

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Адхамовой Амины Шухратовны  
«Краевые задачи для систем дифференциально-разностных уравнений с  
переменными коэффициентами»,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

### **Актуальность темы**

В диссертации изучаются системы дифференциально-разностных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами запаздывающего и нейтрального типов, связанных с задачей Н.Н. Красовского об успокоении системы управления с последствием.

Для уравнений запаздывающего типа эта задача впервые была поставлена и исследована Н.Н. Красовским в случае постоянных вещественных коэффициентов. Позднее А.Л. Скубачевский рассмотрел ее обобщение на случай, когда уравнение содержит также старшие члены с запаздыванием, т.е. имеет нейтральный тип. Минимизация функционала энергии приводит к соответствующей вариационной задаче. Была доказана ее эквивалентность некоторой самосопряженной краевой задаче для уравнения второго порядка с двунаправленными сдвигами аргумента и установлена однозначная разрешимость этой краевой задачи. При этом нейтральный тип исходного уравнения приводит к понятию обобщенного решения соответствующей краевой задачи, чья первая производная может терять гладкость. Были получены также необходимые и достаточные условия гладкости, а также построена общая теория таких решений. Отдельно следует отметить аналогичные результаты для случая, когда запаздывание не постоянно, а является пропорциональным времени сжатием, полученные Л.Е. Россовским.

В диссертации А.Ш. Адхамовой указанные результаты для постоянного запаздывания обобщены на многомерные случаи с постоянными и переменными коэффициентами, т.е. для нестационарных систем.

### **Характеристика содержания диссертационной работы**

Диссертация А.Ш. Адхамовой состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 100 страниц.

Диссертационная работа посвящена исследованию управляемых систем, заданных уравнениями нейтрального и запаздывающего типов с непрерывно дифференцируемыми коэффициентами в пространстве вектор-функций.

Введение содержит обоснование актуальности выбранной тематики, а также краткое изложение основных результатов диссертационной работы.

В первой главе рассматривается управляемая система с последствием, описываемая дифференциально-разностным уравнением первого порядка нейтрального типа с постоянными матричными коэффициентами. Сначала вводятся вспомогательные обозначения, и дается постановка

соответствующей вариационной задачи, которая затем сводится к краевой задаче для системы дифференциально-разностных уравнений второго порядка. Далее, с помощью полученных априорных оценок доказывается однозначная разрешимость полученной краевой задачи.

Вторая глава посвящена исследованию системы управления с последствием, описываемой дифференциально-разностными уравнениями нейтрального типа с переменными коэффициентами. Устанавливается связь между соответствующей вариационной задачей и некоторой краевой задачей. Получен простой (по формулировке) и красивый результат: для однозначной разрешимости краевой задачи достаточно потребовать, чтобы матрица коэффициентов при столбце производных без запаздывания была невырожденной в каждой точке. Накладывать ограничения на поведение остальных коэффициентов (непрерывно дифференцируемых матриц) не нужно. Этого же условия достаточно для того, чтобы обобщенное решение обладало соответствующей гладкостью на подынтервалах, полученных выбрасыванием орбит концов интервала под действием группы сдвигов.

В третьей главе рассматриваются системы запаздывающего типа (сдвиги аргумента присутствуют только в младших членах). Здесь для существования и единственности обобщенного решения также требуется, чтобы невырожденной была матрица коэффициентов в старшей части, но гладкость решения сохраняется на всем интервале.

В четвертой главе исследуются системы управления с различным числом входов и выходов (рассматривается случай, когда число входов больше числа выходов). Задача была исследована аналогичным образом, как и в предыдущих главах, но существенным дополнением является построение фридрихсова расширения рассматриваемого дифференциально-разностного оператора в случае, когда число входов больше числа выходов.

### **Достоверность и новизна результатов диссертации**

Все результаты работы являются новыми. Впервые была доказана однозначная разрешимость и исследована гладкость обобщенных решений рассмотренных краевых задач для дифференциально-разностных уравнений с переменными матричными коэффициентами нейтрального и запаздывающего типов. Доказано, что гладкость обобщенных решений для системы уравнений нейтрального типа сохраняется на подынтервалах и может нарушаться на всем интервале. Получены достаточные условия сохранения гладкости обобщенных решений на всем интервале. Достоверность результатов подтверждается имеющимися публикациями диссертанта в ведущих российских журналах.

### **Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации**

Научные положения, выводы и рекомендации, представленные в диссертационной работе, обоснованы полностью, что подтверждается

строгостью математических доказательств, а также корректным использованием методов теории дифференциальных уравнений.

### **Ценность для науки и практики результатов работы**

Диссертационная работа Адхамовой А.Ш. носит теоретических характер, а ее результаты могут быть применены для качественного анализа численного моделирования нелокальных краевых задач, которые играют важную роль в теории управления систем с последствием.

### **Подтверждение опубликования основных результатов диссертации в научной печати**

Результаты диссертационной работы А.Ш. Адхамовой опубликованы в 20 работах, из них 7 статей опубликованы в научных журналах, индексируемых в международных базах данных и 13 в тезисах докладов на международных конференциях.

### **Соответствие содержания автореферата основным положениям диссертации**

Автореферат полно отражает содержание диссертации.

### **Замечания по диссертационной работе**

1. В предпоследнем абзаце на с. 9 отмечается, что Н.Н. Красовским задача (0.2)–(0.4) рассматривалась при отсутствии запаздывания в старших членах уравнения (0.1), т.е. только при запаздывающем типе, тогда как в диссертации это уравнение имеет, вообще говоря, нейтральный тип. Однако в отличие от соответствующего уравнения в монографии Н.Н. Красовского оно также может содержать различные величины запаздывания в младших членах. Таким образом, левая часть (0.1) и в этом отношении является более общим объектом.

2. В теореме 0.2 на с. 12 и других аналогичных утверждениях помимо прочего говорится, что существует единственное *обобщенное* решение из соответствующего класса. В связи с этим интересно было бы ответить на вопрос, могут ли существовать какие-нибудь другие решения в том же классе, т.е. не являющиеся «обобщенными» в понимаемом смысле (например, если сказать «в смысле распределений»).

3. В заключении диссертации можно было бы также указать возможные направления дальнейших исследований и/или области потенциального применения полученных результатов.

Указанные замечания не влияют на качество выполненной работы и положительную оценку. Отмеченные вопросы следует воспринимать, как пожелания автору для дальнейшей работы в этом направлении.

### **Заключение**

Диссертационное исследование Адхамовой Амины Шухратовны является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержится

исследование новой научной задачи об успокоении систем управления с последствием, имеющей важное значение в теории краевых задач для дифференциально-разностных уравнений.


Работа соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы», утвержденного ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор, Адхамова Амина Шухратовна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доцент кафедры математической физики и вычислительной математики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83  
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»  
[www.sgu.ru](http://www.sgu.ru)  
контактный телефон: +7 (8452) 515538  
адрес электронной почты: [buterinsa@sgu.ru](mailto:buterinsa@sgu.ru)

к.ф.-м.н., доцент

  
27.11.2024

Бутерин Сергей Александрович

Подпись С.А. Бутерина удостоверяю.

Ученый секретарь федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

«27» ноября 2024 г.



  
В.Г. Семёнова