространственной "евклидовой" сигнатурой (+, +, +, +) в область с "лоренцевой" сигнатурой (-, +, +, +). Для каждой из этих двух областей записано уравнение Шредингера и показано, что оно имеет две особые точки, одна из которых соответствует начальной сингулярности, а вторая – границе, на которой происходит смена сигнатуры.

Предложена интерпретация полученных результатов, которая, с одной стороны, согласуется с основными положениями копенгагенской интерпретации квантовой теории, с другой стороны, полученные результаты можно рассматривать как математическую реализацию концепции "относительных состояний" Эверетта, а именно, можно сказать, что физическая волновая функция описывает относительное состояние

физической подсистемы (Вселенной или ее части) при условии, что система отсчета фиксирована с помощью заданных калибровочных условий, и это не находится в противоречии с копенгагенской интерпретацией.

Теоретическое и практическое значение. Теоретическое значение работы заключается в том, что в ней, во-первых, предлагается новая формулировка гамильтоновой динамики для систем со связями, полностью эквивалентная лагранжевой динамике, вытекающей из эффективного действия, включая соответствие между группами преобразований в лагранжевом и гамильтоновом формализме; во вторых, предлагается процедура вывода уравнения Шредингера из континуального интеграла, обобщенная для систем со связями (калибровочных полей), причем оператор Гамильтона в уравнении Шредингера согласуется с функцией Гамильтона в расширенном фазовом пространстве (выполняется квантово-теоретический принцип соответствия); в третьих, предлагается интерпретация полученных результатов, в том числе общего решения уравнения Шредингера, опираясь на основные принципы копенгагенской интерпретации квантовой теории и концепцию "относительных состояний" Эверетта, причем показано, что между принципами копенгагенской интерпретации и концепцией Эверетта нет противоречия. Таким образом, предлагаемый подход к квантованию гравитации является согласованным и содержит новый взгляд на то, какой должна быть будущая квантовая теория гравитации. Практическое значение работы заключается в том, что предлагаемый подход в принципе применим к любой космологической модели или гравитирующей системе (какой является, например, черная дыра), а также к полной теории гравитации, хотя это может быть сопряжено с определенными техническими трудностями. Полученные в рамках данного подхода результаты могут быть, в принципе, по мере увеличения точности наблюдений, сопоставлены с результатами астрофизических наблюдений, что может помочь, с одной стороны, в выявлении того, какой подход к квантованию гравитации является верным, а с другой стороны, – в интерпретации результатов наблюдений.

Методология и методы исследования. В работе используется математический аппарат общей теории относительности и квантовой теории поля, методы квантования калибровочных полей. Отправной точкой для формулировки гамильтоновой динамики в расширенном фазовом пространстве служит эффективно действие Баталина – Вилковыского (Фаддеева – Попова). Основным инструментом является метод континуального интегрирования, с помощью которого уравнение Шредингера для волновой функции Вселенной выводится из континуального интеграла с эффективным действием Баталина – Вилковыского без асимптотических граничных условий. Дальнейшая программа исследований состоит в получении общего решения уравнения Шредингера и частных решений для конкретных космологических моделей; анализ следствий, к которым

приводит зависимость уравнения Шредингера от калибровочных условий в силу отсутствия асимптотических граничных условий в континуальном интеграле; интерпретация полученных результатов.

Научные положения, выносимые на защиту.

1. Разработана новая формулировка гамильтоновой динамики для систем со связями в расширенном фазовом пространстве, основанная на введении в эффективный лагранжиан Баталина - Вилковыского недостающих скоростей с помощью калибровочных условий в дифференциальной форме. Благодаря этому гамильтониан строится по тому же правилу $H = p\dot{q} - L$, что и для систем без связей. Это отличает новую формулировку от подхода Дирака и подхода Баталина – Фрадкина – Вилковыского. Система гамильтоновых уравнений в расширенном фазовом пространстве включает уравнения связи, калибровочные условия и уравнения для духов и полностью эквивалентна расширенной лагранжевой системе уравнений, получаемой из эффективного действия Баталина – Вилковыского. При этом, несмотря на то, что описание динамики системы оказывается максимально приближенным к описанию системы без связей, связи сохраняются; они только модифицируются за счет того, что вместо действия исходной калибровочной теории рассматривается эффективное действие.

2. Показано, что преобразования в расширенном фазовом пространстве, затрагивающие калибровочные степени свободы, являются каноническими. Такие преобразования соответствуют переходу от старых калибровочных переменных к новым в лагранжевом формализме. Физические и нефизические (калибровочные, духовые) степени свободы имеют одинаковый статус в расширенном фазовом пространстве.

3. Получено выражение для генератора БРСТ-преобразований в расширенном фазовом пространстве в соответствии с теоремой Нетер. Показано, что в случае гравитации оно не совпадает с тем выражением, которое получается в подходе Баталина – Фрадкина – Вилковыского, основываясь на алгебре связей. Генератор БРСТ-преобразований, построенный в соответствии с теоремой Нетер, дает преобразования для всех гравитационных переменных, включая калибровочные степени свободы, которые совпадают с калибровочными преобразованиями общей теории относительности, в то время как преобразования, генерируемые в подходе Баталина – Фрадкина – Вилковыского, не полностью совпадают с калибровочными. Это означает, что группа преобразований, генерируемых гравитационными связями, отличается от группы калибровочных преобразований общей теории относительности в лагранжевом формализме. Данный результат еще раз подтверждает эквивалентность новой формулировки гамильтоновой динамики в расширенном фазовом пространстве и лагранжевой динамики, вытекающей из эффективного действия; группы преобразований в лагранжевом и гамильтоновом формализме оказываются полностью согласованными.

4. Получено уравнение Шредингера для волновой функции Вселенной из континуального интеграла с эффективным действием Баталина – Вилковыского, путем обобщения стандартной процедуры, предложенной Фейнманом. Континуальный интеграл рассматривается без асимптотических граничных условий. Эффективное действие аппроксимируется с помощью расширенной лагранжевой системы уравнений, получаемой из эффективного действия вариационной процедурой и включающей, помимо динамических уравнений, уравнения связи, калибровочные условия и уравнения для духовых полей. Обобщенная процедура вывода уравнения Шредингера применима как к модели с конечным числом степеней свободы, так и к полевой модели.

5. Уравнение Уилера – Де Витта может быть получено как частный случай уравнения Шредингера, соответствующий выбору параметризации Арновитта – Дезера – Мизнера для гравитационных переменных, специальному выбору калибровочных условий для этих переменных и условию независимости от времени волновой функции Вселенной. При таком подходе уравнение Уилера – Де Витта не может считаться калибровочно-инвариантным: его решение неявно зависит от выбора калибровочных условий (системы отсчета).

6. В структуре общего решения уравнения Шредингера можно выделить физическую часть волновой функции, зависящую только от физических степеней свободы. Именно эта часть волновой функции несет информацию об объекте исследования – гравитирующей системе, будь то Вселенная в целом или ее подсистема. Она удовлетворяет физическому уравнению Шредингера, причем форма последнего определяется выбранными калибровочными условиями.

7. На примере изотропной модели показано, что введение калибровочного условия в эффективный лагранжиан математически эквивалентно включению в модель среды с заданным уравнением состояния, описываемой феноменологически. Высказана гипотеза о том, что эта среда представляет собой гравитационный вакуум, который проявляет себя как фактор космологической эволюции. Продемонстрировано, что выбор калибровочного условия определяет космологический сценарий.

8. В ситуации, когда в разных областях Вселенной вводятся различные калибровочные условия, что может быть обусловлено сложной топологической структурой пространства-времени и невозможностью ввести одну систему отсчета во всем пространстве-времени, эволюция в пределах одной области описывается оператором эволюции, в который входит физический гамильтониан; на границах областей волновая функция подвергается, вообще говоря, неунитарному преобразованию, что связано с изменением гильбертова пространства состояний.

9. В рамках предлагаемого подхода предложена математическая реализация гипотезы Сахарова об изменении сигнатуры метрики. Различная сигнатура метрики в разных областях физического континуума

фиксируется с помощью условий, расширяющих класс калибровочных условий в комплекснозначную область. Рассмотрена гипотеза о рождении Вселенной в результате изменения сигнатуры метрики на примере изотропной модели. Показано, что уравнение Шредингера в этом случае имеет две особые точки, одна из которых соответствует начальной сингулярности, а вторая – границе, на которой происходит смена сигнатуры.

10. Предложена интерпретация подхода, основанного на формализме расширенного фазового пространства, в соответствии с которой физическая волновая функция описывает относительное состояние физической подсистемы при условии, что система отсчета фиксирована с помощью заданных калибровочных условий. Этот подход можно рассматривать как математическую реализацию концепции "относительных состояний" Эверетта. С другой стороны, полученные результаты также находятся в соответствии с двумя основными принципами копенгагенской интерпретации: принципом целостности, поскольку мы рассматриваем целостную систему, включающую физическую Вселенную и наблюдателя, изучающего эту Вселенную, и принципом дополненности, поскольку наблюдатели в различных системах отсчета видят разные физические явления, которые являются дополнительными друг для друга.

Достоверность полученных результатов основывается, с одной стороны, на использовании математического аппарата общей теории относительности и теоретических методов квантовой теории поля, хорошо себя зарекомендовавшим при применении к негравитационным полям, а с другой стороны, на тщательном анализе того, могут ли эти методы быть применимы к гравитации и, если могут, не нуждаются ли в какой-либо модификации при учете особенностей гравитационного поля, его отличий от других физических полей.

Публикации. За период времени после защиты кандидатской диссертации автором опубликовано 28 статей, из которых 17 статей учитываются в международных базах цитирования, 4 статьи – в рецензируемых научных журналах из списка ВАК, остальные – в сборниках трудов международных конференций и других изданиях. Результаты диссертационного исследования использованы при подготовке двух учебных монографий автора [С1,С2].

Личный вклад автора. Из 28 опубликованных статей 24 написаны автором без соавторов. В этих работах автору принадлежит постановка задач, получение результатов и их обсуждение. Две обзорные работы [В18, В19] написаны в соавторстве с Клаудио Симеоне (С. Simeone, Аргентина). В этих работах разработка плана обзора и часть, посвященная предлагаемому в диссертации подходу к квантованию гравитации, принадлежит автору. Еще две статьи [В16, В17] написаны в соавторстве со студентами физического факультета Южного Федерального университета. В них автору принадлежит постановка задач, проверка вычислений и обсуждение полученных результатов.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и семинарах: V международной конференции по гравитации и астрофизике стран азиатско-тихоокеанского региона (Москва, 2001); международных конференциях "Физические интерпретации теории относительности" (Бауманский Университет, Москва, 2003, 2005, 2007, 2009, 2023); VI международной конференции по космомикрoфизике "COSMION-2004" (Москва - С.-Петербург - Париж, 2004); международной конференции по гравитации, космологии, астрофизике и нестационарной газодинамике, посвященной 90-летию проф. К. П. Станюковича (Москва, 2006); XIII Российской гравитационной конференции (Москва, 2008); III Stueckelberg Workshop on Relativistic Field Theories (Пескара, Италия, 2008); XII Marcel Grossman Meeting (Париж, Франция, 2009); международной конференции "Современные проблемы гравитации, космологии и релятивистской астрофизики" (Москва, 2010); International Conference on Quantum Gravity "Loops 11" (Мадрид, Испания, 2011); XIII Marcel Grossman Meeting (Стокгольм, Швеция, 2012); International Symposium "Frontiers of Fundamental Physics" (Марсель, Франция, 2014); международных конференциях "Quantum Field Theory and Gravity" (Томск, 2014, 2018); 3-й, 4-й, 5-й и 6-й международных конференциях по физике частиц и астрофизике (Москва, 2017, 2018, 2020, 2022); международной научной конференции "Бесконечномерный анализ и математическая физика" (МГУ, Москва, 2019); 10th Alexander Friedmann International Seminar on Gravitation and Cosmology and 4th Symposium on the Casimir Effect (С.-Петербург, 2019); 22nd International Conference on General Relativity and Gravitation and 13th Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Waves (Валенсия, Испания, 2019); 17-й Российской гравитационной конференции (С.-Петербург, 2020); The Satellite Workshop "Developing A. D. Sakharov Legacy in Cosmoparticle Physics" of the 1st Electronic Conference on Universe (online, 2021); семинарах Института теоретической физики Кельнского Университета (Германия, 2015); семинаре Женевского центра проекта "Space and Time after Quantum Gravity" (Женевский Университет, Швейцария, 2016); научном семинаре "Бесконечномерный анализ и математическая физика" механико-математического факультета МГУ (Москва, 2018); семинаре Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ (Дубна, 2023).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав основного текста, заключения, списка литературы (237 наименований) и списка работ автора диссертации. Общий объем диссертации составляет 228 страниц.

Поскольку некоторые идеи, которые легли в основу выдвигаемого в диссертации подхода, были высказаны автором еще в кандидатской диссертации, список **работ автора по теме исследований** включает работы, опубликованные до защиты кандидатской диссертации [A1-A6], работы, опубликованные после защиты кандидатской диссертации [B1-B28] и

учебно-методические монографии автора, в которых в большей или в меньшей степени затрагиваются вопросы, поднятые в настоящей диссертации [С1,С2].

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, указана научная новизна диссертационной работы, сформулированы цель работы и основные научные положения, выносимые на защиту, а также приведено краткое описание содержания диссертации.

Первая глава "*Существующие подходы к квантованию гравитации*" содержит обзор идей и методов, положенных в основу различных подходов к квантованию гравитации. Она начинается с замечания, что, по мнению автора, существуют по крайней мере два обстоятельства, указывающие на то, что теория гравитации и квантовая теория могут и должны быть объединены (раздел 1.1).

Первой попыткой квантования гравитации была квантовая геометродинамика Уилера – Де Витта, в основе которой лежит метод Дирака. Поэтому раздел 1.2 посвящен обобщенной гамильтоновой динамике Дирака и подходу Уилера – Де Витта. В разделе 1.2.1 обсуждаются основные положения гамильтоновой динамики Дирака, в разделе 1.2.2 – ее приложение к гравитационному полю, в разделе 1.2.3 – роль связей (в том числе, гравитационных) как генераторов калибровочных преобразований. В разделе 1.2.4 начинается обсуждение квантовой геометродинамики. При этом используемые идеи и методы критически анализируются. Так, например, подчеркивается, что идею Дирака, в соответствии с которой к исходному гамильтониану должна быть добавлена линейная комбинация связей, следует рассматривать как постулат Дирака, поскольку не существует строгого обоснования, почему нужно поступать именно так. Идея Дирака о том, что при квантовании связи должны накладываться в качестве условий на вектор состояния (волновую функцию), также является постулатом. Ставится вопрос о роли так называемых "нефизических" (калибровочных) степеней свободы: должны ли они быть исключены из физической теории? Подчеркивается, что в случае гравитации именно эти степени свободы определяют структуру пространства-времени. Отмечается, что, используя гравитационные связи как генераторы преобразований, не удаётся получить правильные преобразования (совпадающие с калибровочными) для всех гравитационных переменных. Высказывается сомнение в том, что квантовая геометродинамика Уилера – Де Витта в действительности является калибровочно-инвариантной теорией, как это предполагалось её создателями.

В разделе 1.2.5 продолжается обсуждение проблем квантовой геометродинамики (проблемы времени, проблемы гильбертова

пространства, проблемы наблюдаемых). В разделе 1.2.6 ставится вопрос о физическом смысле волновой функции Вселенной.

В подходе Уилера – Де Витта использовалось каноническое (операторное) квантование. В разделе 1.3 рассматриваются подходы, основанные на фейнмановском интегрировании по траекториям. Раздел начинается с обсуждения подхода Хартла – Хокинга [7], которые предложили определить волновую функцию Вселенной через континуальный интеграл по всем положительно-определённым четырёхмерным метрикам с "евклидовой" сигнатурой (+, +, +, +) (раздел 1.3.1).

В разделе 1.3.2 обсуждается метод Фаддеева – Попова [9], роль асимптотических граничных условий в обеспечении калибровочной инвариантности теории и проблемы, связанные с отсутствием асимптотических состояний у большинства гравитирующих систем, в связи с чем наложение асимптотических граничных условий не представляется оправданным в случае гравитации. В разделе 1.3.3 рассматривается метод Баталина – Фрадкина – Вилковыского (БФВ) [10-12], в котором, так же, как и в методе Фаддеева – Попова, существенная роль принадлежит асимптотическим граничным условиям. Отмечается, что создателям подхода БФВ был хорошо известен тот математический факт, что группа преобразований, генерируемых связями, отличается от группы калибровочных преобразований исходной теории, которая была первоначально сформулирована в лагранжевом формализме.

Раздел 1.4 посвящен каноническим преобразованиям в фазовом пространстве. Необходимость включения такого раздела обусловлена продолжением обсуждения роли калибровочных переменных в теории гравитации. В разделе 1.4.1 рассматриваются преобразования, затрагивающие калибровочные степени свободы, вида

$$N_{\mu} = V_{\mu}(g_{0\nu}, g_{ij}), \quad \gamma_{ij} = g_{ij}, \quad (1)$$

где N_{μ} – некоторые новые функции компонент метрического тензора, причем они не обязательно составляют 4-вектор. К преобразованиям такого вида принадлежит преобразование от компонент метрического тензора к переменным АДМ. Следуя работе [18], показывается, что такие преобразования не являются каноническими, что приводит к сомнениям в том, что формулировка теории гравитации Эйнштейна, использующая в качестве полевых переменных компоненты метрического тензора, и формулировка, использующая переменные АДМ, являются эквивалентными.

В разделе 1.4.2 рассматривается проблема построения генератора калибровочных преобразований и ставится вопрос, возможно ли построить гамильтонову динамику калибровочной теории так, чтобы она была максимально подобной гамильтоновой динамике теории без связей? Имеется в виду следующее: она должна рассматриваться в расширенном фазовом пространстве, где все переменные, включая калибровочные и

духовые, имеют равный статус; система уравнений Гамильтона должна быть эквивалентна лагранжевой системе уравнений; преобразования в расширенном фазовом пространстве, затрагивающие калибровочные переменные, должны иметь статус канонических; должен существовать способ построения генератора преобразований в фазовом пространстве, которые совпадают с калибровочными для всех обобщенных координат исходной теории.

Раздел 1.5 представляет собой обзор идей и проблем квантовой космологии. Он начинается с напоминания о дискуссии 1980-х годов между Хокингом, Виленкиным, Линде и другими космологами о начале Вселенной, дискуссии, которая на новом уровне продолжилась в 1990-х (раздел 1.5.1). В разделе 1.5.2 обсуждаются представления о рождении Вселенной: гипотеза А. Д. Сахарова о рождении Вселенной в результате квантового перехода с изменением сигнатуры метрики [19], а также подход, известный как третичное квантование.

В разделе 1.5.3 обсуждается изменение отношения космологов к проблеме времени. Если после формулировки квантовой геометродинамики Уилера – Де Витта она рассматривалась как существенный недостаток теории, позднее многие космологи приняли иную точку зрения, которая состоит в том, что отсутствие времени – это естественная особенность квантовой гравитации. В обоснование такой точки зрения нередко приводится аналогия между траекторией и пространством-временем: подобно тому, как в квантовой механике не существует понятия траектории, в квантовой гравитации не должно быть понятия пространства-времени.

Идея об отсутствии времени в квантовой гравитации приводит к тому, что автор диссертации называет разрушением пространства-времени. В подходе Дирака – Уилера – Де Витта структура пространства-времени не играет никакой роли. И возникает вопрос, квантовая геометродинамика – это попытка проквантовать именно общую теорию относительности, или же какую-либо другую теорию гравитации? Также это приводит к еще более сложным вопросам о том, как возникает четырехмерное пространство-время, как появляется само время с таким свойством как необратимость?

В разделе 1.5.4 обсуждается вопрос, способна ли современная квантовая космология делать предсказания, которые можно было бы сравнить с данными наблюдений. Критически рассматривается подход, целью которого является получение временного уравнения Шредингера для негравитационных полей на фоне медленно меняющегося классического гравитационного поля и квантово-гравитационных поправок к этому уравнению [20]. В заключение обзора, в разделе 1.5.5 кратко рассматриваются основные идеи достаточно распространенного сейчас подхода, известного как петлевая квантовая гравитация.

Несмотря на наличие множества подходов к квантованию гравитации, основные проблемы остаются нерешенными. В последующих главах

представлен другой подход, основанный на формализме расширенного фазового пространства. Хотя этот подход не претендует на роль окончательной квантовой теории гравитации, он предлагает решение некоторых из обсуждаемых выше проблем.

Во второй главе "Гамильтонова динамика в расширенном фазовом пространстве" излагается способ построения гамильтоновой динамики системы со связями, альтернативный методу, предложенному Дираком.

Раздел 2.1 посвящен построению гамильтониана и получению гамильтоновой системы уравнений в расширенном фазовом пространстве. В разделе 2.1.1 обосновываются преимущества выбора дифференциальной формы калибровочных условий. Сформулированы положения, опираясь на которые будет строиться гамильтонова динамика:

1. Все реалистические физические теории были первоначально сформулированы в лагранжевой форме, иначе говоря, лагранжева формулировка является исходной формулировкой физической теории.

2. В современной квантовой теории поля, имея в виду работу с континуальными интегралами, которые в случае калибровочных полей являются расходящимися, калибровочно-инвариантное действие исходной теории заменяется эффективным действием, содержащим слагаемые, нарушающие калибровочную инвариантность, в том числе член, фиксирующий калибровку.

Вначале рассматривается модель с конечным числом степеней свободы, описываемая действием

$$S_{(grav)} = \int dt \left[\frac{1}{2} g_{ab}(N, q) \dot{q}^a \dot{q}^b - U(N, q) \right]. \quad (2)$$

Для многих космологических моделей действие сводится к виду (2). q^a – физические степени свободы, N – калибровочная степень свободы, g_{ab} – метрика конфигурационного пространства системы. Используется класс калибровочных условий

$$N = f(q). \quad (3)$$

В дифференциальной форме такое условие принимает вид

$$\dot{N} = \frac{\partial f}{\partial q^a} \dot{q}^a, \quad (4)$$

Это позволяет ввести в эффективный лагранжиан недостающую обобщенную скорость \dot{N} . С учетом дугового сектора эффективное действие будет иметь вид

$$S = \int dt \left[\frac{1}{2} g_{ab}(N, q) \dot{q}^a \dot{q}^b - U(N, q) + \pi \left(\dot{N} - \frac{\partial f}{\partial q^a} \dot{q}^a \right) + \bar{\theta} \dot{N} \theta \right], \quad (5)$$

где θ , $\bar{\theta}$ – духи Фаддеева – Попова, π – обобщенный импульс, сопряженный калибровочной переменной N .

Гамильтониан в расширенном фазовом пространстве запишем следующим образом:

$$H = p_a \dot{q}^a + \pi \dot{N} + \bar{\mathcal{P}} \dot{\theta} + \dot{\bar{\theta}} \mathcal{P} - L = \frac{1}{2} G^{\alpha\beta} P_\alpha P_\beta + \frac{1}{N} \bar{\mathcal{P}} \mathcal{P} + U(Q), \quad (6)$$

где

$$G^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial q^a} & \frac{\partial f}{\partial q_a} & \frac{\partial f}{\partial q_a} \\ \frac{\partial f}{\partial q_a} & g^{ab} \end{pmatrix}; \quad Q^\alpha = (N, q^a); \quad P_\alpha = (\pi, p_a), \quad (7)$$

p_a и $\bar{\mathcal{P}}$, \mathcal{P} – импульсы, сопряженные физическим переменным и духам.

В полной гравитационной теории рассматриваются калибровочные условия

$$f^\mu(g_{v\lambda}) = 0, \quad (8)$$

или, в дифференциальной форме,

$$\frac{d}{dt} f^\mu(g_{v\lambda}) = 0; \quad \frac{\partial f^\mu}{\partial g_{v\lambda}} \dot{g}_{v\lambda} = 0, \quad (9)$$

и полное действие будет иметь вид

$$S = S_{(grav)} + \int d^4x \left[\Lambda_\mu \frac{\partial f^\mu}{\partial g_{v\lambda}} \dot{g}_{v\lambda} + \dot{\bar{\theta}}_\mu \frac{\partial f^\mu}{\partial g_{v\lambda}} (\theta^i \partial_i g_{v\lambda} + g_{vp} \partial_\lambda \theta^p + g_{\lambda p} \partial_v \theta^p) \right]. \quad (10)$$

В [разделе 2.1.2](#) представлена расширенная система лагранжевых уравнений для модели с эффективным действием (5). Она включает в себя 1) уравнения для физических степеней свободы; 2) уравнение связи; 3) уравнения для духов; 4) калибровочное условие. После этого выписана система гамильтоновых уравнений в расширенном фазовом пространстве. Калибровочное условие и уравнение связи получают статус гамильтоновых уравнений. Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что гамильтонова система уравнений эквивалентна расширенной лагранжевой системе уравнений.

В [разделе 2.2](#) продолжается обсуждение канонических преобразований, которое было начато в [разделе 1.4.1](#), и ставится вопрос, возможно ли так сформулировать гамильтонову динамику, чтобы преобразования типа (1) имели бы статус канонических преобразований в расширенном фазовом пространстве? Для того, чтобы ответить на этот вопрос, в [разделе 2.2.1](#) рассматриваются канонические преобразования для механической системы без связей, в [разделе 2.2.2](#) рассматриваются канонические преобразования для модели с конечным числом степеней свободы, описываемой действием (5). В последнем случае в результате перехода к новой калибровочной переменной изменяется фиксирующий калибровку член в эффективном действии. Это приводит к изменению импульсов, сопряженных физическим степеням свободы. Показано, что преобразования, затрагивающие калибровочные переменные, являются каноническими в

предлагаемой формулировке гамильтоновой динамики в расширенном фазовом пространстве. В разделе 2.2.3 делается обобщение предыдущих результатов на случай полной гравитационной теории и показывается, что преобразования типа (1) являются каноническими в расширенном фазовом пространстве.

В разделе 2.3 решается проблема построения генератора калибровочных преобразований в расширенном фазовом пространстве, которая обсуждалась в разделе 1.4.2. Таким генератором является БРСТ-заряд, построенный по теореме Нетер. В разделе 2.3.1 приводятся основные сведения о БРСТ-преобразованиях в теориях Янга – Миллса и гравитации. В разделе 2.3.2 обращается внимание на то, что, кроме метода построения БРСТ-заряда, предложенного Баталиным, Фрадкиным и Вилковыским и основанном на алгебре связей, существует другой способ, использующий глобальную БРСТ-симметрию и теорему Нетер. Для полей Янга – Миллса использование теоремы Нетер приводит к выражению, которое в точности совпадает с тем, которое получается в соответствии с методом БФВ при условии замены духов БФВ духами Фаддеева – Попова. Однако в теории гравитации мы сталкиваемся с иной ситуацией.

Эта ситуация обсуждается в разделе 2.3.3. В случае гравитации мы имеем дело не с внутренней симметрией, как в теории Янга – Миллса, а с пространственно-временной симметрией. Это приводит к изменению выражения для БРСТ-заряда в соответствии с теоремой Нетер. Для того, чтобы обеспечить БРСТ-инвариантность эффективного действия, необходимо добавить к нему дополнительное слагаемое, содержащее полные производные и не влияющее на уравнения движения. Для модели с эффективным действием (5) мы получим следующее выражение для БРСТ-заряда:

$$\Omega_{mod} = -H\theta - \pi\mathcal{P}, \quad (11)$$

где H – гамильтониан модели в расширенном фазовом пространстве (6). Этот БРСТ-заряд не совпадает с генератором, полученным по методу БФВ, но дает правильное (т. е. совпадающее с калибровочным) преобразование для калибровочной переменной N :

$$\delta N = \{N, \Omega_{mod}\} \bar{\varepsilon} = -\frac{\partial H}{\partial \pi} \theta \bar{\varepsilon} - \mathcal{P} \bar{\varepsilon} = -\dot{N} \theta \bar{\varepsilon} - N \dot{\theta} \bar{\varepsilon}. \quad (12)$$

Далее рассматривается более сложная сферически-симметричная гравитационная модель, для которой квадрат пространственно-временного интервала имеет вид:

$$ds^2 = \left[-N^2(t, r) + (N^r(t, r))^2 V^2(t, r) \right] dt^2 + 2N^r(t, r) V^2(t, r) dt dr + V^2(t, r) dr^2 + W^2(t, r) (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (13)$$

Здесь $N^r = N^1$ – единственная компонента вектора сдвига. Модель имеет две связи (гамильтонову и одну импульсную связь), и поэтому лучше имитирует полную теорию гравитации. С помощью теоремы Нетер после

достаточно длинных вычислений получается следующее выражение для БРСТ-заряда:

$$\begin{aligned} \Omega_{spher} = \int_0^\infty dr \left[-\mathcal{H}\theta^0 - P_V V'\theta^r - P_N \frac{\partial f}{\partial V} V'\theta^r - P_{N^r} \frac{\partial f^r}{\partial V} V'\theta^r - P_W W'\theta^r - \right. \\ - P_N \frac{\partial f}{\partial W} W'\theta^r - P_{N^r} \frac{\partial f^r}{\partial W} W'\theta^r - P_V V N^r (\theta^0)' - P_N \frac{\partial f}{\partial V} V N^r (\theta^0)' - \\ - P_{N^r} \frac{\partial f^r}{\partial V} V N^r (\theta^0)' - P_V V (\theta^r)' - P_N \frac{\partial f}{\partial V} V (\theta^r)' - P_{N^r} \frac{\partial f^r}{\partial V} V (\theta^r)' - \\ \left. - \bar{P}_{\theta^0} (\theta^0)' \theta^r - \bar{P}_{\theta^r} (\theta^r)' \theta^r - P_N P_{\bar{\theta}_0} - P_{N^r} P_{\bar{\theta}_r} - \frac{N W W' (\theta^0)'}{V} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь \mathcal{H} – плотность гамильтониана в расширенном фазовом пространстве для сферически-симметричной модели, ее явный вид приведен в работе автора [10], P_N , P_{N^r} , P_V , P_W , \bar{P}_{θ^0} , \bar{P}_{θ^r} , $P_{\bar{\theta}_0}$, $P_{\bar{\theta}_r}$ – импульсы, сопряженные соответствующим переменным. Можно убедиться, что БРСТ-заряд (14) генерирует правильные (т. е. совпадающие с калибровочными) преобразования для калибровочных переменных N и N^r , а также для остальных переменных. В заключение этого раздела обсуждается построение БРСТ-генератора для полной теории гравитации и высказывается предположение, что в этом случае, так же как и в описанных выше, структура БРСТ-заряда, построенного в соответствии с теоремой Нетер, будет отличаться от структуры генератора, полученного по алгоритму БФВ.

В разделе 2.3.4 рассматривается вопрос о требовании БРСТ-инвариантности физических состояний. Метод БФВ опирается на формализм континуального интегрирования, однако можно сформулировать правила канонического квантования в расширенном фазовом пространстве, когда операторами заменяются не только обобщенные координаты и импульсы, соответствующие физическим степеням свободы, но также калибровочные и духовые переменные и сопряженные им импульсы. При этом необходимо определить правила отбора для физических состояний. Общепринятый ответ состоит в том, что физические состояния должны удовлетворять требованию БРСТ-инвариантности

$$\Omega_{BFV} \Psi = 0, \quad (15)$$

где Ω_{BFV} – БРСТ-генератор, построенный по алгоритму БФВ. С теоретической точки зрения любой набор некоммутирующих связей может быть преобразован к эквивалентному набору коммутирующих связей, хотя практически это бывает невозможно осуществить. В этом случае условие (15) эквивалентно уравнению Уилера – Де Витта.

Здесь возникает новая проблема, которая заключается в том, что есть два генератора – один, построенный в соответствии с алгоритмом

БФВ, и другой, построенный по теореме Нетер, которые не совпадают друг с другом. Существование этих двух генераторов объясняется тем, что они отвечают БРСТ-преобразованиям в лагранжевом и гамильтоновом (дираковском) формализмах, а те, в свою очередь, соответствуют калибровочным преобразованиям и преобразованиям, генерируемым связями, которые в случае гравитации не совпадают и представляют собой две разные группы преобразований.

Гамильтонова динамика в расширенном фазовом пространстве обладает рядом преимуществ: гамильтонова система уравнений полностью эквивалентна лагранжевой, преобразования в расширенном фазовом пространстве, включающие калибровочные переменные, являются каноническими, есть математически корректный способ построить БРСТ-заряд по теореме Нетер, который дает правильные преобразования для всех степеней свободы. Однако наложение условия $\Omega_{NT}\Psi = 0$, где Ω_{NT} – БРСТ-заряд, построенный по теореме Нетер, не приведет к уравнению Уилера – Де Витта.

Предложенный формализм рассматривается в качестве отправной точки для построения квантовой теории гравитации. Этому посвящена следующая глава.

Особенностям предлагаемого подхода к квантованию гравитации посвящена **третья глава** "*Квантование гравитации, основанное на формализме расширенного фазового пространства*". Раздел 3.1 посвящен сопоставлению уравнения Шредингера и уравнения Уилера – Де Витта. В разделе 3.1.1 приводятся краткие исторические сведения о том, как было найдено уравнение Уилера – Де Витта, и дается критическая оценка этого уравнения. В разделе 3.1.2 уравнение Шредингера рассматривается в контексте квантовой теории поля. В нем подчеркивается, что уравнение Шредингера было и остается фундаментальным уравнением квантовой теории, а также имеет то преимущество, что существует математически хорошо разработанная процедура его вывода, основы которой заложены еще Фейнманом [21]. Это уравнение, возможно, не является окончательным уравнением квантовой гравитации. Цель исследования заключается в том, чтобы понять, какие возможности открываются в теории, если заменить уравнение Уилера – Де Витта уравнением Шредингера. В разделе 3.1.3 обосновывается выбор формы континуального интеграла как исходного объекта для процедуры вывода уравнения Шредингера. В предлагаемом подходе таковым является континуальный интеграл с эффективным действием Фаддеева – Попова в лагранжевой форме без асимптотических граничных условий. Исходя из вида гамильтониана в расширенном фазовом пространстве для модели с конечным числом степеней свободы (6), предсказан вид оператора Гамильтона для этой модели. Далее мы увидим, что он в точности соответствует оператору Гамильтона, который получается при выводе уравнения Шредингера из континуального интеграла.

Раздел 3.2 посвящен собственно выводу уравнения Шредингера. В разделе 3.2.1 рассматривается вывод уравнения Шредингера для динамической системы без связей. В разделе 3.2.2 показывается, что мера в континуальном интеграле совпадает с мерой в определении скалярного произведения в координатном представлении. В разделе 3.2.3 обсуждается вывод уравнения Шредингера для системы со связями. Для модели с эффективным действием (5) мы получаем уравнение

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H \Psi, \quad (16)$$

где оператор Гамильтона есть

$$H = -\frac{1}{2M} \frac{\partial}{\partial Q^\alpha} \left(M G^{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial Q^\beta} \right) - \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} + U(Q) + V[f]. \quad (17)$$

$M(N, q) = \frac{\sqrt{g}}{N}$ – мера в континуальном интеграле; g – определитель метрического тензора конфигурационного пространства. Мера оказывается зависимой от калибровочной переменной N , а через нее – от функции $f(q)$. $V[f]$ – квантовая поправка к потенциалу $U(Q)$, которая включает в себя кривизну конфигурационного пространства, построенную по его метрике g_{ab} , и вклад духовых степеней свободы. Оператор Гамильтона (17) с учетом упорядочения, отвечающему требованию эрмитовости, в точности соответствует гамильтониану в расширенном фазовом пространстве (6), что является косвенным подтверждением правильности выбранного подхода.

Волновая функция Ψ , удовлетворяющая уравнению (16), (17), определена на расширенном конфигурационном пространстве с координатами $N, q, \theta, \bar{\theta}$. Процедура вывода уравнения Шредингера может быть обобщена на случай бесконечномерных полевых систем.

В разделе 3.2.4 устанавливается структура общего решения уравнения Шредингера. Для модели с эффективным действием (5) определяется зависимость волновой функции от калибровочной и духовых переменных. Она имеет вид:

$$\Psi(N, q, \theta, \bar{\theta}; t) = \int \Phi_k(q, t) (\bar{\theta} + i\theta) \delta(N - f(q) - k) dk. \quad (18)$$

$\Phi_k(q, t)$ – решение уравнения

$$i \frac{\partial \Phi_k}{\partial t} = H_{(phys)} \Phi_k, \quad (19)$$

причем

$$H_{(phys)} = \left[-\frac{1}{2M} \frac{\partial}{\partial q^a} \left(M g^{ab} \frac{\partial}{\partial q^b} \right) + U(N, q) + V[f] \right]_{N=f(q)+k}. \quad (20)$$

Подстановка решения (18) в уравнение Шредингера (16) приводит к тому, что из оператора (17) уходят производные по калибровочной переменной N , а сама калибровочная переменная везде заменяется на $f(q) + k$. Функция $\Phi_k(q, t)$ зависит только от физических переменных и может быть названа *физической частью волновой функции*. Именно она представляет основной интерес. Уравнение (19) может быть названо *физическим уравнением Шредингера*. Как следует из определения оператора Гамильтона (20), оно оказывается зависимым от выбранного калибровочного условия, т. е. от системы отсчета. Информация о наблюдаемом объекте (геометрии пространства-времени и полях материи в нем) зависит от того, в какой системе отсчета находится наблюдатель.

Запишем условие нормировки для физической части волновой функции:

$$\int \Phi_k^*(q, t) \Phi_k(q, t) M(f(q) + k, q) dk \prod_a dq^a = 1. \quad (21)$$

Теория не фиксирует зависимости $\Phi_k(q, t)$ от k , однако можно предположить, что общее решение (18) представляет собой достаточно узкий пакет по k , что обеспечивает сходимость интеграла (21). Пакет должен быть достаточно узким, но не δ -образным, что означает, что существует некоторый разброс значений k . Это полностью согласуется с представлениями квантовой теории: мы не можем жестко фиксировать систему отсчета.

В случае полной теории гравитации общее решение будет иметь аналогичную структуру с учетом того, что имеется четыре калибровочных условия и, соответственно, четыре пары духов.

В разделе 3.2.5 ставится вопрос о том, что представляет собой уравнение Уилера – Де Витта с точки зрения предлагаемого подхода к квантованию гравитации. В рамках предлагаемого подхода мы можем получить уравнение Уилера – Де Витта из физического уравнения Шредингера при выполнении следующих условий:

1. Выбор параметризации АДМ.
2. Наложение условия $N = 1$ (в полной теории гравитации, учитывая, что гравитационный гамильтониан представляет собой линейную комбинацию связей, следует также наложить условия $N_i = 0$).
3. Требование независимости физической части волновой функции от времени.

Заметим, что первые два требования совместно фиксируют систему отсчета.

В разделе 3.3 рассматриваются следствия того формализма, который был изложен в предыдущем разделе. Эти следствия складываются в определенную физическую картину.

В разделе 3.3.1 обосновывается переход к стационарному уравнению Шредингера для физической части волновой функции

$$H_{(phys)} \Phi_k = E \Phi_k. \quad (22)$$

Величина E возникает вследствие того, что используется эффективное действие. При варьировании члена, фиксирующего калибровку, и духового действия, в уравнениях Эйнштейна возникают дополнительные слагаемые. При интегрировании по трехмерному пространству дополнительного слагаемого, которое является результатом варьирования члена, фиксирующего калибровку, получается величина E . Своим происхождением эта величина связана с фиксацией системы отсчета.

В разделе 3.3.2 наминается интерпретация системы отсчета, которая была дана Ландау и Лифшицем [22], как некой среды, заполняющей все пространство. Высказывается гипотеза, что лучшим кандидатом на роль среды, выполняющей функцию системы отсчета, является гравитационный вакуум.

В разделе 3.3.3 показывается, что, выбирая разные калибровочные условия, можно описывать среды с различными уравнениями состояния. Это демонстрируется это на примере модели замкнутой изотропной Вселенной, заполненной разными видами материи, описываемой феноменологически. Даже в подходе Уилера – Де Витта введение различных видов материи в совокупности с различным выбором параметризации калибровочной переменной позволяет свести уравнение Уилера – Де Витта к уравнению типа стационарного уравнения Шредингера $H\Psi = E\Psi$ [23]. В предлагаемом подходе к квантованию гравитации тот же результат достигается выбором функции, фиксирующей калибровку.

В разделе 3.3.4 показывается, что среда, описываемая членом, фиксирующем калибровку, в эффективном действии (гравитационный вакуум), проявляет себя как фактор космологической эволюции. Рассматривается калибровочное условие

$$N = a + \frac{1}{a^3} \quad (23)$$

(a – масштабный фактор). Соответствующее уравнение состояния среды есть

$$p = \frac{1}{3} \frac{a^4 - 3}{a^4 + 1} \varepsilon. \quad (24)$$

Калибровочное условие (23) интересно тем, что в пределе малых значений масштабного фактора, $a \rightarrow 0$, оно переходит в условие $Na^3 = 1$, которое является аналогом более общего условия $\det \|g_{\mu\nu}\| = 1$ для данной модели. Варьирование гравитационного действия при учете этого дополнительного условия приводит к уравнениям Эйнштейна с космологической постоянной [24]. Уравнение состояния в этом пределе принимает вид $p = -\varepsilon$, что характерно для вакуума. Этот случай соответствует инфляционно расширяющейся вселенной. В пределе больших значений масштабного фактора, $a \rightarrow \infty$, калибровочное условие (23) переходит в

конформную калибровку $N = a$. Уравнение состояния среды $p = \frac{1}{3}\varepsilon$ характерно для фридмановской вселенной, заполненной излучением.

Калибровочное условие (23) соответствует наиболее реалистичскому сценарию, когда по мере того, как масштабный фактор возрастает, инфляционная стадия сменяется медленным фридмановским расширением. В разделе 3.3.4 найден спектр уравнения (22) при выборе калибровочного условия (23) и в указанных выше предельных случаях.

Раздел 3.3.5 содержит первый набросок космологического сценария. Возможный космологический сценарий состоит в том, что Вселенная рождается в состоянии со значением параметра E , вероятно, отличным от нуля. В этом состоянии она локализована в области малых значений масштабного фактора. Затем, в результате квантовых переходов Вселенная оказывается в состоянии с $E = 0$, в котором она описывается решением уравнения Уилера – Де Витта, и на следующем этапе ее состояние описывается квазиклассической волновой функцией. То, что состояние Вселенной на определенном этапе эволюции может описываться решением уравнения Уилера – Де Витта, отнюдь не возвращает этому уравнению его фундаментального характера. Допускается, что наша Вселенная может описываться его решением лишь в течение достаточно малого переходного интервала времени, когда Вселенная оказывается в состоянии с $E = 0$, но еще не может описываться (квази)классически.

В разделе 3.3.6 обсуждается зависимость физического уравнения Шредингера от калибровочного условия. В частности, из нормировочного условия (21) видно, что мера M в физическом конфигурационном пространстве зависит от выбора калибровки. От этого выбора также зависит оператор $H_{(phys)}[f]$ (20) в физическом уравнении Шредингера. Ставится вопрос, как изменится физическое уравнение Шредингера, если вместо калибровочного условия $N = f(q) + k$ рассмотреть условие $N = f(q) + \delta f(q) + k$, где $\delta f(q)$ мало. В результате получится уравнение с оператором $H_{(phys)}[f + \delta f]$, который является эрмитовым по построению в гильбертовом пространстве с мерой $M(f(q) + \delta f(q) + k, q)$, однако он не будет эрмитовым в пространстве с мерой $M(f(q) + k, q)$, в котором нормированы решения уравнения (19) с оператором (20). В пространстве с мерой $M(f(q) + k, q)$ оператор $H_{(phys)}[f + \delta f]$ будет иметь, вообще говоря, антиэрмитову часть.

В разделе 3.3.7 рассмотрена эволюция физической подсистемы в случае, когда в различных областях пространства-времени наложены разные калибровочные условия. Это мотивируется тем, что случай, когда пространственно-временное многообразие может быть покрыто только одной координатной системой, достаточно редкий. Если мы допускаем

нетривиальную топологию, пространство-время может состоять из нескольких областей, в каждой из которых введена своя система координат. В разных областях нужно вводить различные калибровочные условия.

Пусть пространственно-временное многообразие \mathcal{M} состоит из нескольких областей $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3, \dots$, в каждой из которых наложены различные калибровочные условия C_1, C_2, C_3, \dots . Такие области должны существовать во вселенной с нетривиальной топологией. Но для простоты предположим, что границы $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots$ между областями пространственноподобны и соответствуют определенным моментам времени t_1, t_2, \dots . Внутри области \mathcal{R}_1 эволюция физической подсистемы определяется унитарным оператором $\exp[-iH_{1(phys)}(t_1 - t_0)]$, где $H_{1(phys)}$ – физический оператор Гамильтона в области \mathcal{R}_1 с калибровочными условиями C_1 . Пусть в начальное время t_0 на поверхности \mathcal{S}_0 состояние системы описывается вектором $|g_{\mu\nu}^{(0)}, \mathcal{S}_0\rangle$. Тогда состояние на границе \mathcal{S}_1 есть

$$|g_{\mu\nu}^{(1)}, \mathcal{S}_1\rangle = \exp[-iH_{1(phys)}(t_1 - t_0)] |g_{\mu\nu}^{(0)}, \mathcal{S}_0\rangle \quad (25)$$

Однако, если мы перейдем из области \mathcal{R}_1 в область \mathcal{R}_2 , мы обнаружим, что в области \mathcal{R}_2 векторы состояний принадлежат уже другому гильбертову пространству, базис которого образуют собственные векторы оператора $H_{2(phys)}$ – физического оператора Гамильтона в области \mathcal{R}_2 . Переход к новому базису в данном случае не является унитарной операцией. Обозначим оператор перехода к новому базису в области \mathcal{R}_2 как $\mathcal{P}(\mathcal{S}_1, t_1)$. Тогда

$$|g_{\mu\nu}^{(3)}, \mathcal{S}_3\rangle = \exp[-iH_{3(phys)}(t_3 - t_2)] \mathcal{P}(\mathcal{S}_2, t_2) \exp[-iH_{2(phys)}(t_2 - t_1)] \times \quad (26)$$

$$\times \mathcal{P}(\mathcal{S}_1, t_1) \exp[-iH_{1(phys)}(t_1 - t_0)] |g_{\mu\nu}^{(0)}, \mathcal{S}_0\rangle$$

На любой границе \mathcal{S}_i между областями, в которых наложены разные калибровочные условия, унитарная эволюция нарушается.

В разделе 3.3.8 рассматриваются различные виды калибровочных преобразований:

1. Остаточные калибровочные преобразования, не изменяющие калибровочных условий.

2. Преобразования, чьи параметры могут быть связаны гомотопией. К этому типу следует отнести зависящие от времени калибровочные условия. Их можно рассматривать как условия, осуществляющие гладкий переход от одной калибровки к другой. Описывается обобщение предлагаемого формализма на случай явно зависящих от времени калибровочных условий. Аппроксимацию такого калибровочного условия можно представить в виде ступенчатой функции, предполагая, что на каждом

временном интервале $[t_i, t_{i+1}]$ изменение калибровочного условия есть $\delta f_i(q) = \alpha f_i(q)$, где α – малый параметр. Это возвращает нас к случаю малого изменения калибровочного условия, рассмотренного в разделе 3.3.6. Изменение калибровочного условия приводит к появлению дополнительных слагаемых, которые являются неэрмитовыми по отношению к физическому пространству состояний, которое мы имели до того, как изменили калибровочное условие. В случае калибровки, зависящей от времени, это означает, что в каждый момент времени мы имеем оператор Гамильтона, действующий в своем собственном, "мгновенном" гильбертовом пространстве. "Мгновенный" оператор Гамильтона является эрмитовым оператором в каждый момент времени, но он неэрмитов по отношению к гильбертову пространству, которое мы имели в предыдущий момент. Можно провести аналогию между рассматриваемой ситуацией и рождением частиц в нестационарном гравитационном поле, где мы также имеем "мгновенный" оператор Гамильтона и "мгновенный" фоковский базис [25].

3. Калибровочные условия в двух областях пространства-времени фиксируют калибровочные параметры, которые принадлежат к разным гомотопическим классам, а пространственно-временные координаты в этих областях связаны сингулярным преобразованием. Форма уравнения Шредингера будет меняться дискретным образом при переходе из одной области пространства-времени с определенными калибровочными условиями в другую.

Согласно фон Нейману [26], вся эволюция физической системы может быть представлена формулой

$$\begin{aligned} |\Psi(t_N)\rangle = & U(t_N, t_{N-1}) \mathcal{P}(t_{N-1}) U(t_{N-1}, t_{N-2}) \dots \times \\ & \times \dots U(t_3, t_2) \mathcal{P}(t_2) U(t_2, t_1) \mathcal{P}(t_1) U(t_1, t_0) |\Psi(t_0)\rangle \end{aligned} \quad (27)$$

где $U(t_i, t_{i-1})$ – унитарные операторы эволюции, $\mathcal{P}(t_i)$ – проекционные операторы, соответствующие измерениям в моменты времени t_1, t_2, \dots, t_{N-1} . Подобная последовательность операторов имеет место в (26). Аналогию между (26) и (27) можно объяснить следующим образом: изменение калибровочных условий (системы отсчета, которая играет роль прибора в гравитации) заставляет нас перейти к другому гильбертову пространству. В такие моменты происходит нарушение унитарной эволюции.

В разделе 3.4 рассматривается гипотеза А. Д. Сахарова об изменении сигнатуры метрики [19] с точки зрения подхода, основанного на формализме расширенного фазового пространства. В разделе 3.4.1 обсуждается предположение Сахарова о существовании областей с различной сигнатурой подразумевает введение различных координат в разных областях физического континуума. С точки зрения предлагаемого подхода сигнатура в различных областях физического континуума может быть

зафиксирована специальными калибровочными условиями на компоненты метрического тензора. Например, $g_{00} = -1$ в области пространства-времени \mathcal{U} с сигнатурой $(-, +, +, +)$ и $g_{00} = 1$ в чисто пространственной области \mathcal{P} с сигнатурой $(+, +, +, +)$. Это подобно случаю, который рассматривался в разделе 3.3.7, , когда в различных областях пространства-времени наложены разные калибровочные условия.

Если область \mathcal{P} находится внутри области \mathcal{U} , и положение области \mathcal{P} соответствует моменту t_0 мирового времени, наблюдатель, живущий в области \mathcal{U} , может обнаружить самопроизвольное изменение полей в момент t_0 . Следовательно, существование области \mathcal{P} может приводить к дополнительной квантовой неопределенности из-за разницы в состояниях на границах этой области. Изменение состояния внутри области \mathcal{P} можно рассматривать как результат действия неунитарного оператора $\mathcal{P}(t)$, при этом изменение физических состояний в области \mathcal{U} описывается унитарным оператором эволюции. Тогда временная эволюция может быть представлена последовательностью операторов, подобной последовательности в (27), но операторы $\mathcal{P}(t)$ будут иметь иной смысл.

В разделе 3.4.2 обсуждается гипотеза о рождении Вселенной в результате изменения сигнатуры метрики. В работе [27] было сделано предположение, что Вселенная появляется из области \mathcal{P} , которая представляет собой половину 4-сферы, не содержащей сингулярности. Эта половина склеена с областью \mathcal{U} – 4-мерным пространством временем. На границе происходит изменение сигнатуры. Авторы работы [27] рассматривали модель фридмановской вселенной с космологической постоянной Λ , роль которой выполнял скалярный потенциал.

В рамках подхода, предлагаемого в данной диссертации, можно явно использовать условия для компоненты g_{00} . Можно выделить два случая: когда компонента g_{00} непрерывна или терпит разрыв. В последнем случае нужно выписать уравнение Шредингера по обе стороны от точки разрыва (поверхности смены сигнатуры метрики). Обсуждается вопрос, имеет ли смысл уравнение Шредингера в области с сигнатурой $(+, +, +, +)$. Принимая, что оно имеет смысл, несмотря на определенные проблемы со сходимостью интегралов, можно показать, что уравнение Шредингера имеет особую точку $a = 0$ (a – масштабный фактор, выраженный в планковских единицах) в области \mathcal{P} , но волновая функция регулярна в окрестности особой точки.

В случае, когда компонента g_{00} непрерывна, уравнение Шредингера имеет две особые точки: $a = 0$ и $a = 1$. При $E = 0$, решение может быть представлено в виде разложения в ряд. Волновая функция остается регулярной в окрестности обеих точек. Существенно, что обе особые точки являются также особыми точками решений классических

уравнений Эйнштейна и, таким образом, представляют особенный физический интерес.

Четвертая глава посвящена интерпретации результатов, как это следует из ее названия, "*Интерпретация подхода к квантованию гравитации, основанному на формализме расширенного фазового пространства*". Ряд выводов, полученных в предыдущей главе, могут показаться весьма необычными, если не сказать странными, тем, кто верит, что квантовая теория гравитации должна быть калибровочно-инвариантной теорией, не зависящей от выбора системы отсчета и состояния наблюдателя. Эти результаты требуют своей оценки и интерпретации.

В этой главе приводятся аргументы, что для понимания результатов предлагаемого подхода к квантованию гравитации может быть использована копенгагенская интерпретация квантовой теории. Также аргументируется, что копенгагенская интерпретация не противоречит концепции "относительных состояний" Эверетта [28], и общее решение уравнения Шредингера может быть интерпретировано, опираясь на концепцию "относительных состояний" Эверетта.

В разделе 4.1 обсуждается отношение космологов к копенгагенской интерпретации. В разделе 4.1.1 приводится несколько мнений и аргументация тех авторов, которые считают, что копенгагенская интерпретация неприменима к квантовой космологии. Это позволяет выявить те идеи, которые эти авторы считают основополагающими для копенгагенской интерпретации и которые, по их убеждению, не позволяют использовать эту интерпретацию, когда речь идет о Вселенной в целом. В последующих разделах эти идеи рассматриваются более детально. В разделе 4.1.2 обсуждается положение о редукции вектора состояния, а в разделе 4.1.3 – аргумент об отсутствии за пределами Вселенной наблюдателя, который, по определению, должен находиться за пределами объекта, подлежащего квантованию. Приводится обоснование, что основными идеями копенгагенской интерпретации следует считать принцип целостности и принцип дополнительности, утверждения, которые выделяются другими авторами как основные, являются следствиями этих принципов. Также аргументируется, что единственные наблюдатели, о которых мы можем говорить, оставаясь на твердом научном фундаменте, – это представители человечества с макроскопическими приборами. Вопрос о роли наблюдателя находится в центре копенгагенской интерпретации, и именно поэтому ее идеи могут оказаться востребованными в квантовой космологии.

Раздел 4.2 напоминает основные положения известной статьи Эверетта [28]. Высказывается мнение, что в статье Эверетта содержатся две независимых концепции – концепция "относительных состояний", рассматриваемая в разделе 4.2.1, и многомировая интерпретация, обсуждаемая в разделе 4.2.2. Кратко описывается "игрушечная" модель, которую использовал Эверетт для иллюстрации концепции "относительных состояний". Идея состоит в том, что существует связь между характеристиками

квантового объекта (в игрушечной модели это координата частицы, q) и характеристиками измерительного прибора (в игрушечной модели это положение указателя прибора, r). В случае, когда положение указателя r определено, волновая функция всей системы дается формулой

$$\psi_T^{S+A} = \int \frac{1}{N_{r'}} \xi^{r'}(q) \delta(r - r') dr'. \quad (28)$$

Здесь $\xi^{r'}(q)$ можно назвать относительным состоянием для тех состояний измерительного прибора $\delta(r - r')$, когда координата указателя имеет конкретное значение $r = r'$. $N_{r'}$ – нормировочный множитель. В проведенном рассмотрении нет ничего, что бы противоречило копенгагенской интерпретации.

Защитники многомировой интерпретации предполагают реальность всех ветвей суперпозиции и, тем самым, реальность разветвления (branching) вектора состояния. В то же время наблюдатель не воспринимает разветвление как физическое явление, он остается в своей собственной ветви, не имея даже теоретической возможности проверить реальность других ветвей. Если остается надежда, что редукция волновой функции может быть описана будущей теорией квантовых измерений, в случае разветвления мы имеем дело с принципиально непроверяемой гипотезой.

В разделе 4.3 дается интерпретация общего решения уравнения Шредингера (18) с точки зрения концепции "относительных состояний" Эверетта. Сопоставляются выражения (28) и (18). Отмечается, что каждый элемент суперпозиции (28) соответствует состоянию, в котором единственная степень свободы измерительного прибора (положение указателя r) имеет определенное значение. Каждый элемент суперпозиции (18) соответствует состоянию, в котором единственная калибровочная степень свободы N определена. Это подразумевает, что некоторые процессы в физической подсистеме Вселенной определяют временной масштаб через фиксирующую калибровку функцию $f(q)$. Можно сказать, что физическая волновая функция $\Phi_k(q, t)$ описывает относительное состояние физической подсистемы при условии, что система отсчета фиксирована соотношением $N - f(q) = k$.

С точки зрения многомировой интерпретации, каждый элемент суперпозиций (28) и (18) соответствует отдельной вселенной, но концепция "относительных состояний" сама по себе *этого не требует*. В суперпозиции (28) функция $\xi^{r'}(q)$ описывает относительное состояние квантовой подсистемы *при условии*, что указатель измерительного прибора находится в положении с координатой r' . Различные слагаемые в суперпозиции (28) отвечают различным результатам измерений, которые могут быть выполнены в разных вселенных (если предполагать существование

многих вселенных), или же измерения могут быть сделаны *в одной и той же Вселенной* в тождественных физических условиях. Последнее не противоречит копенгагенской интерпретации. Подобным образом, разные слагаемые в суперпозиции (18) отвечают различным результатам наблюдений, сделанных в идентичных физических условиях, а именно, в одной и той же системе отсчета.

Если мы хотим измерить другую физическую величину, скажем, импульс частицы вместо ее координаты, мы получим какую-то другую суперпозицию вместо (28) и другой набор относительных состояний, который отвечает новым физическим условиям и изменениям во взаимодействии между квантовой подсистемой и измерительным прибором. Подобным образом, изменение системы отсчета (выбор другого калибровочного условия) эквивалентно использованию другого базиса и в результате мы получим некоторую другую физическую волновую функцию $\Phi_k(q, t)$, описывающую Вселенную с точки зрения наблюдателя в другой системе отсчета. Соответственно, разные наблюдатели будут видеть различные физические явления.

В разделе 4.4 полученные результаты сопоставляются с представлениями современной квантовой теории поля. В разделе 4.4.1 проводится аналогия между выбором калибровочных условий, которые, в определенном смысле, определяют структуру пространства-времени в ранней Вселенной, и экспериментом "с отложенным выбором" ("delayed-choice") Уилера [29]. Пытаясь объяснить настоящее Вселенной, мы делаем предположения об условиях, которые имели место в ее прошлом.

В разделе 4.4.2 приводятся аргументы, основанные на принципе эквивалентности, в пользу того, что волновая функция, описывающая систему гравитационного поля и полей материи, не может быть инвариантной относительно выбора системы отсчета. Волновая функция ищется в виде произведения квазиклассической волновой функции гравитационного поля и волновой функции полей материи на фоне классического гравитационного поля. В этом случае как основное (вакуумное) состояние полей материи, так и все состояния с ненулевым числом частиц будут зависеть от выбора системы отсчета. Поскольку волновая функция полей материи оказывается неинвариантной относительно выбора системы отсчета, нет оснований ожидать, что полная волновая функция окажется инвариантной.

В разделе 4.4.3 обсуждается проблема унитарности в квантовой гравитации. Ранее было получено заключение, что в предлагаемом подходе унитарная эволюция физической системы прерывается в моменты времени, когда происходит переход к другим калибровочным условиям (другой системе отсчета). Нарушение унитарности в предлагаемом подходе является следствием нарушения калибровочной инвариантности. Поднимается вопрос, является ли обязательным требование, что квантовая

теория поля должна быть унитарной, несмотря на повсеместное присутствие в нашем мире необратимых процессов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертации, которые состоят в следующем:

1. В настоящей диссертации представлен подход к квантованию гравитации, основанный на формализме расширенного фазового пространства. То, что здесь изложено, ни в коей мере не может претендовать на полную, завершённую теорию квантовой гравитации. Это попытка посмотреть на вещи с нового ракурса, учесть особенности теории гравитации и критически оценить существующие теоретические методы, которые были успешны в отношении негравитационных полей, но применять которые к гравитации нет достаточных оснований.

2. Несмотря на то, что предложенный здесь подход не претендует на полную квантовую теорию гравитации, он является самосогласованным и включает в себя три части: 1) построение гамильтоновой динамики в расширенном фазовом пространстве, которое предваряет формулировку квантовой теории; 2) собственно процедура квантования, которая включает в себя вывод уравнения Шредингера и анализ его общей структуры, а также рассмотрение ряда следствий, в том числе, влияния выбранных калибровочных условий на характер космологической эволюции; ситуации, когда Вселенная имеет нетривиальную топологию, и в разных областях пространства-времени наложены различные калибровочные условия; гипотетической ситуации, когда физический континуум состоит из областей с различной сигнатурой метрики; 3) интерпретацию полученных результатов.

3. Предложенная гамильтонова динамика в расширенном фазовом пространстве является альтернативой обобщенной гамильтоновой динамики Дирака и основывается на равноправном рассмотрении физических, калибровочных и духовых степеней свободы. Возможность построения гамильтониана в расширенном фазовом пространстве по тому же правилу, что и в случае невырожденной теории поля (для систем без связей), обеспечивается введением недостающих обобщенных скоростей в эффективный лагранжиан с помощью калибровочных условий в дифференциальной форме.

4. В новой формулировке гамильтоновой динамики преобразования в расширенном фазовом пространстве, затрагивающие калибровочные степени свободы, являются каноническими, что можно продемонстрировать для полной теории гравитации.

5. Генератором БРСТ-преобразований в новой формулировке гамильтоновой динамики является заряд, построенный по теореме Нетер, используя глобальную БРСТ-симметрию теории. Он генерирует

преобразования полевых переменных в расширенном фазовом пространстве, которые совпадают с калибровочными преобразованиями в лагранжевом формализме. Полученный генератор в случае гравитации не совпадает с БРСТ-генератором, построенным по методу Баталина, Фрадкина и Вилковьского, что объясняется различием между группой калибровочных преобразований и группой преобразований, генерируемых связями.

6. В этой работе предполагается, что гравитирующая система (Вселенная) не имеет асимптотических состояний. Следовательно, использование асимптотических граничных условий в континуальном интеграле неправомерно. В свою очередь, это приводит к тому, что уравнение Шредингера, выведенное из континуального интеграла, и волновая функция, удовлетворяющая этому уравнению, оказываются зависимыми от выбранных калибровочных условий. Главную роль в предлагаемом подходе играет физическое уравнение Шредингера для физической части волновой функции, которая зависит только от физических степеней свободы.

7. В предлагаемом подходе уравнение Уилера – Де Витта представляет собой частный случай физического уравнения Шредингера, соответствующий определенному выбору параметризации гравитационных переменных, определенному выбору калибровочных условий и требованию независимости физической части волновой функции от времени.

8. Система отсчета интерпретируется (следуя Ландау и Лифшицу) как среда, заполняющая все пространство. На примере модели замкнутой изотропной Вселенной демонстрируется, что, выбирая разные калибровочные условия, можно описывать среды с различными уравнениями состояния. Эта среда проявляет себя как фактор космологической эволюции. Иными словами, выбирая те или иные калибровочные условия, можно выбрать определенный космологический сценарий, например сценарий, в котором инфляционная стадия сменяется медленным фридмановским расширением.

9. Даже малое изменение калибровочных условий влечет за собой изменение оператора Гамильтона в физическом уравнении Шредингера. Решения уравнения, соответствующего измененным калибровочным условиям, будут существовать в другом гильбертовом пространстве.

10. Если пространство-время обладает нетривиальной топологией, и в различных областях пространства-времени нужно накладывать разные калибровочные условия, на границах между такими областями унитарная эволюция нарушается. Изменение калибровочных условий (системы отсчета, которая играет роль прибора в гравитации) заставляет нас перейти к другому гильбертову пространству. В такие моменты происходит нарушение унитарной эволюции.

11. Предлагаемый подход позволяет предложить математическую реализацию гипотезы Сахарова о существовании областей с различной сигнатурой метрики. Сигнатура в различных областях физического континуума может быть зафиксирована специальными калибровочными

условиями на компоненты метрического тензора. Существование чисто пространственной области с сигнатурой $(+, +, +, +)$ внутри пространства-времени может приводить к дополнительной квантовой неопределенности из-за разницы в состояниях на границах этой области.

12. В данной работе рассмотрена гипотеза о рождении Вселенной в результате изменения сигнатуры метрики. Исследуются два случая: когда компонента g_{00} непрерывна или терпит разрыв. Если компонента g_{00} терпит разрыв, уравнение Шредингера имеет особую точку $a = 0$ (a – масштабный фактор, выраженный в планковских единицах). В случае, когда компонента g_{00} непрерывна, уравнение Шредингера имеет две особые точки: $a = 0$ и $a = 1$. В обоих случаях волновая функция остается регулярной в окрестности особых точек.

13. Аргументируется, что для понимания результатов предлагаемого подхода к квантованию гравитации может быть использована копенгагенская интерпретация квантовой теории, и она не противоречит концепции "относительных состояний" Эверетта. Представление об "относительных состояниях" и многомировая интерпретация являются двумя разными концепциями.

14. Общее решение уравнения Шредингера может быть интерпретировано, опираясь на концепцию "относительных состояний" Эверетта. Можно сказать, что физическая волновая функция описывает относительное состояние физической подсистемы при условии, что система отсчета фиксирована определенными калибровочными условиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. A. M. Dirac, Generalized Hamiltonian dynamics // *Can. J. Math.* – 1950 – V. 2 – P. 129-148. Русский перевод: П. А. М. Дирак, Обобщенная гамильтонова динамика // *Собрание научных трудов – Москва – "Физматлит" – 2004 – Т. 3 – С. 203–223.*
2. P. A. M. Dirac, Generalized Hamiltonian dynamics // *Proc. Roy. Soc. A* – 1958 – V. 246 – P. 326-332. Русский перевод: П. А. М. Дирак, Обобщенная гамильтонова динамика // *Собрание научных трудов – Москва – "Физматлит" – 2004 – Т. 3 – С. 308–314.*
3. P. A. M. Dirac, Lectures on quantum mechanics // *New York – Yeshiva University – 1964.* Русский перевод: П. А. М. Дирак, Лекции по квантовой механике // *Собрание научных трудов – Москва – "Физматлит" – 2002 – Т. 1 – С. 386–432.*
4. P. A. M. Dirac, The theory of gravitation in Hamiltonian Form // *Proc. Roy. Soc. A* – 1958 – V. 246 – P. 333-343. Русский перевод: П. А. М. Дирак, Теория гравитации в гамильтоновой форме // *Собрание научных трудов – Москва – "Физматлит" – 2005 – Т. 4 – С. 239–254.*
5. R. Arnowitt, C. Deser and C. W. Misner, The dynamics of general relativity // *Gravitation: an introduction to current research* (ed. L. Witten) – *New York – Wiley – 1962 – P. 227-265.* Русский перевод: Р. Арновитт, С. Дизер и К. В. Мизнер, Динамика общей теории относительности // *Эйнштейновский сборник 1967* (ред. И. Е. Тамм и Г. И. Наан) – *Москва – "Наука" – 1967 – С. 233–286.*
6. B. S. DeWitt, Quantum theory of gravity. I. The canonical theory // *Phys. Rev.* – 1967 – V. 160 – P. 1113-1148.
7. J. B. Hartle, S. W. Hawking, Wave function of the Universe // *Phys. Rev. D* – 1983 – V. 28 – P. 2960-2975.
8. A. Vilenkin, Birth of inflationary universes // *Phys. Rev. D* – 1983 – V. 27 – P. 2848-2855.
9. L. D. Faddeev, V. N. Popov, Feynman diagrams for the Yang – Mills field // *Phys. Lett. B* – 1967 – V. 25 – P. 29-30.
10. E. S. Fradkin, G. A. Vilkovisky, Quantization of relativistic systems with constraints // *Phys. Lett. B* – 1975 – V. 55 – P. 224-226.
11. I. A. Batalin, G. A. Vilkovisky, Relativistic S-matrix of dynamical systems with boson and fermion constraints // *Phys. Lett. B* – 1977 – V. 69 – P. 309-312.
12. E. S. Fradkin, T. E. Fradkina, Quantization of relativistic systems with boson and fermion first- and second-class constraints // *Phys. Lett. B* – 1978 – V. 72 – P. 343-348.
13. R. Gambini, J. Pullin, A first course in loop quantum gravity // *Oxford – Oxford University Press – 2011.*
14. C. Rovelli, F. Vidotto, Covariant loop quantum gravity. An elementary introduction to quantum gravity and spinfoam theory // *Cambridge – Cambridge University Press – 2015.*
15. J. Henson, The causal set approach to quantum gravity // *Approaches to quantum gravity. Toward a new understanding of space, time and matter* (ed. D. Oriti) – *Cambridge University Press – 2009.*
16. B. Zwiebach, A first course in string theory // *Cambridge – Cambridge University Press – 2009.* Русский перевод: Б. Цвибах, Начальный курс теории струн // *Москва – "Едиториал УРСС" – 2011.*
17. R. Penrose, Fashion, Faith, and Fantasy in the New Physics of the Universe // *Princeton – Princeton University Press – 2016.* Русский перевод: Р. Пенроуз, Вера, мода, фантазия и новая физика Вселенной // *СПб – "Питер" – 2020.*
18. N. Kiriushcheva and S. V. Kuzmin, The Hamiltonian formulation of general relativity: myth and reality // *Central Eur. J. Phys.* – 2011 – V. 9 – P. 576-615.

19. А. Д. Сахаров, Космологические переходы с изменением сигнатуры метрики // ЖЭТФ – 1984 – Т. 87 – С. 375–383.
20. C. Kiefer and M. Krämer, Can effects of quantum gravity be observed in the cosmic microwave background? // Int. J. Mod. Phys. D – 2012 – V. 21 – 1241001.
21. R. P. Feynman, Space-time approach to non-relativistic quantum mechanics // Rev. Mod. Phys. – 1948 – V. 20 – P. 367–387. Русский перевод: Р. Фейнман, Пространственно-временной подход к нерелятивистской квантовой механике // Вопросы причинности в квантовой механике // Москва – "Иностранная литература" – 1955 – С. 167-207.
22. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Механика (Теоретическая физика, Т. 1) // Москва – "Наука" – 1988.
23. M. L. Fil'chenkov, The pre-de-Sitter Universe in terms of quantum mechanics // Phys. Lett. B – 1995 – V. 354 – P. 208-212.
24. S. Weinberg, The cosmological constant problem // Rev. Mod. Phys. – 1989 – V. 61 – P. 1-23. Русский перевод: С. Вайнберг, Проблема космологической постоянной // УФН – 1989 – Т. 158 – С. 639–678.
25. А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко, Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях // Москва – "Энергоатомиздат" – 1988.
26. J. von Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik // Berlin – 1932. Русский перевод: И. фон Нейман, Математические основы квантовой механики // Москва – "Наука" – 1964.
27. G. Ellis, A. Sumeruk, D. Coule, C. Hellaby, Change of signature in classical relativity // Class. Quantum Grav. – 1992 – V. 9 – P. 1535–1554.
28. H. Everett, "Relative state" formulation of quantum mechanics // Rev. Mod. Phys. – 1957 – V. 29 – P. 454-462.
29. J. A. Wheeler, The "past" and the "delayed-choice" double-slit experiment // Mathematical foundations of quantum theory (ed. A. R. Marlow) – New York–San Francisco–London – Academic Press – 1978 – P. 9-48.

РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЙ

А. Работы, опубликованные до защиты кандидатской диссертации

- A1.** V. A. Savchenko, **T. P. Shestakova** and G. M. Vereshkov, Quantum geometrodynamics of the Bianchi IX model in extended phase space // *Int. J. Mod. Phys. A* – 1999 – V. 14 – P. 4473 – 4490.
- A2.** **T. P. Shestakova**, Grounds for quantum geometrodynamics in extended phase space and its cosmological consequences // *Gravitation & Cosmology* – 1999 – V. 5 – P. 297-300.
- A3.** V. A. Savchenko, **T. P. Shestakova** and G. M. Vereshkov, The exact cosmological solution to the dynamical equations for the Bianchi IX model // *Int. J. Mod. Phys. A* – 2000 – V. 15 – P. 3207-3220.
- A4.** **T. P. Shestakova**, The status of the Lambda term in quantum geometrodynamics in extended phase space // *Gravitation & Cosmology* – 2000 – V. 6, Supplement – P. 47-50.
- A5.** V. A. Savchenko, **T. P. Shestakova** and G. M. Vereshkov, Quantum geometrodynamics in extended phase space - I. Physical problems of interpretation and mathematical problems of gauge invariance // *Gravitation & Cosmology* – 2001 – V. 7 – P. 18-28.
- A6.** V. A. Savchenko, **T. P. Shestakova** and G. M. Vereshkov, Quantum geometrodynamics in extended phase space - II. The Bianchi IX model // *Gravitation & Cosmology* – 2001 – V. 7 – P. 102-116.

В. Работы, опубликованные после защиты кандидатской диссертации

Работы автора по теме исследования, учитываемые в международных базах цитирования (МБЦ)

- B1.** **T. P. Shestakova**, Quantum geometrodynamics creates new problems // *Gravitation & Cosmology* – 2009 – V. 15 – P. 181-183.
- B2.** **T. P. Shestakova**, The "extended phase space" approach to quantum geometrodynamics // *Proceedings of the 3rd Stueckelberg workshop on relativistic field theories, Pescara, Italy, 8 – 18 July 2008* (eds. N. Carlevaro, R. Ruffini and G. V. Vereshchagin) – 2010 – Cambridge Scientific Publishers – P. 293-301.
- B3.** **T. P. Shestakova**, Hamiltonian formulation for the theory of gravity and canonical transformations in extended phase space // *Class. Quantum Grav.* – 2011 – V. 28 – 055009 – P. 1-14.
- B4.** **T. P. Shestakova**, On canonical transformations of gravitational variables in extended phase space // *Gravitation & Cosmology* – 2011 – V. 17 – P. 67-70.
- B5.** **T. P. Shestakova**, A view on the problems of quantum gravity // *J. Phys. Conf. Ser.* – 2012 – V. 360 – 012015 – P. 1-4.
- B6.** **T. P. Shestakova**, The formulation of general relativity in extended phase space as a way to its quantization // *Proceedings of the Twelfth Marcel Grossmann Meeting on general relativity, Paris, France, 2009* (eds. T. Damour, R. T Jantzen and R. Ruffini) – 2012 – Singapore – World Scientific – P. 1462-1464.

- B7.** T. P. Shestakova, Generalized spherically symmetric gravitational model: Hamiltonian dynamics in extended phase space and the BRST charge // *Gravitation & Cosmology* – 2014 – V. 20 – P. 67-79.
- B8.** T. P. Shestakova, The role of BRST charge as a generator of gauge transformations in quantization of gauge theories and gravity // *Вестник Томского Государственного Педагогического Университета* – 2014 – Т. 153 – С. 224-227.
- B9.** T. P. Shestakova, Hamiltonian dynamics in extended phase space for gravity and its consistency with Lagrangian formalism: a generalized spherically symmetric model as an example // *Proceedings of the Thirteenth Marcel Grossmann Meeting on general relativity, Stockholm, Sweden, 2012* (eds. R. T Jantzen, K. Rosquist and R. Ruffini) – 2015 – Singapore – World Scientific – P. 1880-1882.
- B10.** T. P. Shestakova, Is the Wheeler – DeWitt equation more fundamental than the Schrödinger equation? // *Int. J. Mod. Phys. D* – 2018 – V. 27 – 1841004 – P. 1-15.
- B11.** T. P. Shestakova, On the meaning of the wave function of the Universe // *Int. J. Mod. Phys. D* – 2019 – V. 28 – 1941009 – P. 1-16.
- B12.** T. P. Shestakova, Wave function of the Universe, path integrals and gauge invariance // *Gravitation & Cosmology* – 2019 – V. 25 – P. 289-296.
- B13.** T. P. Shestakova, Is the Copenhagen interpretation inapplicable to quantum cosmology? // *Universe* – 2020 – V. 6 – 128 – P. 1-20.
- B14.** T. P. Shestakova, On A. D. Sakharov’s hypothesis of cosmological transitions with changes in the signature of the metric // *Universe* – 2021 – V. 7 – 151 – P. 1-11.
- B15.** T. P. Shestakova, The birth of the Universe as a result of the change of the metric signature // *Physics* – 2022 – V. 4 – P. 160-171.
- B16.** R. I. Ayala Oña, D. P. Kislyakova and T. P. Shestakova, On the appearance of time in the classical limit of quantum gravity // *Universe* – 2023 – V. 9 – 85 – P. 1-14.
- B17.** R. I. Ayala Oña, M. B. Kalmykov, D. P. Kislyakova, T. P. Shestakova, The semi-classical limit of quantum gravity and the problem of time // *Int. J. Mod. Phys. D* – 2023 – 2340003 – P. 1-20.

Работы автора по теме исследования, опубликованные в рецензируемых научных журналах из списка ВАК

- B18.** T. P. Shestakova and C. Simeone, The problem of time and gauge invariance in the quantization of cosmological models. I. Canonical quantization methods // *Gravitation & Cosmology* – 2004 – V. 10 – P. 161-176.
- B19.** T. P. Shestakova and C. Simeone, The problem of time and gauge invariance in the quantization of cosmological models. II. Recent developments in the path integral approach // *Gravitation & Cosmology* – 2004 – V. 10 – P. 257-268.
- B20.** T. P. Shestakova, Prospects of the extended phase space approach to quantization of gravity // *Gravitation & Cosmology* – 2005 – V. 11 – P. 183-188.
- B21.** T. P. Shestakova, Cosmological solutions for the Universe filled with matter in various states and gauge invariance // *Gravitation & Cosmology* – 2006 – V. 12 – P. 223-226.

Работы автора по теме исследования, опубликованные в сборниках трудов международных конференций и других изданиях

- B22.** T. P. Shestakova, Quantum geometrodynamical description of the Universe in different reference frames // *Gravitation & Cosmology* – 2002 – V. 8, Supplement II – P. 140-142.
- B23.** T. P. Shestakova, Could gauge degrees of freedom play the role of environment in "extended phase space" version of quantum geometrodynamics? // *Physical Interpretations of Relativity Theory: Proceedings of International Scientific Meeting, Moscow, 30 June - 3 July 2003* (eds. M. C. Duffy, V. O. Gladyshev and A.N. Morozov) – 2003 – Moscow–Liverpool–Sunderland – P. 350-358.
- B24.** T. P. Shestakova, Changing the Hilbert space structure as a consequence of gauge transformations in "extended phase space" version of quantum geometrodynamics // *Physical Interpretations of Relativity Theory: Proceedings of International Scientific Meeting, Moscow, 4 - 7 July 2005* (eds. M. C. Duffy, V. O. Gladyshev, A.N. Morozov and P. Rowlands) – 2005 – Moscow – P. 26-34.
- B25.** T. P. Shestakova, Quantum cosmological solutions: its dependence on gauge conditions and physical interpretation // *Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of International Scientific Meeting, Moscow, 2 - 5 July 2007* (eds. M. C. Duffy, V. O. Gladyshev, A. N. Morozov and P. Rowlands) – 2007 – Moscow – P. 103-112.
- B26.** T. P. Shestakova, The Wheeler-DeWitt quantum geometrodynamics: its fundamental problems and tendencies of their resolution // *Proceedings of Russian summer school-seminar on Gravitation and Cosmology "GRACOS-2007"* – 2007 – Kazan – P. 179-183.
- B27.** T. P. Shestakova, Hamiltonian formulation of general relativity 50 years after the Dirac celebrated paper: do unsolved problems still exist? // *Physical Interpretations of Relativity Theory: Proceedings of International Scientific Meeting, Moscow, 6 - 9 July 2009* (eds. M. C. Duffy, V. O. Gladyshev, A. N. Morozov and P. Rowlands) – 2009 – Moscow – P. 49-57.
- B28.** Т. П. Шестакова, Дискуссия о принципах квантования гравитации в Кёльнском университете // Сборник материалов научного семинара стипендиатов программ "Михаил Ломоносов" и "Иммануил Кант" 2015–2016 года (*Materialien zum wissenschaftlichen Seminar der Stipendiaten der Programme "Michail Lomonosov" und "Immanuel Kant" 2015/2016*) – 2016 – №12 – Германская служба академических обменов (DAAD) – Москва – ФЛИНТА – С. 223-228.

С. Учебно-методические работы автора

- С1.** Т. П. Шестакова, Некоторые вопросы квантовой теории // Москва–Ижевск – 2018 – Институт компьютерных исследований; НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика" – 246 стр.
- С2.** Т. П. Шестакова, Метод континуального интеграла в квантовой теории поля // 2-е издание, исправленное – Москва–Ижевск – 2018 – НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика"; Институт компьютерных исследований – 228 стр.

Татьяна Павловна Шестакова

**КВАНТОВАНИЕ ГРАВИТАЦИИ
В ФОРМАЛИЗМЕ
РАСШИРЕННОГО ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА**

В работе предложен новый подход, который представляет собой альтернативу существующим подходам к квантованию гравитации. В его основе лежит допущение, что геометрия пространства-времени может быть произвольной, Вселенная может иметь нетривиальную топологию. Именно это отличает гравитацию от других полевых теорий. Это означает, что гравитирующая система может не иметь асимптотических состояний.

Подход является самосогласованным и включает в себя три части. Во-первых, сформулирована гамильтонова динамика в расширенном фазовом пространстве, которая является альтернативой обобщенной гамильтоновой динамики Дирака и предваряет переход к квантовой теории. Во-вторых, предложена собственно процедура квантования, которая включает в себя вывод уравнения Шредингера из континуального интеграла, причем из-за отсутствия асимптотических состояний использование асимптотических граничных условий в континуальном интеграле неправомерно. Это приводит к тому, что уравнение Шредингера и волновая функция, удовлетворяющая этому уравнению, оказываются зависимыми от выбранных калибровочных условий. Рассмотрены следствия предлагаемого подхода, в том числе, предположение, что пространство-время обладает нетривиальной топологией. Предложена математическая реализация гипотезы Сахарова о существовании областей с различной сигнатурой метрики. Рассмотрена гипотеза о рождении Вселенной в результате изменения сигнатуры метрики. В-третьих, дана интерпретация полученных результатов с точки зрения копенгагенской интерпретации квантовой теории и с точки зрения концепции относительных состояний Эверетта. Аргументируется, что копенгагенская интерпретация и концепция относительных состояний Эверетта не противоречат друг другу.

Tatyana P. Shestakova

**QUANTIZATION OF GRAVITY
IN THE EXTENDED PHASE SPACE FORMALISM**

In this dissertation, a new approach to quantization of gravity is proposed, which is an alternative to other existing approaches. It is based upon the assumption that spacetime geometry can be arbitrary, and the Universe may have a non-trivial topology. This distinguishes gravity among other field theories. It means that the gravitational system may not have asymptotic states.

The approach is self-consistent and includes three parts. First, Hamiltonian dynamics in extended phase space is formulated, which is an alternative to the Dirac's generalized Hamiltonian dynamics and precedes the quantization procedure. Secondly, the quantization procedure itself is elaborated, which consists in derivation of the Schrödinger equation from the path integral. Because of the absence of asymptotic states, making use of asymptotic boundary conditions in the path integral is not justified. It leads to the fact that the Schrödinger equation and the wave function satisfying this equation turn out to be dependent on the chosen gauge conditions. The consequences of the proposed approach are considered, including the assumption that spacetime has a nontrivial topology. A mathematical realization of A. D. Sakharov's hypothesis about the existence of regions with different metric signatures is proposed. The hypothesis about the birth of the Universe as a result of a change of metric signature is discussed. Thirdly, the interpretation of the obtained results is given from the viewpoint of the Copenhagen interpretation of quantum theory as well as from the viewpoint of the Everett's concept of relative states. It is argued that the Copenhagen interpretation and the Everett's concept of relative states do not contradict each other.