

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор
федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего
образования

«Южный федеральный университет»

доктор химических наук, с.н.с.

А.В. Метелица

«25» ноября 2024 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Южный федеральный университет» на диссертацию Сенуси Марьям
Абделькадеровны «Об ограниченности интегральных операторов
в общих пространствах типа Морри», представленную на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Актуальность темы диссертации

Диссертационная работа М.А. Сенуси посвящена исследованию ограниченности некоторых классических операторов анализа в общих пространствах типа Морри. Исследования пространств Морри берут начало с работы Ч. Морри (Morrey C.B. On the solutions of quasi-linear elliptic partial differential equations // Trans. Amer. Math. Soc. **43** (1938), pp. 126-166) и активно продолжают в последние три десятилетия. Значительный вклад в эти исследования внесли В.И. Буренков, В.С. Гулиев, С.Г. Самко, D. Adams, E. Nakai, H. Rafeiro, Y. Sawano и другие математики. Развитие теории пространств типа Морри естественным образом стимулирует изучение операторов в этих пространствах. В частности, для классических операторов

анализа, таких как оператор Харди, максимальный оператор, потенциал Рисса, сингулярный интегральный оператор, получены условия ограниченности в пространствах типа Морри. Данное диссертационное исследование выполнено в рамках этого научного направления. Таким образом, тематика диссертации является актуальной.

Новизна диссертационного исследования и полученных результатов

В диссертационной работе М.А. Сенуси получен ряд новых интересных результатов. К их числу относятся следующие:

- получены теоремы об ограниченности обобщенного потенциала Рисса из одного общего локального пространства типа Морри в другое,
- найдены условия ограниченности обобщенного многомерного оператора Римана-Лиувилля из одного пространства Морри на конечном параллелепипеде в другое, а также получены точные оценки норм таких операторов в зависимости от размеров параллелепипеда.

Перейдем к содержанию диссертации. Она состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, содержащего 46 наименований.

Во введении обосновывается актуальность диссертационного исследования, формулируются цели и задачи исследования, приводятся основные положения, выносимые на защиту, а также дается краткое описание работы.

В первой главе основным объектом исследования является обобщенный потенциал Рисса

$$(I_{\rho(\cdot)}f)(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \rho(|x-y|)f(y)dy, \quad x \in \mathbb{R}^n,$$

где ρ – неотрицательная измеримая функция на \mathbb{R}_+ , которую называют ядром этого потенциала. Изучается действие обобщенного потенциала Рисса из одного обобщенного локального пространства типа Морри в другое. Эти пространства характеризуются набором числовых и функциональных параметров. Автором найдены условия на эти параметры, при выполнении которых обобщенный потенциал Рисса ограничен из одного общего

локального пространства типа Морри в другое, причем для некоторой области значений числовых параметров условия на функциональные параметры являются необходимыми и достаточными. Эти результаты являются глубоким обобщением результатов об ограниченности классического потенциала Рисса.

Во второй главе рассматривается многомерный дробный интегральный оператор Римана-Лиувилля. Получены достаточные условия ограниченности многомерного оператора Римана-Лиувилля в пространствах Морри. Кроме того, получена точная оценка нормы многомерного оператора Римана-Лиувилля в зависимости от диаметра параллелепипеда. Аналогичные результаты получены для обобщенного оператора Римана-Лиувилля в локальных пространствах Морри. В заключительном разделе второй главы обобщенный оператор Римана-Лиувилля рассматривается в анизотропных локальных пространствах типа Морри. Анизотропный случай сложнее, поскольку увеличивается число параметров. Автором найдены условия ограниченности этого оператора в анизотропных локальных пространствах типа Морри и получена точная оценка нормы в зависимости от длин ребер параллелепипеда. Подчеркнем, что доказательства всех теорем этой главы технически сложные и требуют глубокого понимания используемых методов.

Все вышеуказанные результаты являются новыми и представляют собой достоверные факты теории операторов в пространствах типа Морри.

Значимость результатов диссертации для науки и практики

Результаты диссертации носят теоретический характер и относятся к общей теории операторов. Они могут быть использованы для дальнейшего исследования интегральных операторов в обобщенных пространствах типа Морри, а также для исследования дифференциальных уравнений с частными производными.

Рекомендации по использованию результатов диссертации

Результаты диссертации могут быть использованы в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, в Московском государственном

университете им. М.В. Ломоносова, в Российском университете дружбы народов, в Южном федеральном университете, в Ярославском государственном университете, в Евразийском национальном университете (г. Астана), а также в других научных и образовательных учреждениях, занимающихся теорией операторов в пространствах типа Морри и ее приложениями.

Замечания по работе

В диссертации имеется небольшое количество мелких опечаток, что не влияет на понимание текста и не снижает общей положительной оценки работы.

Заключение

Диссертационная работа М.А. Сенуси является завершенным научным исследованием на актуальную тему. Работа выполнена на высоком научном уровне. Полученные результаты являются новыми, интересными и вносят существенный вклад в теорию операторов. Работа написана четко и грамотно, аккуратно оформлена. Решение поставленных задач потребовало от соискателя глубокого понимания и владения современными методами теории функций и функционального анализа, что свидетельствует о высокой квалификации соискателя.

Основные результаты диссертации в полной мере опубликованы в ведущих научных журналах, индексируемых в международных базах Scopus и Web of Science. Положения и выводы диссертации прошли серьезную научную апробацию на международных конференциях и научных семинарах. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

На основании вышесказанного считаем, что диссертационная работа «Об ограниченности интегральных операторов в общих пространствах типа Морри» соответствует всем требованиям предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 2.2 раздела II Положения о присуждении ученых степеней в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет дружбы народов», утвержденного

ученым советом РУДН протокол № УС-1 от 22.01.2024 г., а её автор – Марьям Абделькадеровна Сенуси – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук (специальность – 01.01.01), заведующим кафедрой дифференциальных и интегральных уравнений Института математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета Олегом Геннадиевичем Авсянкиным (344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а. Тел. 8(863) 297-51-11. e-mail: ogavsyankin@sfedu.ru).

Отзыв ведущей организации на диссертацию М.А. Сенуси обсужден и утвержден на заседании кафедры дифференциальных и интегральных уравнений Института математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета, протокол № 3 от 21 ноября 2024 года.

Заведующий кафедрой дифференциальных
и интегральных уравнений Института
математики, механики и компьютерных наук
Южного федерального университета,
доктор физико-математических наук, доцент



OG
Авсянкин
Олег Геннадиевич

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Личную подпись *Авсянкина О.Г.*

ЗАВЕРЕНО:

Главный специалист по управлению персоналом

М.И. Поддубалова М.И.
«25» ноября 2024 г.

Адрес ведущей организации:
344006 г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,
Тел.: 8(863) 305-19-90; e-mail: info@sfedu.ru