

**ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МЭИ» В Г. СМОЛЕНСКЕ**

На правах рукописи

БЛИНОВ АЛЕКСАНДР ОЛЕГОВИЧ

**УПРАВЛЯЕМЫЕ СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ
С ИЗМЕНЯЕМОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ
В АНТРОПОИДНЫХ УСТРОЙСТВАХ**

1.1.7. — теоретическая механика, динамика машин

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
доцент Борисов Андрей Валерьевич

Смоленск 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 АНАЛИЗ НАУЧНЫХ РАБОТ, МОДЕЛЕЙ И ПРОБЛЕМ ПРИ СОЗДАНИИ АНТРОПОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ.....	10
1.1 Области применения антропоидных механизмов в виде экзоскелетов	10
1.2 Модели антропоидных роботов и экзоскелетов	15
1.3 Моделирование магнитно-реологических сред	27
1.4 Точность аппроксимации биологических прототипов стержневыми механическими системами.....	30
2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АНТРОПОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ С УГЛАМИ, ОТСЧИТЫВАЕМЫМИ МЕЖДУ АБСОЛЮТНО ТВЕРДЫМИ ЗВЕНЬЯМИ.....	37
2.1 Модель антропоида с пятью абсолютно твердыми звеньями на плоскости.....	37
2.2 Постановка задачи.....	49
2.3 Синтез траекторий движения звеньев антропоида	49
2.4 Анимация антропоидного движения экзоскелета.....	51
2.5 Решение обратной задачи динамики.....	52
2.6 Решение прямой задачи динамики с использованием управляющих моментов в виде кусочно-заданных ступенчатых функций.....	53
2.7 Модель управления двумерным механизмом с пятью подвижными абсолютно твердыми звеньями на основе интерполяции и аппроксимации.....	58
2.8 Оценка энергетических затрат при решении задачи управления приводами экзоскелета.....	65
2.9 Исследование влияния массивных элементов электроприводов на управление движением экзоскелета.....	66
2.10 3D модель антропоидного механизма с пятью звеньями и постановка задачи.....	69
2.11 Программное управление движением 3D модели антропоидного механизма с пятью звеньями.....	77

ГЛАВА 3 МОДЕЛИРОВАНИЕ АНТРОПОИДА ЗВЕНЬЯМИ С НЕВЕСОМЫМ УЧАСТКОМ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ МЕЖДУ ДВУМЯ АБСОЛЮТНО ТВЕРДЫМИ ЧАСТЯМИ.....	85
3.1 Модели экзоскелета с пятью звеньями переменной длины на плоскости	85
3.2 Синтез антропоморфной траектории	92
3.3 Определение управляющих моментов и продольных сил.....	95
3.4 Сравнительный анализ модели экзоскелета со звеньями переменной длины и модели, содержащей абсолютно твердые звенья.....	96
3.5 Описание 3D модели экзоскелетасо звеньями переменной длины	98
3.6 Решение обратной задачи динамики для 3D модели экзоскелета со звеньями переменной длины.....	101
ГЛАВА 4 МОДЕЛИ ЗВЕНЬЕВ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ С РЕГУЛИРУЕМОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ НА ОСНОВЕ МАГНИТНО-РЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕД	104
4.1 Приближенная модель звена переменной длины с регулируемой жесткостью в пространстве	104
4.2 Модель экзоскелета с пятью звеньями переменной длины с регулируемой жесткостью.....	118
4.3 Уточненная модель звена экзоскелета с регулируемой жесткостью в пространстве	123
4.4 Оценка погрешности уточненной модели в сравнении с созданными ранее моделями	142
4.5 Уточненная модель звена переменной длины с управляемой жесткостью и подвижным полюсом	145
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	152
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	154
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	175

ВВЕДЕНИЕ

Общая характеристика проблемы. Проблемы разработки механических управляемых систем твердых тел с изменяемой геометрией и связями становятся востребованными для реализации движения антропоморфных устройств. Для этого необходимы исследования кинематических цепей с шарнирами и связями, так как они обеспечивают преобразование внутренней энергии в целенаправленное движение, аналогично тому, как это происходит в биологических телах. Такими механическими системами является широкий и практически важных класс новых машин: антропоморфные роботы, экзоскелеты, манипуляторы. Для их моделирования и практического создания требуется использование многих достижений научно-технического прогресса.

Актуальность темы исследования определяется тем, что возможные области применения систем антропоморфного типа с большим количеством степеней свободы, вследствие изменяемой геометрии, весьма широки и все время увеличиваются. Так как вся инфраструктура сделана под антропоморфную двуногую ходьбу, необходимы соответствующие роботы с конечностями с целью использования в помещениях для помощи человеку. Механические управляемые системы с изменяемой геометрией под действием внутренних усилий и связей являются базовыми для создания разнообразных робототехнических систем: роботов-манипуляторов, антропоморфных роботов, экзоскелетов и т.д. В природе антропоморфные биомеханические системы изменяют свою геометрию во время передвижения и имеют большое количество степеней свободы. Разработка робототехнических механизмов, близких к реальным биомеханическим системам, сталкивается трудностями, связанными с тем, что составленные системы дифференциальных уравнений, описывающие поведение модели с большим количеством степеней свободы, являются громоздкими. Такие модели требуют большого количества независимых приводов, что увеличивает массу конструкции и приводит к увеличению энергозатрат. Разработка автономных или частично автономных механических систем с возможностью изменения геометрии и структуры связей представляет собой сложную междисциплинарную проблему,

затрагивающую механику и теорию управления. Это обуславливает необходимость создания новых подходов к анализу и моделированию подобных устройств.

Теоретически актуальность диссертационной работы обосновывается тем, что впервые реализовано комплексное исследование антропоидных механических систем с динамически изменяемой конфигурацией, включающее различные варианты стержневых конструкций, где звенья могут быть как абсолютно жесткими, так и с переменной длиной. Практическая значимость работы связана с растущей потребностью в методах, позволяющих исследовать биомеханические процессы и разрабатывать на их основе роботизированные устройства. Полученные результаты будут способствовать созданию востребованных механических систем антропоморфного типа, что подчеркивает значимость данного исследования.

Цель диссертационной работы – разработка моделей механических управляемых систем твердых тел с шарнирами и изменяемой геометрией под действием внутренних управляющих усилий и наложенных внешних связей применительно к динамике антропоидных структур типа экзоскелетов.

Задачи исследования:

- анализ имеющихся моделей эндо-, экзоскелетов и антропоморфных роботов, конструкций звеньев переменной длины, магнитно-реологических сред;
- выявление проблем, возникающих при моделировании опорно-двигательного аппарата человека стержневыми системами, оценка их влияния на точность модели;
- построение аналитических моделей управляемых антропоидных механизмов, изменяющих свою геометрию под действием приводов в плоском и пространственном случаях в виде дифференциальных уравнений для моделирования динамики экзоскелетов и антропоморфных роботов;
- создание модели звена переменной длины с регулируемой жесткостью для более комфортабельного движения человека в экзоскелете, исследование ее поведения;

- численный анализ разработанных антропоидных моделей: решение обратной и прямой задач динамики, аппроксимация управляющих усилий, исследование влияния электроприводов на динамику моделей;
- оценка энергетических затрат при реализации управляемого движения в предложенных антропоидных механических системах.

Объектом исследования являются антропоидные многозвенные механические управляемые системы твердых тел с изменяемой геометрией и различными конструкциями звеньев переменной длины под действием внутренних управляющих усилий и внешних связей.

Предметом исследования являются методы управления антропоидными механическими системами типа экзоскелета с заданными исполнительными механизмами с фиксированным количеством звеньев, приближенные к реальным.

Методы исследования. Для решения вышеуказанных задач и достижения цели использовались методы теоретической механики, численно-аналитические методы, теории дифференциальных уравнений, теории управления и устойчивости, математического моделирования, эмпирические данные о двуногой ходьбе и об элементах механизмов.

Достоверность полученных в работе результатов, научных положений, выводов и рекомендаций обоснована:

- строгим применением классических положений теоретической механики, современных реализаций численных методов и методов математического моделирования;
- отсутствием противоречий данным других ученых.

Научная новизна исследования заключается в том, что предложена новая отрасль в механике моделирования управляемых антропоморфных систем, заключающаяся в применении звеньев с изменяемой длиной разных конструкций, в том числе на основе магнитно-реологической жидкости.

Выявлены проблемы, возникающие при моделировании опорно-двигательного аппарата человека стержневыми механическими системами, заключающиеся в том, что: 1) в суставах оси вращения изменяют свое положение,

не оставаясь на одном месте, происходит изменение расстояния между точками, определяющими положение мгновенных осей вращения в суставах, поэтому, изменяется длина звена опорно-двигательного аппарата пользователя, поэтому необходимы звенья переменной длины в экзоскелетах; 2) в имеющихся математических моделях антропоидных механизмов углы отсчитываются от фиксированных направлений – вертикали или горизонтали, тогда как в экзоскелете при работе электроприводов с редукторами изменяются относительные углы между звеньями, использование которых требует новых математических моделей и методов управления ими; 3) значительные затраты энергии в существующих экзоскелетах требуют новых моделей звеньев переменной длины, например, с использованием магнитно-реологических сред.

Впервые разработаны математические модели антропоморфных устройств, позволяющие учитывать влияние приводов, реализующих управляемое изменение геометрии звеньев, на динамику антропоидного механизма.

Впервые разработаны в виде математических моделей для использования в экзоскелетах звенья, изменяющие свою длину, с регулируемой жесткостью с применением магнитно-реологической жидкости, что определяет новизну в разработке антропоидных моделей и отличает данную диссертационную работу.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Оценки погрешности, возникающие при моделировании биомеханических систем механическими системами.
2. Модели управляемых механизмов с изменяемой геометрией под действием внутренних усилий и внешних связей, сопоставление моделей с учетом реальных приводов и с теоретически заданными управляющими моментами, значимость учета влияния вращающихся частей в электроприводе и его массы на динамику всего механизма.
3. Модели звеньев переменной длины с регулируемой жесткостью с использованием магнитно-реологической жидкости, разработанные для применения при создании более комфортных экзоскелетов, в сравнении с имеющимися моделями.

4. Модели управляемого движения антропоморфных механических систем с изменяемой геометрией под действием внутренних управляющих усилий и внешних связей применительно к экзоскелетам, сравнительный анализ динамики моделей с различными параметрами.
5. Количественные характеристики моделей для создания более комфортабельных экзоскелетов, близких по своей динамике к опорно-двигательному аппарату человека.

Личный вклад соискателя. Постановка задач разработана автором совместно с научным руководителем, проведение расчетов проводилось автором лично, анализ результатов осуществлялся при непосредственном участии автора в творческих коллективах, сформированных для работы над проектами РФФ.

Теоретическая значимость полученных результатов. Теоретическая значимость заключается в создании новых моделей механических управляемых систем твердых тел с реконфигурируемой геометрией звеньев и внешними связями под действием управляющих сил и моментов, создаваемых приводами, новых математических моделей звеньев изменяющих свою длину с переменной жесткостью. Осуществлено исследование математических моделей антропоморфных механических систем твердых тел с активным управлением, намечены пути их применения для разработки экзоскелетов. Проведен численный анализ разработанных моделей со звеньями переменной длины, решены задачи управления движением антропоморфных механизмов, решались прямая и обратная задачи динамики, сформулированы рекомендации для разработки комфортабельных экзоскелетов.

Практическая значимость полученных результатов. Результаты диссертационного исследования практически позволят создавать управляемые экзоскелеты нового поколения со звеньями переменной длины с регулируемой жесткостью. Большое значение имеют широкие перспективы внедрения экзоскелетов в промышленности, сельском хозяйстве, в аэрокосмической отрасли, медицине, в быту.

Апробация результатов диссертации. Результаты диссертационного исследования использованы в учебном процессе филиала ФГБОУ ВО "НИУ "МЭИ" в г. Смоленске.

Основные положения, выводы и результаты научного исследования докладывались и обсуждались на международных научных конференциях в Москве, Санкт-Петербурге, Курске, Смоленске в 2021-2024 годах. На научном семинаре «Математическое моделирование процессов динамики» (2024, Москва, РУДН).

Программы, созданные для реализации механических моделей, разработанных в диссертации, зарегистрированы в государственном Реестре программ для ЭВМ. На модели с электроприводами и магнитно-реологической жидкостью получены патенты.

Работа выполнялась при поддержке грантов Российского научного фонда: 1) № 22-29-20308, <https://rscf.ru/en/project/22-29-20308/> «Разработка электромеханической модели экзоскелета со звеньями переменной длины»; 2) № 22-21-00491, <https://rscf.ru/project/22-21-00491/> «Разработка экзоскелета с регулируемой жесткостью звеньев». Поддержке Фонда содействия инновациям в рамках программы «Умник» в 2021-2023 годах, проект № 0074423 «Разработка звена экзоскелета переменной длины с управляемой жесткостью на основе магнитореологической среды».

Опубликованность результатов. По теме диссертации опубликовано 38 научных работ, среди которых 16 статей в научных журналах и материалах конференций, индексируемых в международных базах научного цитирования, 4 статьи в журнале, индексируемом в RSCI, 5 статей в других научных журналах, 1 глава в книге, 2 патента, 5 программ для ЭВМ, 2 монографии, 3 статьи сборниках и материалах конференций. Общий объем опубликованных материалов составляет около 600 страниц.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Объем диссертации составляет 174 страницы. Список литературы содержит 195 наименований работ отечественных и зарубежных авторов, а также интернет-ресурсов.

1 АНАЛИЗ НАУЧНЫХ РАБОТ, МОДЕЛЕЙ И ПРОБЛЕМ ПРИ СОЗДАНИИ АНТРОПОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ

1.1 Области применения антропоидных механизмов в виде экзоскелетов

Создание комфортабельной инфраструктуры для людей с ограниченными двигательными возможностями возможно только при условии создания высокотехнологичной продукции робототехники, обеспечивающей повышение эффективности работы организма человека за счет вертикализации в целом, улучшения физической и социальной адаптации. Разработка механических управляемых 3D-моделей человеко-машинных систем в виде бионических протезов и экзоскелетов, обеспечивающих устойчивое, целенаправленное, комфортабельное передвижение в нем человека и доступного для непосредственной технической реализации, является актуальной проблемой, стоящей перед исследователями и конструкторами.

Экзоскелеты являются результатом интеграции людей и роботизированных механизмов. Антропоморфные роботы, экзоскелеты и бионические протезы разрабатываются достаточно активно в последнее время, о чем свидетельствует большое количество публикаций [3, 4, 6, 8-24, 26, 28, 29, 31, 33, 35, 39-42, 44-47, 50, 53, 69-74, 76, 80, 83-85, 87-125, 129-173, 176, 179, 180, 182-186, 188, 190-195], патентов и программ для ЭВМ по этим темам [7, 34, 61-68, 77-79, 86, 181].

Актуальность разработки антропоморфных роботов, экзоскелетов и активных управляемых протезов в России прослеживается по количеству публикаций в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ), значительно возросших в последние годы (рисунок 1.1). На рисунке 1.1 представлены графики результатов поисков (на сайте <https://www.elibrary.ru/>), проведенных 03.04.2024 по словам и словосочетаниям «экзоскелет», «антропоморфный робот», «бионический протез», встречающимся в публикациях, с учетом морфологии публикаций. Поиск проведен по всем публикациям, за исключением патентов. На рисунке 1.2 представлено количество патентов вместе с зарегистрированными программами, в которых учтены модели, соответствующие экзоскелетам для человека или их частям.

Количество публикаций, шт.

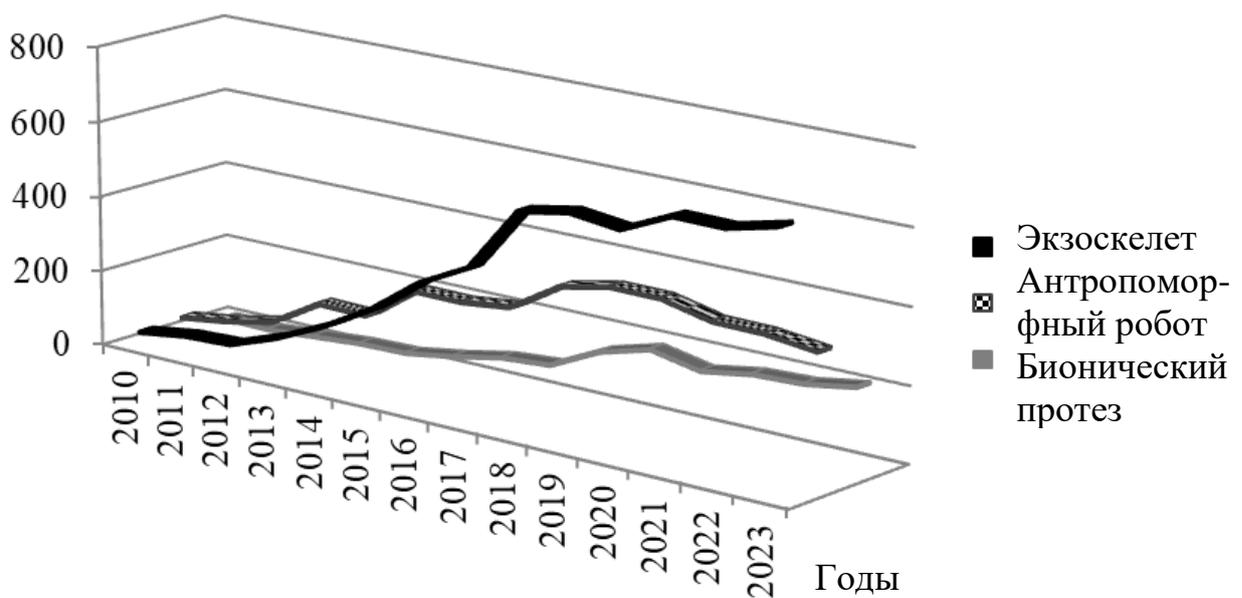


Рисунок 1.1 – Количество публикаций в системе РИНЦ за последние годы

Из рисунка 1.1 видно, что интенсивный рост публикаций по исследуемым темам начался после 2011 года. Следует отметить, что до 2015 года количество публикаций по теме «антропоморфный робот» было больше, нежели по теме «экзоскелет», а затем количество работ об экзоскелетах увеличилось. Публикации по теме «бионический протез» впервые появляются только в 2012 году и с тех пор их количество увеличивается. Рост количества патентов (рисунок 1.2) по теме «экзоскелет» начинается с 2015 года, до этого число патентов по теме «антропоморфный робот» превышало количество патентов по теме «экзоскелет». Количество патентов по теме «бионический протез» не превышает десяти в год и появляться они стали в последние шесть лет.

Проанализировав динамику исследований в области робототехнических устройств, исходя из представленных графиков, наблюдаем пик активности исследований в 2020-2023 годах. Проведенный анализ публикационной активности свидетельствует о том, что практические применения моделей антропоморфных механизмов в виде экзоскелетов стало важным, актуальным, востребованным и в настоящее время значительно опережает создание антропоморфных роботов.

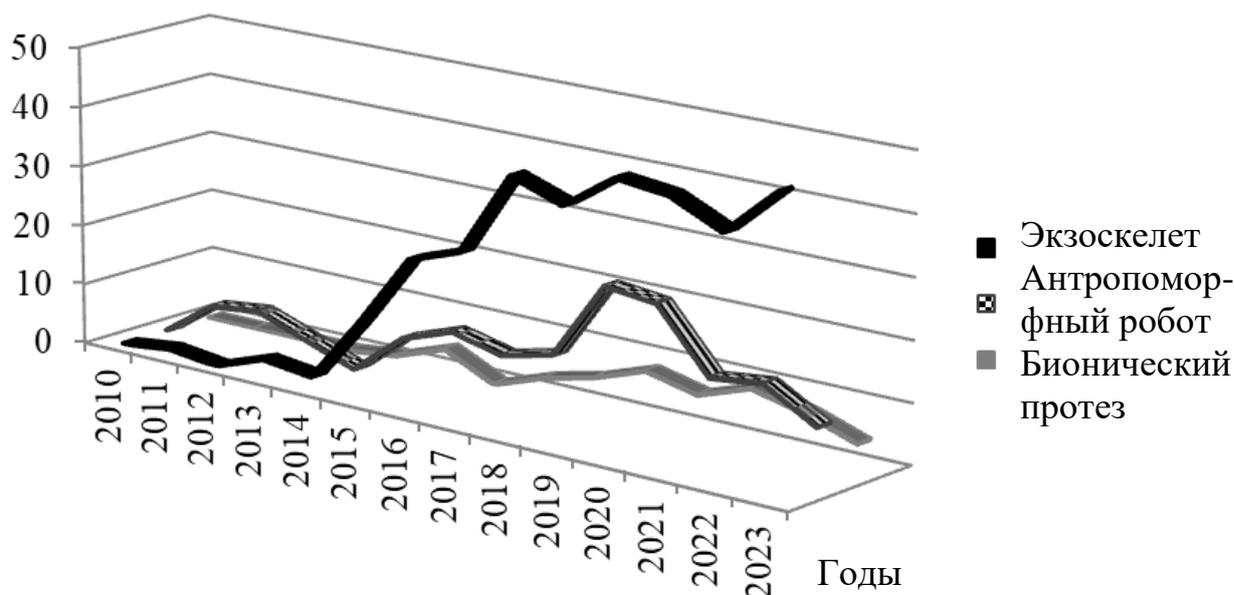


Рисунок 1.2 – Количество патентов в системе РИНЦ за последние годы

Таким образом, с каждым годом все большее количество научных работников и инженеров начинает работать в области создания экзоскелетов, антропоморфных роботов, бионических протезов. Значительный рост исследований по данной тематике объясняется технологическими возможностями, появившимися в последнее время для создания новых моделей антропоморфных механизмов. Это – создание доступных мощных вычислительных систем, датчиков, новых материалов, методов управления, что подтверждается запаздывающим ростом количества патентов после роста теоретических разработок. Существенное значение имеют широта областей применения экзоскелетов в медицине, промышленности, сельском хозяйстве, военном и спасательном деле, в космосе, в быту и значительные перспективы коммерциализации проектов по их разработке.

Важность использования экзоскелетов в медицине можно оценить по следующим направлениям применения:

- восстановление опорно-двигательного аппарата человека после травм (рисунок 1.3а);
- восстановление подвижности и тренировка мышц людей после инсульта, больных рассеянным склерозом;

- восстановление подвижности и социализации парализованных людей;
- восстановление ослабевающих функций опорно-двигательного аппарата у пожилых людей, которым трудно ходить вследствие естественных возрастных изменений;
- физиотерапия и реабилитация пациентов после операций на опорно-двигательном аппарате;
- в спортивной медицине для реабилитации после нагрузок;
- в тренировочном процессе спортсменов;
- для помощи детям со спинальной мышечной атрофией (рисунок 1.3б);
- лечение детей с детским церебральным параличом;
- разгрузка и поддержка опорно-двигательного аппарата хирурга при выполнении продолжительных операций;
- помощь медицинскому персоналу при уходе за лежачими больными (рисунок 1.3в).



а) [163]



б) [146]



в) [148]

Рисунок 1.3 – Примеры экзоскелетов, используемых в медицине

Исходя из проведенного анализа, ключевые аспекты применения экзоскелетов в медицинской отрасли представим на (рисунок 1.4).

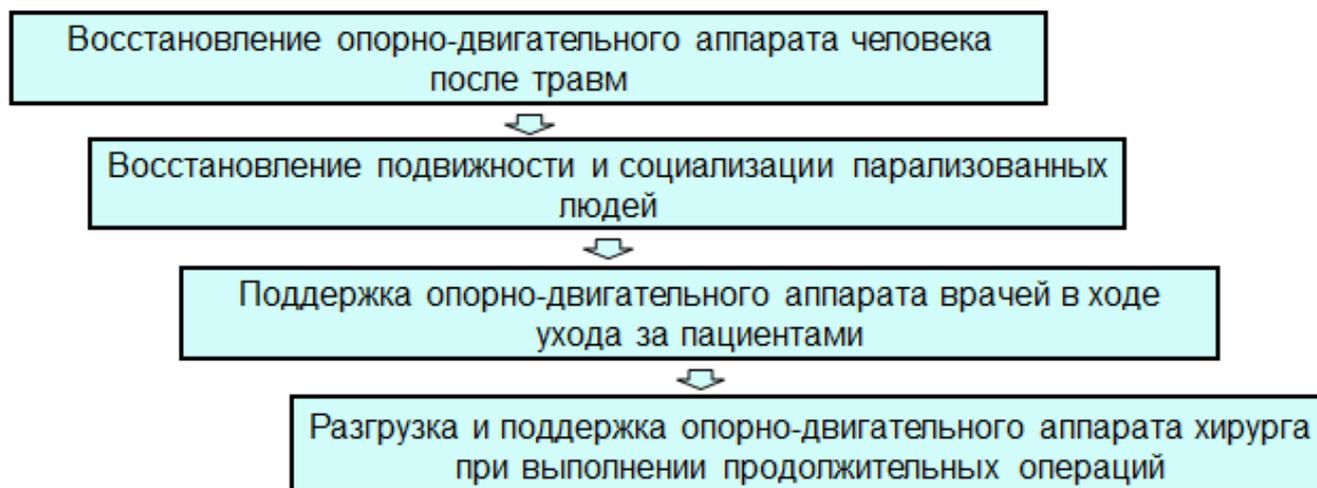


Рисунок 1.4. – Ключевые аспекты применения экзоскелетов в медицинской отрасли

Применение экзоскелетов на транспорте, в промышленности [28, 34, 61, 80, 83, 84, 131] (рисунок 1.5а), военно-промышленном комплексе [177] (рисунок 1.5б), освоении космического пространства, сельском хозяйстве [150, 152, 191, 192] (рисунок 1.5в), строительстве, повседневной жизни человека в его быту обусловлено следующими причинами:

- ограниченные силовые способности опорно-двигательного аппарата человека при подъеме и переносе тяжестей;
- низкая выносливость и время работы при выполнении однотипных движений, особенно в неудобной позе, например, с поднятыми вверх руками;
- профессиональные заболевания опорно-двигательного аппарата;
- травмы и внешние неблагоприятные воздействия.

Следовательно, тема создания экзоскелетов для повсеместного внедрения является актуальной и востребованной, так как экзоскелеты являются высокоэффективными в технологическом, потребительском, медицинском, реабилитационном и экономическом плане устройствами.



а) [153]



б) [149]



в) [143]

Рисунок 1.5. – Примеры экзоскелетов, используемых в промышленности, армии, сельском хозяйстве

Экзоскелеты способны совмещать в одном устройстве несколько полезных свойств одновременно. Например, усиление физических возможностей человека, повышение выносливости, увеличение продолжительности времени работы в нем, защиту от травм, профессиональных заболеваний, универсальность применения и соответствие современным требованиям технической эстетики.

Вследствие указанных множественных особенностей экзоскелеты получают широкое распространение и будут эффективно использоваться практически во всех отраслях глобальной техногенной системы.

1.2 Модели антропoidных роботов и экзоскелетов

Как следует из рисунка 1.2, в настоящее время имеется много запатентованных моделей экзоскелетов [7, 34, 61-68, 77-79, 86, 181]. Однако, несмотря на то, что предложенные модели обеспечивают возможности снижения нагрузки на опорно-двигательный аппарат человека, они являются некомфортабельными, имеют низкие динамические характеристики, ограниченные эксплуатационные возможности и небольшое время работы в нем.

Экзоскелеты все больше применяют военные. С их помощью перемещают тяжелые грузы (рисунок 1.5б), затрачивая меньшие мышечные усилия.

Экзоскелеты «Боец-21» [147] и «Ратник» [159] защищают тело солдата от поражающих элементов. Активные разработки костюмов для киберсолдат в виде экзоскелетов в настоящее время ведутся во многих странах мира [181].

Использование экзоскелетов находит применение и в сельском хозяйстве (рис. 1.5в) [150, 152, 191, 192] для облегчения работы в неудобной позе с циклическими повторяющимися движениями и переносе тяжестей.

Промышленные применения экзоскелетов развиты в научных работах С.Ф. Яцуна. [83-85, 193] и в запатентованных практических результатах его исследований [61, 86].

С целью реабилитации в медицине создан проект EхоAtlet [157]. Созданы перспективные модели пассивных и активных экзоскелетов. Они ориентированы на социально значимые отрасли: медицину, спасательные работы и т.п. Активно проводятся клинические испытания созданных моделей робототехнических устройств и внедрение в медицинскую практику [45]. Начаты штучные продажи некоторых моделей разработанных экзоскелетов.

В региональном сосудистом центре БУ «Республиканская клиническая больница» Министерства здравоохранения Чувашской Республики (г. Чебоксары) [70] для реабилитации и восстановления постинсультных больных используется экзоскелет Locomat Pro Швейцарской фирмы Hocoma.

Экзоскелеты широко разрабатываются за рубежом. Представлены следующие модели: Indego [158], ReWalk [151], HAL (Hybrid Assistive Limb) [156], Ekso Bionics [144], Raytheon Company Exoskeleton (XOS 2) [141], Onyx, Talos [155].

Экзоскелет ReWalk помогает восстановлению двигательной функции на двух ногах при опоре верхних конечностей на устройство в случае, если парализована нижняя половина тела человека. Датчики, которыми оснащен экзоскелет, анализируют наклон тела пациента и, используя полученные данные, управляют исполнительными механизмами экзоскелета для поддержания ног. Недостатками экзоскелета являются высокая стоимость и невозможность применения, если нарушено функционирование рук пациента [151].

Активный экзоскелет REX для нижних конечностей человека управляется с использованием планшета, реализует поддержку тела пациента при перемещении в пространстве. Конструкция весит 38 кг, что повышает вертикальную устойчивость человека с проблемами опорно-двигательного аппарата. [160]. Движение генерируется приводами в количестве 10 штук, которые обеспечивают необходимую мощность для перемещения самого экзоскелета REX и пользователя в нем весом до 100 кг. Движения экзоскелета реализуют 27 встроенных микропроцессоров, которые управляют приводными электромеханической системы. Предусмотрена возможность регулирования длины звеньев устройства, что обеспечивает точное выравнивание по осям вращения в суставах пользователя. Источником энергии для экзоскелета является литий-полимерный аккумулятор REX (29,6 В, 16,5 А·ч), заряда которого хватает примерно на шестьдесят минут работы. Комплект из двух аккумуляторов обеспечивает непрерывное использование экзоскелета [160].

Экзоскелет eLEGS имеет гидравлический привод. Используя информацию о движениях человека, микрокомпьютер, установленный в нем, запускает работу экзоскелета, реализуя безопасное для человека движение. Этот экзоскелет дешевле аналогов [167].

Активный экзоскелет Titan Arm поддерживает верхние конечности человека. Он имеет относительно небольшую цену, которая достигается возможностью печати элементов экзоскелета на 3D-принтере. Экзоскелет получает энергию от закрепленных на спине аккумуляторов. Он совершает движение, используя конструкционные тросы и кабели [91]. Применение тросовых приводов, механизмов актуаторов с различными шарнирами не только в экзоскелетах, но и в других типах роботов, широко распространено, о чем свидетельствуют публикации [93, 124, 139, 165, 172, 194].

Механизмы параллельной структуры, роботы-манипуляторы рассматриваются в работах [63, 88, 90, 93, 129, 132, 135, 166].

Мягкий пневматический экзоскелет, представленный в работах [134, 180, 190] состоит из сенсорных датчиков и программного обеспечения, управляющего

движением робототехнической системы. Гибкие искусственные копии мышц, воспроизводящие форму стопы и голени, изготовлены из эластичных полимерных материалов. Перемещение в пространстве реализовано с использованием стальных кабелей, являющимися искусственными подобиями сухожилий. Недостатками конструкции экзоскелета является трудность в осуществлении контроля над пластичными материалами.

Результаты разработки роботов, экзоскелетов и их отдельных составных частей в зарубежных публикациях представлены в работах [92, 94, 131, 133, 136, 138, 140, 171, 176, 180, 185, 186, 190-192, 195]. Проблемы создания различных роботов, оптимизации, планировании траекторий, управлении их движением, рассматриваются в работах [3, 4, 6, 26, 29, 31, 35, 41, 42, 46, 47, 92, 94, 96, 98, 117-122, 125, 129-131, 133, 138, 139, 140, 164, 171, 172, 180, 183, 185, 186, 188]. Вопросы моделирования различных механических систем и управления исследуются в [2, 25, 27, 32, 33, 52, 54-58, 73, 74, 166, 168-170, 173, 177, 187, 189]. Биомеханические аспекты функционирования и моделирования антропоидных систем описаны в публикациях [30, 39, 40, 44, 50, 71, 72, 76, 95, 134, 179, 182, 190].

Вопросам оценки затрат энергии человека при ходьбе, беге, выполнении движений различными методами измерения посвящены работы [30, 53, 76], из которых следует, что затраты энергии на одном шаге составляют порядка кДж. Поэтому проблема заключается в требовании наличия большой ёмкости у источника питания, т.к. его энергия расходуется не только на работу приводов, но и на сенсоры, вычислительную подсистему. Все эти потребители энергии приводят к быстрому разряду и перегреву имеющихся в настоящее время аккумуляторов [80]. В случае стационарного экзоскелета проблема заключается в том, что кабели могут перепутываться, повреждаться, т.е. вся система питания экзоскелета, является нестабильной из-за привязанности к проводам.

Как показывает проведенный анализ, в настоящее время существует большое количество научных исследований и реально работающих моделей экзоскелетов. Приведенный перечень работ далеко ими не исчерпывается,

научные публикации отечественных и зарубежных авторов проанализированы в работах [9, 12. 114, 117-120, 128]. Массовому производству экзоскелетов препятствует большое энергопотребление, отсутствие источников питания, способных обеспечить достаточное время автономной работы экзоскелетов, сложность конструкций и высокая цена (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Сравнительный анализ моделей антропоморфных роботов и экзоскелетов различных производителей

Критерии сравнения/ Компании	ЕхоАтлет [157]	Промышлен- ные роботы [154]	CyberDyne HAL [156]	Rewalk Robotics [151]	Boston Dynamics [142]
Энергоэф- фективность, автономность работы	до 4 часов	-	2 часа 40 минут	3 часа	90-120 минут
Масса	23 кг	3,6 кг	23 кг	25 кг	89 кг
Высота	1,6-1,9 м	1,45-1,9 м	1,6 м	1-1,5 м	1,5 м
Скорость	-	-	-	2,6 км/ч	2,5м/с
Увеличение силы	-	на 4-12 кг	в 10 раз	-	-
Тип привода	электрический	пассивный	электрический	электрический	гидравлический
Инновация	Дистанционн ое управление (с пульта на костыле)	увеличение производител ьности носителя на 8%	адаптивная технология передачи электрическог о сигнала	Интегрирован ный датчиковый массив	Динамическая устойчивость
Стоимость устройства	5 500 000 рублей	195 000 рублей	\$4,200 в месяц	\$ 65 000	\$1 000 000
Производи- тель /страна	Россия	Россия	Япония	Израиль	США

Из проведенного сравнительного анализа (таблица 1.1) следует, что имеющиеся модели активных устройств могут автономно работать не более 4 часов, имеют значительную массу, сложную конструкцию и очень дороги. Пассивный экзоскелет при относительной дешевизне и небольшой массе увеличивает производительность только на 8%. Из приведенной таблицы видно,

что с такими характеристиками и ценами имеющиеся модели антропоидных устройств далеки от массового распространения и внедрения.

Как следует из обзора известных моделей, экзоскелеты можно разделить на две группы: активные (с гидравлическими, пневматическими, электромеханическими приводами, источником энергии является встроенный аккумулятор или внешний силовой кабель) и пассивные (приводом являются усилия мышц опорно-двигательного аппарата человека, источником энергии – организм человека). Преимуществом активных экзоскелетов является значительное увеличение возможностей пользователя вплоть до полной разгрузки и замещения двигательных функций опорно-двигательного аппарата человека, недостатками – необходимость источника энергии, ограниченное время работы, высокая стоимость, большая масса. Преимуществами пассивных экзоскелетов являются: отсутствие источника энергии, неограниченное время работы, относительно простая конструкция и низкая стоимость, частичная разгрузка опорно-двигательного аппарата человека, предотвращение травм. Недостатки пассивных экзоскелетов заключаются в небольшом увеличении силы, низкой грузоподъемности и выносливости пользователя. Пассивные модели чаще используются в промышленном производстве при выполнении сборочных операций, требующих от работника принимать продолжительное время одно положение, а также для перераспределения и снижения нагрузок на опорно-двигательный аппарат человека и предотвращения травм на производстве, в сельском хозяйстве, при уходе за лежачими больными, при переноске или подъеме тяжестей. Активные экзоскелеты и их фрагменты находят применение в промышленности, армии и медицине в процессе реабилитации больных и восстановления двигательных функций.

Активные экзоскелеты имеют следующие типы приводов:

- с электрогидравлическим приводом;
- с электромеханическим приводом;
- с электропневматическим приводом;
- с искусственными мускулами.

В экзоскелетах первого типа в большинстве случаев используют гидравлические цилиндры, обеспечивающие хорошие динамические показатели и высокие показатели усилий и мощности [136, 137, 176, 195]. Конструкция с электромеханическим приводом предполагает использование электродвигателя и редуктора [8, 9-11, 14, 26, 42, 49, 66, 69, 101-108, 113]. Экзоскелеты с данным типом привода имеют высокий КПД и достаточно простую систему управления, но при этом невысокие показатели мощности. Источником движения экзоскелетов с электропневматическим приводом являются пневматические цилиндры. Они более экономичны по сравнению с электрогидравлическим приводом. Однако к пневматическим системам предъявляются повышенные требования безопасности. Экзоскелеты с искусственными мускулами основаны на высокомолекулярных соединениях, обеспечивающих характеристики робота, близкие к человеку. Такие экзоскелеты имеют ряд преимуществ, среди которых хорошие динамические характеристики, простота управления, хорошие показатели усилий и мощности, однако они имеют высокую стоимость [28].

В зависимости от внешнего исполнения экзоскелеты классифицируют на экзоскелеты рамного типа и капсульного типа. В первом случае исполнительным механизмом является стержневая конструкция с минимальным количеством связей с пользователем. В экзоскелетах капсульного типа исполнительный механизм представляет собой капсулу, закрывающую тело человека. Конструкции второго типа являются более перспективными в военно-промышленном комплексе благодаря высокой жесткости конструкции, возможности защищать все тело пользователя от внешних поражающих элементов и более простому управлению, однако они обладают сложной конструкцией сочленений [28, 181].

Большинство экзоскелетов разрабатываются для нижних конечностей и содержат абсолютно твердые звенья, не изменяющие свою длину. Рассмотренные модели экзоскелетов изготавливаются с механическими суставами с простыми поворотными осями, которые соединяются между собой абсолютно твердыми стержнями. В реальном коленном суставе, например, ось вращения изменяет свое положение, не оставаясь на одном месте, что требует использования звеньев

переменной длины. Число степеней свободы в местах подвижных сочленений экзоскелета часто недостаточно. Это создает скованность и неестественность движений [182]. Экзоскелетов со звеньями переменной длины не выявлено. Обобщением рассмотренных работ является классификация экзоскелетов, представленная на (рисунок 1.6).

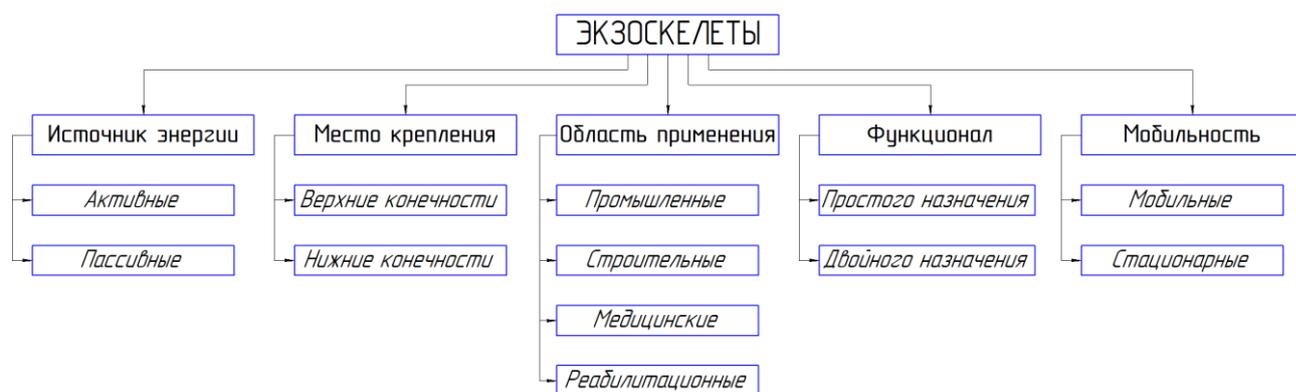


Рисунок 1.6 – Классификация экзоскелетов

Из предложенной классификации (рисунок 1.6) следует, что экзоскелеты имеют огромный потенциал применения.

Основные работы по механике антропидов обобщены в таблице 1.2, в которой отражено, какие конструкции механизмов применялись, как отсчитывались углы и учитывались ли изменения длин звеньев.

Проведенный анализ научных публикаций и патентов имеющихся моделей показал, что надо создавать модели, более близкие к биомеханике опорно-двигательного аппарата человека.

Таблица 1.2 – Аналоги моделей механических систем в литературе

Ученые	Количество звеньев и конструкция механизма	Способ отсчета углов	Наличие изменения длины звена
Корнев Г.В. [44]	До шести весомых звеньев, применение тензорной формы уравнений движения	От горизонтали против хода часовой стрелки	Не рассматривался

Продолжение таблицы 1.2

Ученые	Количество звеньев и конструкция механизма	Способ отсчета углов	Наличие изменения длины звена
Формальский А.М. [39, 40, 71, 72]	Пять инерционных звеньев и две безмассовых стопы, соединенных шарнирами, импульсное управление, баллистическая ходьба	От вертикали против хода часовой стрелки	Не учитывается
Белецкий В.В. [3]	Невесомые ноги, состоящие из двух, трех или n звеньев каждая, весомый корпус-балансир	От вертикали по ходу часовой стрелки	Не рассматривался
Бербюк В.Е. [6]	Семь весомых звеньев, трехзвенные стопы, корпус-балансир	От вертикали против хода часовой стрелки	Учитывается моделью Фойхта-Кельвина
Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. [2, 27, 73]	Управление различными механическими и электромеханическими системами	От фиксированных направлений	Учитывались упругие элементы
Яцун С.Ф. и соавторы [61, 83-86, 193]	Практические модели с различным количеством абсолютно твердых звеньев	Различный	Упругие элементы в качестве накопителей энергии
Bougrinat Y. [123]	Конструкция состоит из тросов. Описан магнитореологический актуатор.	От фиксированного направления, от горизонтали	Учитывается за счет натяжения тросов
Борисов А.В., Каспирович И.Е., Мухарлямов Р.Г. [19-24, 117-120]	Пять весомых звеньев с невесомыми шарнирами и обобщением на произвольное количество, управляемая ходьба без конкретизации приводов	От горизонтали против хода часовой стрелки	Учитывается участком переменной длины

Продолжение таблицы 1.2

Ученые	Количество звеньев и конструкция механизма	Способ отсчета углов	Наличие изменения длины звена
Блинов А.О. [8-18, 95, 96, 99-114]	Пять весомых звеньев с учетом шарниров и наличия электроприводов или магнитно-реологической жидкости для управления жесткостью звена	Между звеньями с использованием локальных систем координат	Учитывается с помощью приводов или магнитно-реологической жидкости

Так, одной из проблем является изменение расстояние между осями вращения в шарнирах вследствие их неидеальной формы и сложной формы костей [179, 182]. Следовательно, происходит изменение длины звена опорно-двигательного аппарата человека.

Из таблицы 1.2 следует, что учет изменения длин звеньев в многозвенных механизмах с учетом динамики электроприводов или применения магнитно-реологической жидкости для управления жесткостью звена практически не проводился и требует исследования.

Направление, связанное с моделированием опорно-двигательного аппарата человека, антропоморфных роботов и экзоскелетов звеньями переменной длины, предложено в работах Мухарлямова Р.Г., Каспировича И.Е., Борисова А.В. и соавторов [19-24, 117-122]. В данных работах рассмотрены различные алгоритмы составления дифференциальных уравнений движения экзоскелетов, антропоморфных механизмов и стержневых систем с переменной длиной звеньев, исследуются вопросы управления такими системами. Причины, вызывающие изменение длины звена опорно-двигательного аппарата человека, описаны в работах [117, 118, 179, 182].

Для моделирования опорно-двигательного аппарата человека могут быть успешно использованы конструкции, содержащие звенья переменной длины с сосредоточенными массами в шарнирах-суставах и между ними (рисунок 1.7 а-г), описанные в работах [19-24, 117-122].

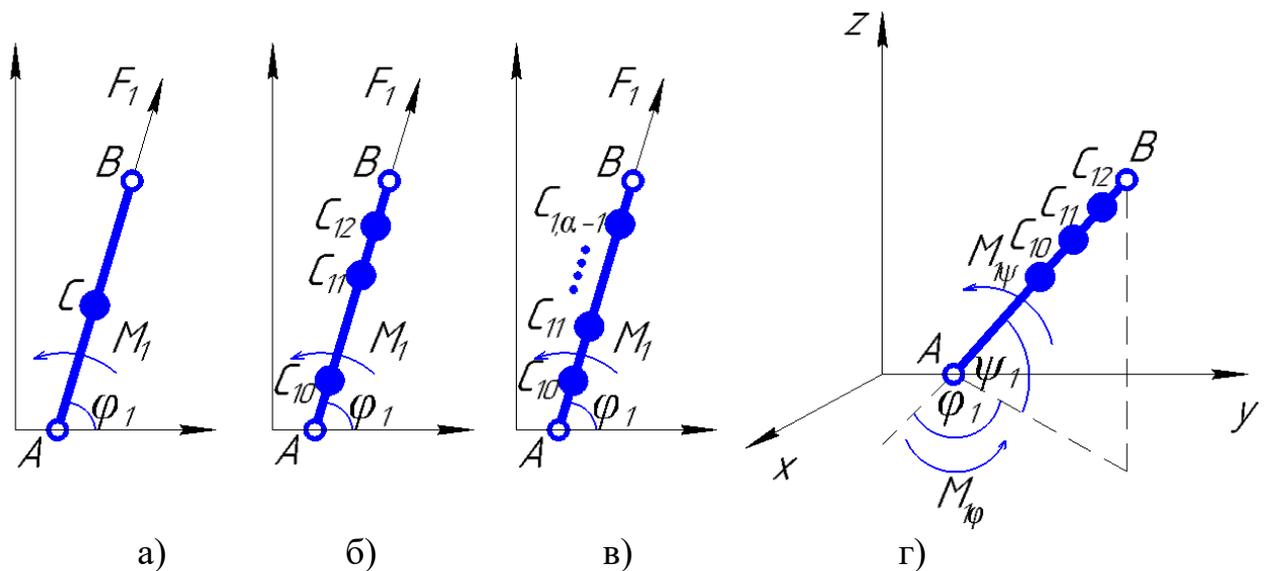


Рисунок 1.7 – Модели подвижного звена опорно-двигательного аппарата человека с сосредоточенными массами

В работах рассматривается движение звена AB длиной $l(t)$ с неподвижной точкой A , расположенной на оси Ox системы Oxy . Звено представляется системой точек с заданными массами. Положение точек на звене определяется величиной $n \cdot l(t)$, $n = \frac{AC}{AB} = \text{const}$, $0 \leq n \leq 1$ (рисунок 1.8а). Расположение звена в плоскости Oxy определяется его длиной $l(t)$ и углом $\varphi_1(t)$, который отсчитывается от оси Ox против направления хода стрелки часов. На звено действуют сила тяжести, управляющий момент M_1 относительно точки O и направленная вдоль AB сила управляющая сила F_1 , приложенная в точке B . Из таких звеньев переменной длины, задавая значения масс и их расположение на звене, близким к геометрии масс реального биологического звена, составляются модели опорно-двигательного аппарата человека с заданным количеством звеньев.

Для моделирования экзоскелетов [19-24, 117-122] разработаны: модель звена с одним участком переменной длины и абсолютно твердым весомым стержнем (рисунок 1.8а), с двумя невесомыми участками переменной длины и одним абсолютно твердым весомым стержнем (рисунок 1.8б). Вследствие действия реакций со стороны опоры, силы тяжести, соседних звеньев и управляющей продольной силы, происходит изменение длины звена.

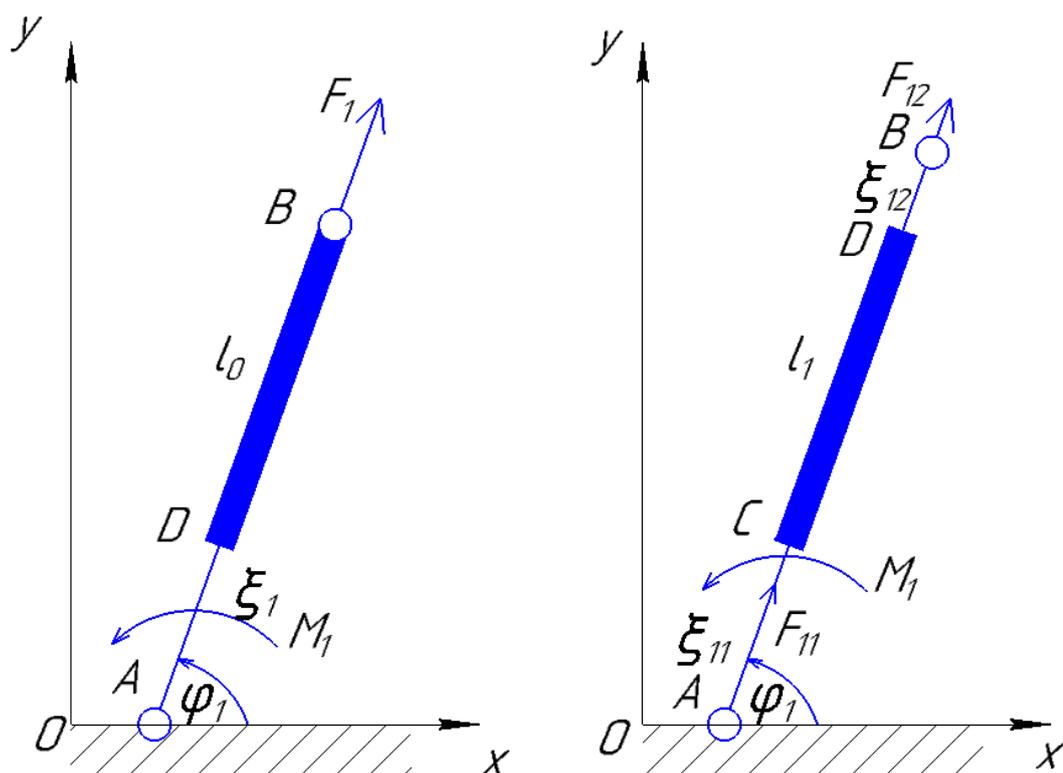


Рисунок 1.8 – Модели одного звена экзоскелета переменной длины

Все разработанные двумерные модели звеньев были реализованы в трехмерном пространстве. Для моделей звеньев переменной длины, представленных на рисунках 1.8а и 1.8б), записаны системы дифференциальных уравнений движения в форме уравнений Лагранжа второго рода. Проведено исследование моделей экзоскелетов, составленных из нескольких таких звеньев, получены системы дифференциальных уравнений движения в обобщенном векторно-матричном виде. Для всех конструкций звеньев переменной длины были разработаны эффективные скоростные рекуррентный и матричный методы составления систем дифференциальных уравнений движения [20, 23, 117, 119-122]. Проведено математическое моделирование движения экзоскелетов и антропоморфных роботов с использованием разработанных моделей звеньев переменной длины. Их недостатками является асимметрия звена (рисунок 4а) и наличие невесомых шарниров (рисунок 4б).

Во всех моделях стержень, либо участок переменной длины являлся невесомым и механизм, изменяющий его длину, не конкретизировался. Отсчет углов велся от фиксированных направлений, что упрощает уравнения движения,

но не соответствует реальному функционированию приводов опорно-двигательного аппарата человека или экзоскелета, изменяющих углы между звеньями. Также недостатком моделей является отсутствие учета динамики приводов при движении. Следовательно, важной задачей механики является создание новых моделей антропоидных механизмов со звеньями переменной длины с отсчетом углов между звеньями, соответствующим работе реальных приводов.

Данная работа является их продолжением, развитием и устраняет эти недостатки. В ней рассмотрены модели, отличающиеся от созданных ранее использованием углов, отсчитываемых между звеньями, а не от горизонтали, что соответствует реальным моделям движения механических антропоидных систем. Также проведено исследование вопросов электромеханики движения антропоморфных систем, их энергозатрат и предложена новая модель звена переменной длины с регулируемой жесткостью на основании использования магнитно-реологических сред. Это является важной задачей механики, открывающей новое направление в создании антропоидных механизмов.

1.3 Моделирование магнитно-реологических сред

В будущем особую роль в области робототехники будут играть мягкие экзоскелеты с применением магнитно-реологических жидкостей.

Магнитореологическая жидкость – жидкость, состоящая из частиц магнетиков микро- или нанометровых размеров, хаотично распределенных в жидкости-носителе во взвешенном состоянии, способная менять свое реологическое поведение под действием приложенного магнитного поля. Она состоит из поляризуемых и намагничиваемых частиц, выстраиваемых в линию при наложении магнитного поля (рисунок 1.9), что приводит к изменению вязкости в течение нескольких миллисекунд.



Рисунок 1.9 – Магнитно-реологическая жидкость под действием внешнего магнитного поля

В зависимости от физико-химического состава магнитно-реологической жидкости изменяется предел текучести в диапазоне 0-100 кПа [127]. Магнитно-реологическая жидкость представляет собой коллоидные растворы, которые, в свою очередь, состоят из стабилизированных поверхностно-активными веществами дисперсных и ультрадисперсных частиц магнетиков.

Магнитно-реологические жидкости в зависимости от дисперсности частиц и структуры магнетика делятся на: 1) магнитно-реологические суспензии, 2) магнитно-управляемые микроносители, 3) ферромагнитные жидкости [1, 5, 37, 38, 43, 51, 59, 60, 75, 81, 87, 89, 97, 123, 126-128, 174-176, 178].

Вязкость магнитно-реологических суспензий, в отличие от «феррожидкостей», может увеличиваться до 100 раз. Магнитно-реологическая жидкость обладает высокой агрегативной устойчивостью в магнитном поле. Также она способна передавать высокие касательные напряжения [174].

Примерами применения магнитно-реологической жидкости являются магнитно-жидкостное уплотнение для герметизации валов, гибридные приводы с магнитно-реологическими муфтами, магнитно-реологическое полирование, магнитно-реологический амортизатор и т.д. Так, гибридные приводы работают за счет выпрямления магнитострикционных колебаний с помощью магнитно-реологического выпрямления потока. На работу магнитно-реологических муфт оказывают влияние такие факторы, как свойства и реакция магнитно-

реологической жидкости, жесткость конструкции, производительность, схема управления и другие. Устройства, принцип работы которых основан на применении магнитно-реологической жидкости, имеют такие преимущества, как высокий крутящий момент, низкую потребляемую мощность и безопасность.

Исходя из вышесказанного, следует, что магнитно-реологические среды имеют широкие перспективы применения при создании таких сложных мехатронных устройств, как экзоскелеты.

Как следует из проведенного анализа имеющихся в открытой печати публикаций и регулярного мониторинга данной тематики, моделей экзоскелетов, в которых имеются звенья переменной длины с регулируемой жесткостью, на данный момент не выявлено. Поэтому, рассмотрим работы, в которых проводится моделирование магнитно-реологических сред и их применение в различных технических устройствах. Актуатор с переменной жесткостью предложен в работе [185]. Использованию магнитно-реологических материалов в приводах экзоскелетов посвящены работы [12, 15-18, 87, 89, 100, 109-112, 114-116, 126, 127, 133, 174]. Понятие магнитно-реологической жидкости, как определенной категории интеллектуальных жидкостей, которые изменяют свою вязкость в присутствии магнитного поля, вводится в работах [1, 5, 13, 37, 38, 43, 51, 59, 75, 81, 175]. Вязкоупругость этих жидкостей может быть увеличена возрастанием приложенного к ним магнитного поля. Одно из созданных применений магнитно-реологической жидкости – привод в коленном суставе экзоскелета [87, 126, 128], поскольку крутящий момент в этом суставе оказывает демпфирующее действие на большую часть цикла походки [133]. Магнитно-реологические приводы исследованы в работах [136, 174, 176]. Перспективы использования магнитно-реологических жидкостей при создании экзоскелетов рассмотрены в [13, 114]. Однако, о создании полноценного экзоскелета или антропоморфного робота с мягкими звеньями переменной длины и жесткости речь пока не идет. Таким образом, данная работа опережает имеющиеся модели и является теоретическим фундаментом для дальнейшей практической реализации нового класса экзоскелетов.

1.4 Точность аппроксимации биологических прототипов стержневыми механическими системами

Вопросы точности моделирования движений антропоморфных механизмов являются важными и актуальными вследствие практической необходимости синхронного копирования экзоскелетом движения человека с минимальным запаздыванием. Это обеспечит комфортабельное использование экзоскелета. Оценки точности движений и необходимого количества звеньев рассмотрены в работах Борисова А.В., Чигарева А.В. [19, 20, 24]. В данном параграфе рассмотрим вопрос о том, насколько точно стержень моделирует распределенное звено, например голень или бедро опорно-двигательного аппарата человека. В теоретической механике, в динамике твердого тела, широко используется подход, связанный с аппроксимацией абсолютно твердого тела системой материальных точек, жестко связанных между собой, т.е. масс, связанных стержнями. Желательно, чтобы при этом исходное тело и аппроксимирующая стержневая система были эквивалентны друг другу в смысле геометрии масс, т.е. $m_1 = m_2$, $I_1 = I_2$ и динамики, чтобы вели они себя эквивалентным образом [20].

В случае деформируемых тел, к которым относятся отдельные звенья опорно-двигательного аппарата человека в интегральном смысле: мышцы, кость, суставы с учетом сложной геометрии их формы и значимого изменения расстояния между осями вращения, также используется аппроксимация стержневой системой, когда в узлах сосредоточены массы, а соединяются они между собой стержнями переменной длины. Стержни могут работать на сжатие-растяжение, кручение и изгиб. Если есть механическая система с изменяемой геометрией, то в шарнирах необходимы повороты стержней, реализуемые посредством шарниров, допускается разрыв некоторых связей, возникают кинематические цепи [20].

При исследовании биомеханических систем, являющихся непрерывными, можно перейти к дискретным стержневым системам. Такой подход широко используется в машиностроении. Этот метод можно применить для исследования

и моделирования биологических систем. Стержневая дискретная система должна подчиняться тем же законам, что и непрерывная. Рассмотрим преобразование фундаментальных законов при таком переходе.

1) Масса механической системы остается постоянной:

$$m = \iiint_V \rho(x, y, z) dV \approx \sum_{k=1}^n m_k. \quad (1.1)$$

Плотность некоторого объема сплошного тела с точками, имеющими координаты (x, y, z) , проектируется в точечную массу, с номером k с координатами (x_k, y_k, z_k) . В итоге, получается сосредоточенная масса.

Следовательно, при переходе от непрерывной к дискретной модели сохраняется масса тела. Однако, распределение масс определяется, вообще говоря, неоднозначно. Возникает вопрос об адекватности и единственности такого преобразования. Деформируемое твердое тело имеет бесконечное число степеней свободы. Если его заменить стержневой системой с сосредоточенными массами, то возникает неопределенность, связанная с такой заменой. Если ввести подвижность шарниров, то это делает задачу еще более неопределенной. Чем больше число степеней свободы в стержневой системе с сосредоточенными массами, тем больше неопределенность аппроксимации такой системой деформируемого твердого тела. Поэтому необходимо, чтобы совпадали центры масс исходного деформируемого твердого тела и аппроксимирующей его механической стержневой системы. Также должны совпадать их моменты инерции относительно рассматриваемых осей.

2) Сохраняется геометрия масс, положение центра масс:

$$C_{\text{конт}}(x, y, z) = C_{\text{дискр}}(x, y, z). \quad (1.2)$$

Для непрерывного и дискретного тела радиус-векторы центров масс равны:

$$\bar{r}_C = \frac{\iiint_V \bar{r} \rho(\bar{r}) dV}{\iiint_V \rho(\bar{r}) dV} \approx \frac{\sum_{k=1}^n \bar{r}_k m_k}{\sum_{k=1}^n m_k}. \quad (1.3)$$

3) Моменты инерции одинаковы:

$$I_C = \iiint_V \bar{\xi}^2 \rho(\bar{r}) dV = \sum_{k=1}^n \bar{\xi}_{kC}^2 m_k, \quad (1.4)$$

где: $\bar{\xi}$ – расстояние от центра масс до k -той точки:

$$\bar{\xi} = \bar{r} - \bar{r}_C. \quad (1.5)$$

Аналогично должны быть равны моменты инерции исходного деформируемого твердого тела и аппроксимирующей его дискретной механической стержневой системы относительно осей, проходящих через их центры масс:

$$I_{ij}^{\text{конт}} \approx I_{ij}^{\text{дискр}}. \quad (1.6)$$

Если считать, что форма звеньев в сплошном теле является цилиндрической, то в модели цилиндр можно заменить стержнем. Следовательно, и момент инерции цилиндра заменяем на момент инерции стержня.

Момент инерции сплошного цилиндра радиусом R и длиной l относительно оси, перпендикулярной продольной оси симметрии цилиндра и проходящей через его центр масс, равен [82, с. 108]

$$I_{\text{цилиндра}} = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{l^2}{12} \right). \quad (1.7)$$

Осевой момент инерции стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной продольной оси симметрии стержня и проходящей через его центр масс, равен

$$I_{\text{стержня}} = \frac{ml^2}{12}. \quad (1.8)$$

Тем самым можно найти абсолютную погрешность приближения цилиндра стержнем, как модуль разности соответствующих моментов инерции:

$$\left| I_{\text{цилиндра}} - I_{\text{стержня}} \right| = \frac{mR^2}{4}. \quad (1.9)$$

Относительная погрешность для момента инерции определяется выражением:

$$\delta = \frac{|I_{\text{цилиндра}} - I_{\text{стержня}}|}{I_{\text{стержня}}} = 3 \frac{R^2}{l^2}. \quad (1.10)$$

Таким образом, погрешность тем больше, чем больше радиус цилиндра и меньше его длина. Например, для бедра $R \approx 0.08$ м, $l \approx 0.48$ м [21, 22], погрешность, равная $\delta = 0,083 > 0,05$, является достаточно значимой, следовательно, пренебречь цилиндрической формой звена, можно только снижая точность модели.

Так как реальное звено опорно-двигательного аппарата человека также похоже на конус, проведем анализ погрешности аппроксимации конуса стержнем. Момент инерции сплошного конуса радиусом основания R и длиной l относительно оси, перпендикулярной продольной оси симметрии конуса и проходящей через его центр масс, равен

$$I_{\text{конуса}} = 3m \left(\frac{R^2}{20} + \frac{l^2}{80} \right). \quad (1.11)$$

Момент инерции стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной продольной оси симметрии стержня и проходящей через его центр масс, определяется выражением (1.8).

Абсолютную погрешность приближения конуса стержнем можно найти, как модуль разности соответствующих моментов инерции:

$$|I_{\text{конуса}} - I_{\text{стержня}}| = \left| \frac{3mR^2}{20} - \frac{11ml^2}{240} \right|. \quad (1.12)$$

Тогда относительная погрешность для момента инерции равна:

$$\delta = \frac{|I_{\text{конуса}} - I_{\text{стержня}}|}{I_{\text{стержня}}} = \left| \frac{9R^2}{20l^2} - \frac{11}{20} \right|. \quad (1.13)$$

Таким образом, погрешность ведет себя сложнее, нежели в случае с цилиндром. Для анализа полученного результата введем безразмерную величину

$\chi = \frac{R}{l}$, тогда:

$$\delta = \left| \frac{9}{20} \chi^2 - \frac{11}{20} \right|. \quad (1.14)$$

Построим график (рисунок 1.10) относительной погрешности в виде (1.14).

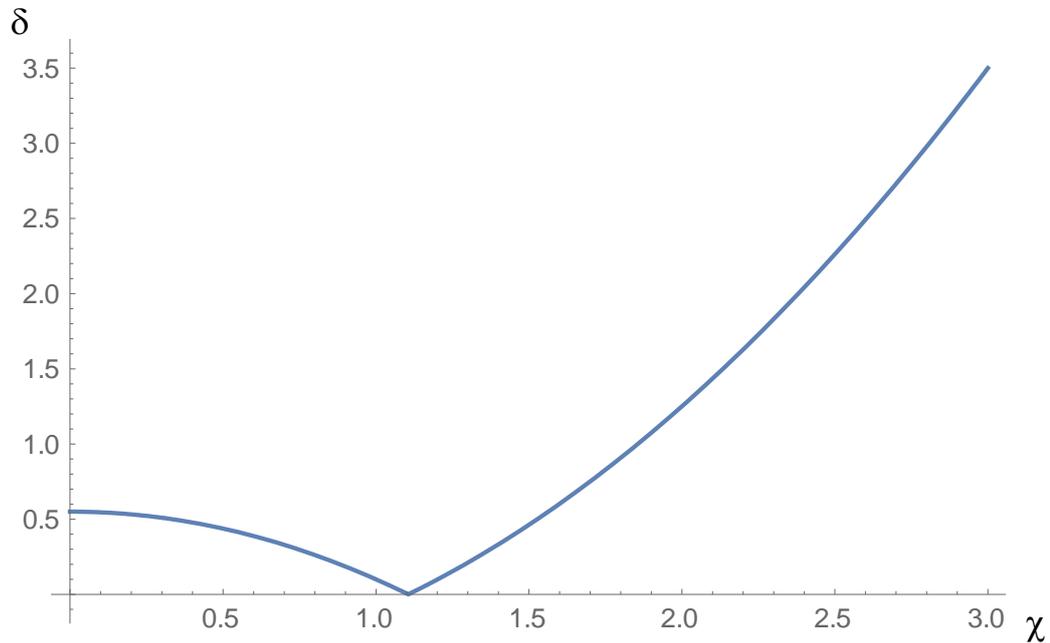


Рисунок 1.10 – Зависимость относительной погрешности от отношения радиуса основания конуса R к его длине l

Полученный график показывает, что есть значение величины χ , при котором погрешность обращается в ноль. Это значение по модулю равно $\frac{\sqrt{11}}{3}$. То есть, при оптимальном отношении между длиной конуса и радиусом основания $R \approx 1,1 \cdot l$ стержень будет точно аппроксимировать конус. Если отношение $\frac{R}{l}$ будет уменьшаться относительно значения $\chi = \frac{\sqrt{11}}{3}$, что соответствует случаю увеличения длины конуса или уменьшению радиуса его основания, погрешность будет увеличиваться по параболе, достигая своего максимума $\delta = \frac{11}{20}$ при $\chi \rightarrow 0$, что физически соответствует случаю $R \ll l$. При увеличении отношения $\frac{R}{l}$ относительно значения $\chi = \frac{\sqrt{11}}{3}$ погрешность будет неограниченно увеличиваться

по параболе. Этот случай соответствует увеличению радиуса основания конуса при уменьшении его длины, что не реализуется для звеньев опорно-двигательного аппарата человека.

Таким образом, установлено, что погрешность аппроксимации отдельных звеньев опорно-двигательного аппарата человека стержнями является сопоставимой величиной, и пренебрежение ею приведет к существенным погрешностям. Это значит, что звенья экзоскелета частично могут повторять движения звеньев пользователя, чем может быть объяснена некомфортабельность нынешних моделей экзоскелетов.

4) Жесткость в реальном деформируемом твердом теле в различных местах разная, поэтому жесткость стержней должна быть распределена так, чтобы она адекватно аппроксимировала жесткость исходной системы, что позволяет сделать применение звеньев переменной длины с управляемой жесткостью.

Необходимо стремиться к тому, чтобы поведение деформируемого тела и дискретной системы было близко, то есть имело аналогичную геометрию масс и жесткостные свойства.

Выводы по главе

1. Среди публикаций и патентов, имеющих в открытом доступе, не удалось обнаружить описание пространственных механизмов со звеньями переменной длины с управляемой жесткостью. К настоящему времени еще не созданы модели экзоскелетов со звеньями переменной длины, которые являются комфортабельными для пользователя и имеют достаточное время автономной работы. Поэтому исследования в этом направлении могут способствовать дальнейшим разработкам новых конструкций экзоскелетов.

2. Применение экзоскелетов в здоровьесберегающих технологиях становится все более актуальным. Основными недостатками устройств на данный момент являются чрезмерный вес экзоскелета, который затрудняет его использование в медицинских, а именно реабилитационных, и производственных целях, высокая цена изготовления конструкции, необходимость использования

внешних источников питания. Поэтому перспективными являются экзоскелеты со звеньями переменной длины с регулируемой жесткостью, имеющими пониженное потребление энергии.

3. Установлено, что биомеханические системы в виде опорно-двигательного аппарата человека не могут адекватно моделироваться механическими стержневыми системами, так как при переходе от распределенного деформируемого твердого тела к модели стержня, применяемой при создании экзоскелетов и антропоморфных роботов, возникают значительные погрешности. Следовательно, необходимо разрабатывать максимально легкие модели экзоскелетов со звеньями переменной длины и регулируемой жесткостью.

2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АНТРОПОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ С УГЛАМИ, ОТСЧИТЫВАЕМЫМИ МЕЖДУ АБСОЛЮТНО ТВЕРДЫМИ ЗВЕНЬЯМИ

2.1 Модель антропоида с пятью абсолютно твердыми звеньями на плоскости

Предложенные модели экзоскелетов отличаются от ранее созданных [19-24, 117-122] тем, что используются углы между звеньями, которые соответствуют реальной работе электроприводов с редукторами, которые изменяют относительные углы между звеньями. Таким образом, целенаправленное перемещение антропоморфного механизма осуществляется за счет изменения конфигурации звеньев, внутренних управляющих усилий и налагаемых внешних связей. Предложена плоская модель экзоскелета из пяти подвижных управляемых звеньев. В плоской модели активного экзоскелета во всех местах подвижного соединения звеньев используются идеальные цилиндрические шарниры без трения, реализующие необходимые повороты звеньев. Для нее, равно как и для остальных моделей, созданных в работе, ставятся задачи, приведенные в таблице 2.1.

Рассмотрим плоскую модель экзоскелета, состоящую из пяти подвижных управляемых звеньев, с углами, отсчитываемыми между звеньями и шестью системами координат – абсолютной и локальными (рис. 2.1). Введем абсолютную неподвижную правую декартову систему координат A_0xyz , с плоскостью xA_0y , в которой происходит движение антропоморфного механизма (рис. 2.1). Для описания движения первого, нижнего звена A_0A_1 введем подвижную локальную систему координат $A_0x_1y_1$, жестко связанную со звеном. Подвижную ось A_0x_1 направим вдоль звена, ось A_0y_1 , исходя из условия правого базиса. Аналогично локальные системы координат вводятся для всех пяти звеньев. В отличие от предыдущих работ [19-24, 117-122], углы отсчитываются между звеньями, т.е. между осями локальных систем координат против хода часовой стрелки от звена с меньшим номером, к звену с большим номером, а в случае первого звена – от абсолютной неподвижной системы координат к подвижной локальной системе, жестко связанной с первым звеном.

Таблица 2.1 – Постановка задачи для каждой рассматриваемой модели

Основные задачи	Дополнительные задачи
Синтезировать траекторию движения	Создать анимацию движения каждого звена для экзоскелета в целом с целью наглядной визуализации его перемещения
Решить обратную задачу динамики и определить управляющие моменты	Решить задачу Коши для математической модели антропоидного механизма. Провести моделирование движения звеньев и выполнить сравнительный анализ полученных траекторий движения звеньев с заданным исходным движением
Разработать систему управления движением электромеханической модели на основе кусочно-заданных ступенчатых функций	Исследовать влияние вращающихся роторов электродвигателя на движения антропоидного механизма в виде экзоскелета
Оценить энергетические затраты в приводах антропоида	

Вследствие особенностей конструкции антропоморфного механизма на рис. 2.1 углы $\varphi_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) между и локальными (а в случае первого звена – неподвижной) системами координат показаны в отрицательном направлении, за исключением звеньев под номерами один и два, для которых углы показаны в положительном направлении.

Рассматриваемая модель состоит из абсолютно твердых весомых звеньев, представляющих собой стержни (рис. 2.1). Звенья соединяются между собой посредством цилиндрических шарниров, расположенных в точках A_i ($i = 0, 1, 2, \dots, 5$).

Цилиндрические шарниры, расположенные в точках A_0 и A_5 , соединяются с опорной поверхностью с помощью односторонней неударяющей связи, которая в момент постановки ноги на опру мгновенно накладывается, а в момент отрыва от опорной ноги – снимается. Модель походки антропоморфного механизма предполагается близкой к спортивной ходьбе человека, т.е. в процессе ходьбы происходит чередование ее одноопорных фаз. При этом смена опорной и переносимой ног происходит мгновенно.

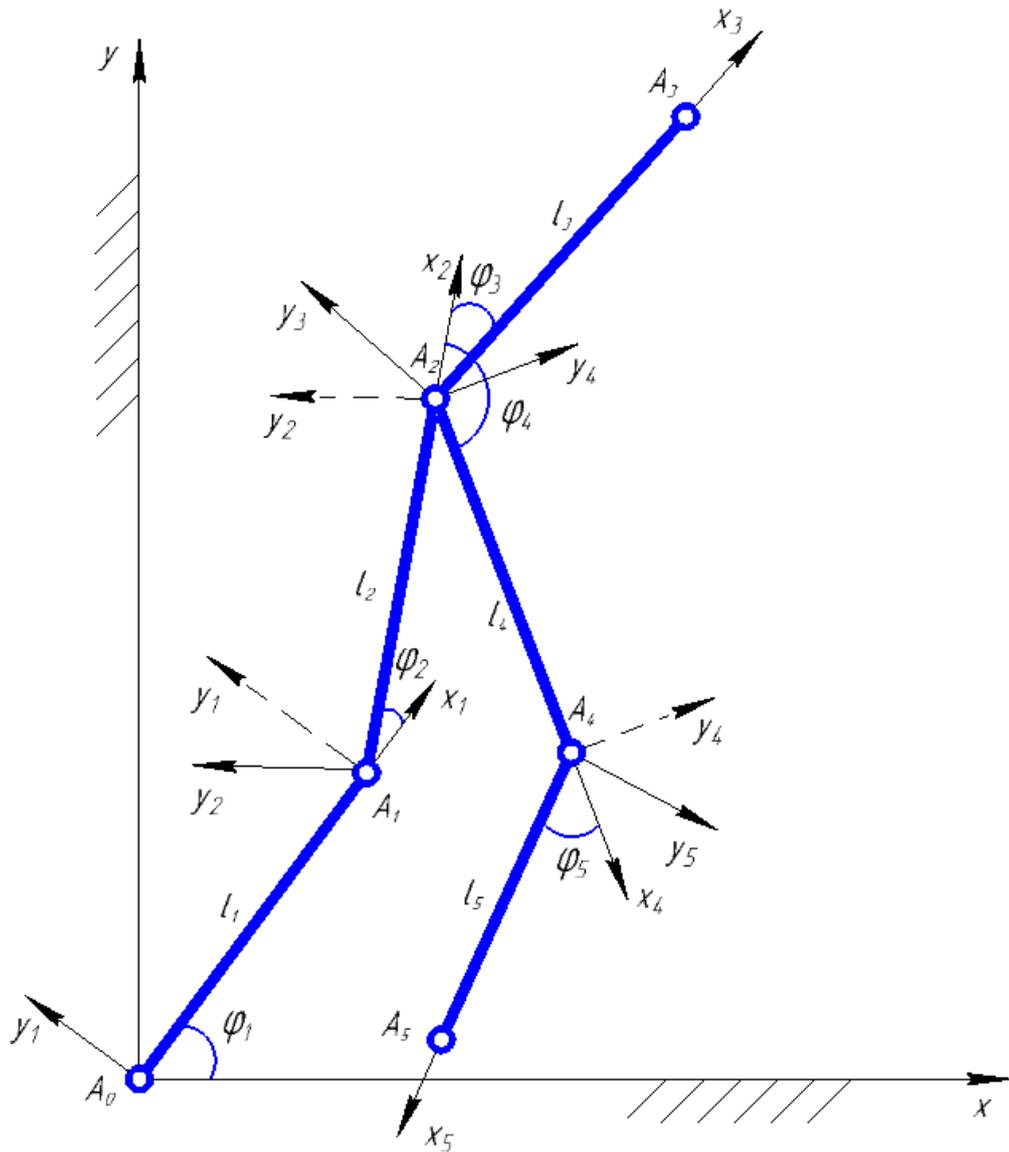


Рисунок 2.1 – Модель механизма с пятью подвижными звеньями и локальными системами координат на плоскости

Под действием силы тяжести, реакций со стороны опоры и соседних стержней, внутренних управляющих усилий (не показанных на рисунке 2.1) происходят относительные повороты звеньев между собой вокруг каждой из осей координат, тем самым, при заданном должным образом управлении, может быть реализовано антропоморфное движение всего механизма.

Форма и длины звеньев: $A_0A_1 = l_1$, $A_1A_2 = l_2$, $A_2A_3 = l_3$, $A_2A_4 = l_4$, $A_4A_5 = l_5$, представляющие собой прямолинейные стержни, считаются неизменными во все время движения при любых прикладываемых усилиях. Масса первого звена A_0A_1 равна m_1 , второго звена A_1A_2 равна m_2 и т.д.

Так как в выбранной модели механизма звенья представляют собой абсолютно твердые весомые стержни, то моменты инерции для них будут определены, как моменты инерции однородных твердых стержней. Тогда у первого звена A_0A_1 момент инерции относительно оси, проходящей через его начало – точку A_0 перпендикулярно плоскости движения $x_1A_0y_1$, обозначим I_1 . В силу однородности стержня $I_1 = m_1l_1^2/3$. Аналогично вводятся моменты инерции для всех звеньев антропоморфного механизма относительно осей, проходящих через начало стержня.

Первое звено A_0A_1 совершает вращательное движение в цилиндрическом шарнире A_0 . Положение звена зависит от одного параметра и однозначно определяется углом $\varphi_1(t)$. Обозначим через M_1 управляющий момент, развиваемый в шарнире A_0 .

Положение второго звена A_1A_2 , совершающего плоскопараллельное движение, зависит от движения точки A_1 , которую примем за полюс, и дополнительно от одного параметра – угла $\varphi_2(t)$. Управляющий момент, развиваемый в шарнире A_1 , обозначим через M_2 .

Для остальных звеньев, совершающих плоскопараллельное движение, углы и управляющие моменты вводятся аналогично второму звену A_1A_2 .

Обобщенными координатами, однозначно характеризующими положение механизма в пространстве, являются углы между соответствующими осями координат (рисунок 2.1): φ_i , ($i = 1, 2, \dots, 5$). Рассматриваемая система имеет пять степеней свободы. Для реализации управляемого движения необходимо использовать пять независимых приводов – для управления углом поворота каждого звена. Приводы могут быть различными: гидравлическими, пневматическими, электрическими. В дальнейшей работе предполагается использовать электрические двигатели. Для управления угловыми координатами электродвигатели будут работать в паре с редукторами, понижающими обороты и увеличивающими крутящие моменты [105, 107].

Координаты центров масс звеньев в абсолютной неподвижной системе координат xA_0y имеют вид:

$$x_{C_1} = 0.5l_1 \cos \varphi_1,$$

$$y_{C_1} = 0.5l_1 \sin \varphi_1,$$

$$x_{C_2} = l_1 \cos \varphi_1 + 0.5l_2 \cos \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right),$$

$$y_{C_2} = l_1 \sin \varphi_1 + 0.5l_2 \sin \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right),$$

$$x_{C_3} = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right) + 0.5l_3 \cos \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i \right),$$

$$y_{C_3} = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right) + 0.5l_3 \sin \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i \right), \quad (2.1)$$

$$x_{C_4} = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right) + 0.5l_4 \cos \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i \right),$$

$$y_{C_4} = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right) + 0.5l_4 \sin \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i \right),$$

$$x_{C_5} = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right) + l_4 \cos \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + 0.5l_5 \cos \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i \right),$$

$$y_{C_5} = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right) + l_4 \sin \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + 0.5l_5 \sin \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i \right).$$

Кинетическая энергия механизма складывается из энергий движения стержней $A_{i-1}A_i$, ($i = 1, 2, \dots, 5$)

$$T = \sum_{i=1}^5 T_{A_{i-1}A_i}. \quad (2.2)$$

При определении кинетической энергии учтено, что звено A_0A_1 совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, находящейся в цилиндрическом шарнире A_0 , поэтому его кинетическая энергия равна: $T_{A_0A_1} = I_1 \dot{\varphi}_1^2 / 2$. Вследствие того, что звенья $A_{i-1}A_i$ ($i = 2, 3, \dots, 5$), совершают плоскопараллельное движение с полюсом A_{i-1} , кинетическая энергия может быть вычислена по формуле, приводящейся в работах [48, с. 157 и 71, с. 21]. Запишем

эту формулу в виде, удобном для реализации в системе компьютерной математики:

$$T_{A_{i-1}A_i} = \frac{1}{2} \left[m_i (\dot{x}_{A_{i-1}}^2 + \dot{y}_{A_{i-1}}^2) + 2m_i \begin{vmatrix} \dot{x}_{A_{i-1}} & \dot{y}_{A_{i-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{j=1}^i \dot{\phi}_j \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} + I_i \left(\sum_{j=1}^i \dot{\phi}_j \right)^2 \right], \quad (2.3)$$

где x_{A_i} , y_{A_i} – координаты точки A_i , являющейся полюсом для рассматриваемого звена $A_{i-1}A_i$; r_x , r_y – координаты проекции радиус-вектора центра масс звена $A_{i-1}A_i$ относительно полюса A_i ; I_i – момент инерции звена относительно полюса, т.е. момент инерции стержня относительно его начала ($i = 1, 2, \dots, n$).

В случае первого звена, соединенного с опорной поверхностью, скорость полюса равна нулю, т.е. $\dot{x}_{A_0} = 0$, $\dot{y}_{A_0} = 0$.

Кинетическая энергия звеньев, совершающих плоскопараллельное движение, вычислялась для контроля правильности двумя способами. Формулу для кинетической энергии звена A_1A_2 механизма можно получить, используя метод суммирования кинетических энергий бесконечно малых участков стержня, предложенный в работах [9, 12, 23, 122], согласно которому:

$$T_{A_{i-1}A_i} = \frac{1}{2} \int_0^{l_i} V_\chi^2 \rho_i d\chi, \quad (2.4)$$

где χ – координата бесконечно малой частицы звена $A_{i-1}A_i$; ρ_i – плотность материала, из которого изготовлено звено $A_{i-1}A_i$; V_χ^2 – квадрат скорости бесконечно малой частицы звена $A_{i-1}A_i$, вычисляемый относительно начала координат – точки A_0 .

Оба описанных метода подсчета кинетической энергии были реализованы в системе компьютерной математики Wolfram Mathematica [162] и получено совпадение результатов, что гарантирует правильность вычисления кинетической энергии звена, совершающего плоскопараллельное движение с использованием углов между звеньями и локальных систем координат.

Полученное выражение кинетической энергии всего механизма имеет вид:

$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2} \left(\left(\sum_{i=1}^5 I_i + l_1^2 \sum_{i=2}^5 m_i + l_2^2 \sum_{i=3}^5 m_i + l_4^2 m_5 + l_1 l_2 \left(m_2 + 2 \sum_{i=3}^5 m_i \right) \right) \cos(\varphi_2) + \right. \\
& + l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3) + l_1 l_3 m_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) + l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + \\
& + l_1 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5) + l_2 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) + \\
& + l_1 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \Big) \dot{\varphi}_1^2 + \left(\sum_{i=2}^5 I_i + l_2^2 \sum_{i=3}^5 m_i + l_4^2 m_5 + l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3) + \right. \\
& + l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5) + l_2 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \Big) \dot{\varphi}_2^2 + \\
& + I_3 \dot{\varphi}_3^2 + \left(\sum_{i=4}^5 I_i + l_4^2 m_5 + l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5) \right) \dot{\varphi}_4^2 + I_5 \dot{\varphi}_5^2 + (2I_5 + l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5)) \dot{\varphi}_4 \dot{\varphi}_5 + \\
& + \dot{\varphi}_2 \left((2I_3 + l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3)) \dot{\varphi}_3 + \left(2 \sum_{i=4}^5 I_i + 2l_4^2 m_5 + l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 2l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5) + l_2 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_4 + \right. \\
& \quad \left. + \left(2I_5 + l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5) + l_2 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_5 \right) + \tag{2.5} \\
& + \dot{\varphi}_1 \left(\left(2 \sum_{i=2}^5 I_i + 2l_2^2 \sum_{i=3}^5 m_i + l_4^2 m_5 + l_1 l_2 \left(m_2 + 2 \sum_{i=3}^5 m_i \right) \right) \cos(\varphi_2) + \right. \\
& + 2l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3) + l_1 l_3 m_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) + 2l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + \\
& + l_1 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + 2l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5) + 2l_2 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) + \\
& + l_1 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \Big) \dot{\varphi}_2 + (2I_3 + l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3) + l_1 l_3 m_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) \dot{\varphi}_3 + \\
& + \left(2 \sum_{i=4}^5 I_i + 2l_4^2 m_5 + l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + l_1 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + \right. \\
& \quad \left. + 2l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5) + l_2 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) + l_1 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_4 + \\
& + \left(2I_5 + l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5) + l_2 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) + l_1 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_5 \Big).
\end{aligned}$$

Потенциальная энергия механизма имеет вид:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{g}{2} \left(l_1 \left(m_1 + 2 \sum_{i=2}^5 m_i \right) \sin(\varphi_1) + l_2 \left(m_2 + 2 \sum_{i=3}^5 m_i \right) \sin \left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i \right) + \right. \\ & \left. + l_3 m_3 \sin \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i \right) + l_4 (m_4 + 2m_5) \sin \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + l_5 m_5 \sin \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Составлена система дифференциальных уравнений движения в форме уравнений Лагранжа второго рода с использованием локальных систем координат и матриц поворота:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^5 I_i + l_1^2 \sum_{i=2}^5 m_i + l_2^2 \sum_{i=3}^5 m_i + l_4^2 m_5 + l_1 l_2 \left(m_2 + 2 \sum_{i=3}^5 m_i \right) \cos(\varphi_2) + \right. \\ & + l_1 l_2 \left(m_2 + 2 \sum_{i=3}^5 m_i \right) \cos(\varphi_2) + l_3 m_3 \left(l_2 \cos(\varphi_3) + l_1 \cos \left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i \right) \right) + \\ & + l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + l_1 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + \\ & \left. + l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) + l_1 \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right) \right) \ddot{\varphi}_1 + \\ & + \left(\sum_{i=2}^5 I_i + l_2^2 \sum_{i=3}^5 m_i + l_4^2 m_5 + l_1 l_2 \left(0.5m_2 + \sum_{i=3}^5 m_i \right) \cos(\varphi_2) + l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3) + \right. \\ & + 0.5l_1 l_3 m_3 \cos \left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i \right) + l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + \\ & \left. + l_1 l_4 (0.5m_4 + m_5) \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + \right. \\ & \left. + l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \right) + l_1 l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right) \ddot{\varphi}_2 + \\ & + \left(I_3 + 0.5l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3) + 0.5l_1 l_3 \cos \left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i \right) \right) \ddot{\varphi}_3 + \\ & + \left(\sum_{i=4}^5 I_i + l_4^2 m_5 + 0.5l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + 0.5l_1 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + \right. \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}
& + l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) + 0.5 l_1 l_5 m_5 \cos\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i\right) \Big) \ddot{\phi}_4 + \\
& + \left(I_5 + 0.5 l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) + 0.5 l_1 l_5 m_5 \cos\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i\right) \right) \ddot{\phi}_5 - \\
& - l_1 \left(l_2 \left(0.5 m_2 + \sum_{i=3}^5 m_i \right) \sin(\varphi_2) + 0.5 l_3 m_3 \sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) + \\
& + 0.5 l_4 (m_4 + 2m_5) \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) + 0.5 l_5 m_5 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i\right) \Big) \dot{\phi}_2^2 - \\
& - 0.5 l_3 m_3 \left(l_2 \sin(\varphi_3) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) \dot{\phi}_3^2 - \\
& - 0.5 \left(l_4 (m_4 + 2m_5) \left(l_2 \sin(\varphi_4) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) \right) \right) + \\
& + l_5 m_5 \left(l_2 \sin\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 1}^5 \varphi_i\right) \right) \Big) \dot{\phi}_4^2 - \\
& - 0.5 l_5 m_5 \left(l_4 \sin(\varphi_5) + l_2 \sin\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 1}^5 \varphi_i\right) \right) \dot{\phi}_5^2 - \\
& - l_1 \left(l_2 \left(m_2 + 2 \sum_{i=3}^5 m_i \right) \sin(\varphi_2) + l_3 m_3 \sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) + \\
& + l_4 (m_4 + 2m_5) \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 1}^4 \varphi_i\right) + l_5 m_5 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 1}^5 \varphi_i\right) \Big) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 - \\
& - l_3 m_3 \left(l_2 \sin(\varphi_3) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) \dot{\phi}_3 - \\
& - 0.5 \left(l_4 (m_4 + 2m_5) \left(l_2 \sin(\varphi_4) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) \right) \right) + \\
& + l_5 m_5 \left(l_2 \sin\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 1}^5 \varphi_i\right) \right) \Big) (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) \dot{\phi}_4 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -l_5 m_5 \left(l_4 \sin(\varphi_5) + l_2 \sin\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 1}^5 \varphi_i\right) \right) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_4) \dot{\varphi}_5 + \\
& \quad + g \left(l_1 \left(0.5 m_1 + \sum_{i=2}^5 m_i \right) \cos(\varphi_1) + \right. \\
& \quad + l_2 \left(0.5 m_2 + \sum_{i=3}^5 m_i \right) \cos\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right) + 0.5 l_3 m_3 \cos\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i\right) + \\
& \quad \left. + l_4 (0.5 m_4 + m_5) \cos\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) + 0.5 l_5 m_5 \cos\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i\right) \right) = M_1 - M_2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{i=2}^5 I_i + l_2^2 \sum_{i=3}^5 m_i + l_4^2 m_5 + l_1 l_2 \left(0.5 m_2 + \sum_{i=3}^5 m_i \right) \cos(\varphi_2) + l_3 m_3 \left(l_2 \cos(\varphi_3) + 0.5 l_1 \cos\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) \right) + \\
& \quad + l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + l_1 l_4 (0.5 m_4 + m_5) \cos\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) + \\
& \quad + l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) + 0.5 l_1 \cos\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i\right) \right) \ddot{\varphi}_1 + \\
& \quad \left(\sum_{i=2}^5 I_i + l_2^2 \sum_{i=3}^5 m_i + l_4^2 m_5 + l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3) + l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + \right. \\
& \quad \left. + l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) \right) \ddot{\varphi}_2 + (I_3 + 0.5 l_2 l_3 m_3 \cos(\varphi_3)) \ddot{\varphi}_3 + \tag{2.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{i=4}^5 I_i + l_4^2 m_5 + 0.5 l_2 l_4 (m_4 + 2m_5) \cos(\varphi_4) + l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) \right) \ddot{\varphi}_4 + \\
& \quad + \left(I_5 + 0.5 l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) \right) \ddot{\varphi}_5 + \\
& \quad + l_1 \left(l_2 \left(0.5 m_2 + \sum_{i=3}^5 m_i \right) \sin(\varphi_2) + 0.5 l_3 m_3 \sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) + \right. \\
& \quad \left. + 0.5 l_4 (m_4 + 2m_5) \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) + 0.5 l_5 m_5 \sin\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i\right) \right) \dot{\varphi}_1^2 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -0.5l_2l_3m_3 \sin(\varphi_3)\dot{\varphi}_3^2 - 0.5l_2 \left(l_4(m_4 + 2m_5)\sin(\varphi_4) + l_5m_5 \sin\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) \dot{\varphi}_4^2 - \\
& - 0.5l_5m_5 \left(l_4 \sin(\varphi_5) + l_2 \sin\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) \dot{\varphi}_5^2 - l_2l_3m_3 \sin(\varphi_3)(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)\dot{\varphi}_3 - \\
& - l_2 \left(l_4(m_4 + 2m_5)\sin(\varphi_4) + l_5m_5 \sin\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)\dot{\varphi}_4 - \\
& - l_5m_5 \left(l_4 \sin(\varphi_5) + l_2 \sin\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_4)\dot{\varphi}_5 + \\
& + g \left(l_2 \left(0.5m_2 + \sum_{i=3}^5 m_i \right) \cos\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right) + 0.5l_3m_3 \cos\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i\right) + \right. \\
& \left. + l_4(0.5m_4 + m_5) \cos\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) + 0.5l_5m_5 \cos\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i\right) \right) = M_2 - M_3 - M_4, \\
& \left(I_3 + 0.5l_3m_3 \left(l_2 \cos(\varphi_3) + l_1 \cos\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) \right) \ddot{\varphi}_1 + (I_3 + 0.5l_2l_3m_3 \cos(\varphi_3)) \ddot{\varphi}_2 + I_3 \ddot{\varphi}_3 + \\
& + 0.5l_3m_3 \left(l_2 \sin(\varphi_3) + l_1 \sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) \dot{\varphi}_1^2 + 0.5l_2l_3m_3 \sin(\varphi_3) \dot{\varphi}_2^2 + \\
& + l_2l_3m_3 \sin(\varphi_3) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + 0.5gl_3m_3 \cos\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i\right) = M_3, \tag{2.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{i=4}^5 I_i + l_4^2m_5 + l_2l_4(0.5m_4 + m_5)\cos(\varphi_4) + l_1l_4(0.5m_4 + m_5)\cos\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) + \right. \\
& \left. + l_4l_5m_5 \cos(\varphi_5) + 0.5l_2l_5m_5 \cos\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) + 0.5l_1l_5m_5 \cos\left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i\right) \right) \ddot{\varphi}_1 + \\
& + \left(\sum_{i=4}^5 I_i + l_4^2m_5 + l_2l_4(0.5m_4 + m_5)\cos(\varphi_4) + l_4l_5m_5 \cos(\varphi_5) + \right. \\
& \left. + 0.5l_2l_5m_5 \cos\left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i\right) \right) \ddot{\varphi}_2 + \left(\sum_{i=4}^5 I_i + l_4^2m_5 + l_4l_5m_5 \cos(\varphi_5) \right) \ddot{\varphi}_4 + \tag{2.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (I_5 + l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5)) \ddot{\varphi}_5 + \left(l_4 (0.5m_4 + m_5) \left(l_2 \sin(\varphi_4) + l_1 \sin \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) \right) + \right. \\
& \quad \left. + 0.5l_5 m_5 \left(l_2 \sin \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) + l_1 \sin \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right) \right) \dot{\varphi}_1^2 + \\
& \quad + l_2 \left(l_4 (0.5m_4 + m_5) \sin(\varphi_4) + 0.5l_5 m_5 \sin \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_2^2 - \\
& - 0.5l_4 l_5 m_5 \sin(\varphi_5) \dot{\varphi}_5^2 + l_2 \left(l_4 (m_4 + 2m_5) \sin(\varphi_4) + l_5 m_5 \sin \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 - \\
& \quad - l_4 l_5 m_5 \sin(\varphi_5) \dot{\varphi}_5 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_4) + \\
& + g \left(l_4 (0.5m_4 + m_5) \cos \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i \right) + 0.5l_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right) = M_4 - M_5, \\
& \left(I_5 + 0.5l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) + l_1 \cos \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right) \right) \ddot{\varphi}_1 + \\
& \quad + \left(I_5 + 0.5l_5 m_5 \left(l_4 \cos(\varphi_5) + l_2 \cos \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \right) \right) \ddot{\varphi}_2 + \\
& \quad + (I_5 + 0.5l_4 l_5 m_5 \cos(\varphi_5)) \ddot{\varphi}_4 + I_5 \ddot{\varphi}_5 + \\
& \quad + 0.5l_5 m_5 \left(l_4 \sin(\varphi_5) + l_2 \sin \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) + l_1 \sin \left(\sum_{i=2, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_1^2 + \\
& \quad + 0.5l_5 m_5 \left(l_4 \sin(\varphi_5) + l_2 \sin \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_2^2 + l_4 l_5 m_5 \sin(\varphi_5) \dot{\varphi}_4^2 + \\
& \quad + l_5 m_5 \left(l_4 \sin(\varphi_5) + l_2 \sin \left(\sum_{i=4}^5 \varphi_i \right) \right) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + l_4 l_5 m_5 \sin(\varphi_5) \dot{\varphi}_4 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) + \\
& \quad + 0.5gl_5 m_5 \cos \left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i \right) = M_5.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Полученные уравнения Лагранжа всегда имеют решение задачи Коши, что показано в работе [71].

2.2 Постановка задачи

Для модели антропоидного механизма необходимо решить следующие задачи:

- 1) синтезировать траекторию движения каждого звена экзоскелета, близкую к биомеханическому движению двух двухзвенных ног и корпуса человека;
- 2) создать анимацию движения каждого звена для экзоскелета в целом с целью наглядной визуализации его перемещения;
- 3) используя результаты решения первой задачи, решить обратную задачу динамики и определить управляющие моменты;
- 4) зная управляющие усилия, подобрать двигатели и редукторы для реализации управляемого движения экзоскелета;
- 5) разработать систему управления движением электромеханической модели на основе кусочно-заданных ступенчатых функций;
- 6) решив задачу Коши для математической модели антропоидного механизма, провести численное моделирование движения звеньев и выполнить сравнительный анализ полученных траекторий движения звеньев с заданным исходным движением;
- 7) оценить энергетические затраты в приводах антропоида;
- 8) исследовать влияние вращающихся роторов электродвигателя на движения антропоидного механизма в виде экзоскелета.

2.3 Синтез траекторий движения звеньев антропоида

Определим управляющие моменты, необходимые для задания антропоморфного движения рассматриваемого механизма с пятью подвижными звеньями. Они необходимы также для выбора электродвигателей с редукторами. Для этого используем систему дифференциальных уравнений движения (2.7)-(2.11). Считаем, что моделируются корпус, бедра, голени опорной и переносимой ног человека. Определим аналитически углы [6] между звеньями, т.е. локальными

системами координат в виде периодических функций, задающих антропоидное движение двух рассматриваемых звеньев механизма в абсолютной неподвижной системе координат:

$$\begin{aligned}
 \varphi_1(t) &= \pi/2 + a_1 j_1 \sin[f_1 - (1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2], \\
 \varphi_2(t) &= a_2(j_2 \cos[f_2 - \pi(1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2]/2 - j_1 \sin[f_1 - (1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2]), \\
 \varphi_3(t) &= a_3(j_3 \sin[f_2 - \pi(1 + \cos[2\pi t/T])\pi/2] - \\
 &\quad - (j_2 \cos[f_2 - \pi(1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2]/2 - j_1 \sin[f_1 - (1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2]), \\
 \varphi_4(t) &= \pi + a_4(j_4 \cos[f_3 - \pi(1 + \cos[2\pi t/T])\pi/2] - \\
 &\quad - (j_2 \cos[f_2 - \pi(1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2]/2 - j_1 \sin[f_1 - (1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2]), \\
 \varphi_5(t) &= a_5(j_5 \sin[f_4 - \pi(1 + \cos[2\pi t/T])\pi/2] - \\
 &\quad - (j_2 \cos[f_2 - \pi(1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2]/2 - j_1 \sin[f_1 - (1 - \cos[2\pi t/T])\pi/2]),
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

где: T – период ходьбы, a_i , j_i и f_i – параметры ходьбы ($i = 1, \dots, 5$).

Выберем числовые характеристики механизма, представленного на рисунке 2.1, соответствующими значениям для голени (индексы 1 и 5), бедра (индексы 2 и 4) и корпуса (индекс 3) человека, информация о которых приводится в монографии [22]. Длины звеньев $l_1 = l_5 = 0.385$ м, $l_2 = l_4 = 0.477$ м, $l_3 = 0.771$ м. Массы звеньев $m_1 = m_5 = 2.91$ кг, $m_2 = m_4 = 8.93$ кг, $m_3 = 28.93$ кг. Моменты инерции звена определим, исходя из формулы момента инерции стержня для оси, проходящей перпендикулярно через его конец, соответственно $I_1 = I_5 = 0.144$ кг·м², $I_2 = I_4 = 0.677$ кг·м², $I_3 = 5.732$ кг·м². Ускорение свободного падения $g = 9.81$ м/с². Время, в течение которого происходит одноопорная фаза шага, т.е. половина периода ходьбы $t_k = 0.36$ с. Параметры ходьбы: $a_1 = 1$, $a_2 = 0.11$, $a_3 = 0.4$, $a_4 = 0.45$, $a_5 = 0.05$, $j_1 = j_2 = 0.25$, $j_3 = 0.1$, $j_4 = 0.837$, $j_5 = 13.95$, $f_1 = \pi/2$, $f_2 = \pi$, $f_3 = 0.884$, $f_4 = 0.00687$.

Графики углов поворота звеньев (2.12) и их угловых скоростей и ускорений представлены на (рисунок 2.2).

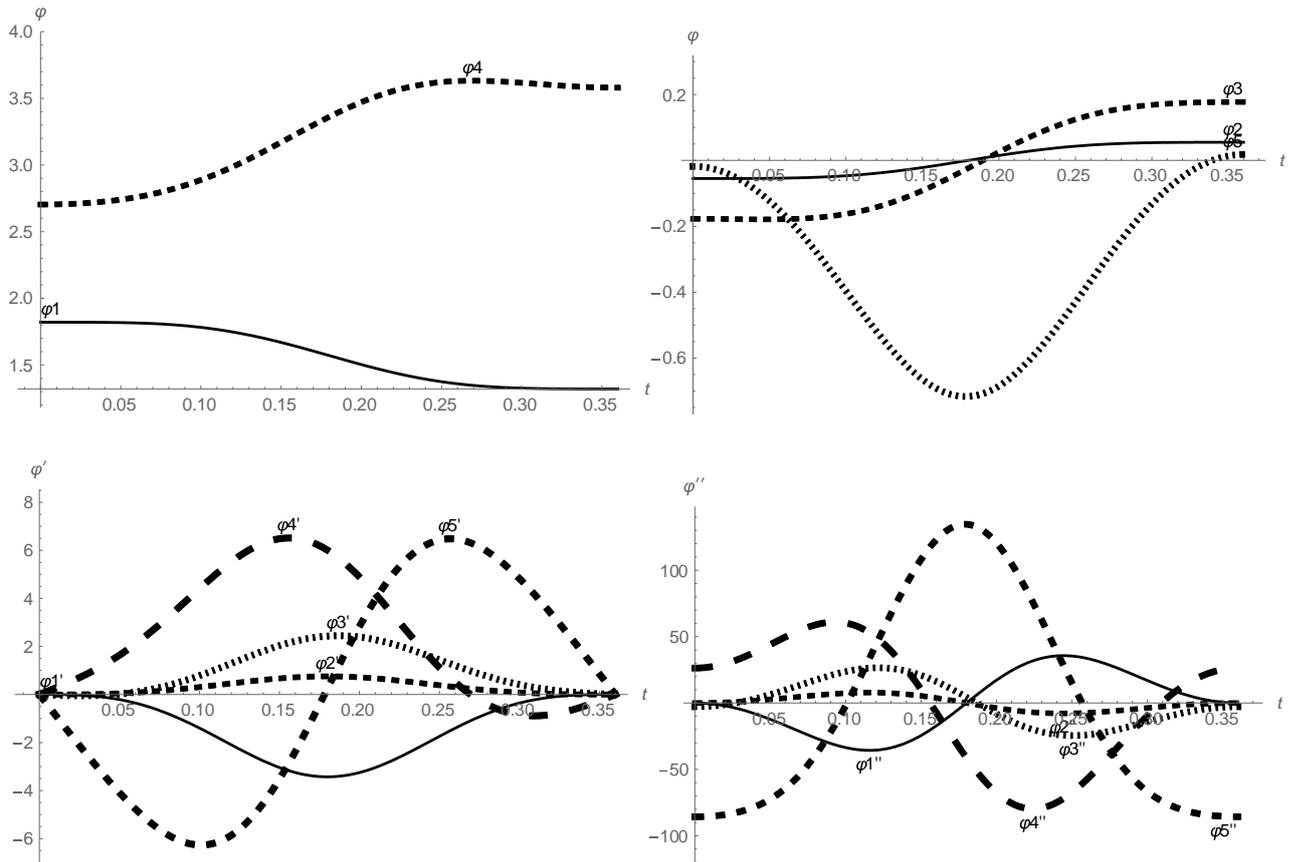


Рисунок 2.2 – Зависимости углов поворота φ_i (рад), угловых скоростей $\dot{\varphi}_i$ (рад/с) и угловых ускорений $\ddot{\varphi}_i$ (рад/с²) звеньев от времени t (с) ($i = 1, 2, \dots, 5$)

Таким образом, заданы функции, синтезирующие антропоидную ходьбу механизма.

2.4 Анимация антропоидного движения экзоскелета

Для наглядного восприятия движения антропоида создана программа построения анимации его движения. Некоторые кадры анимации движения экзоскелета с пятью подвижными управляемыми звеньями показаны на (рисунок 2.3).

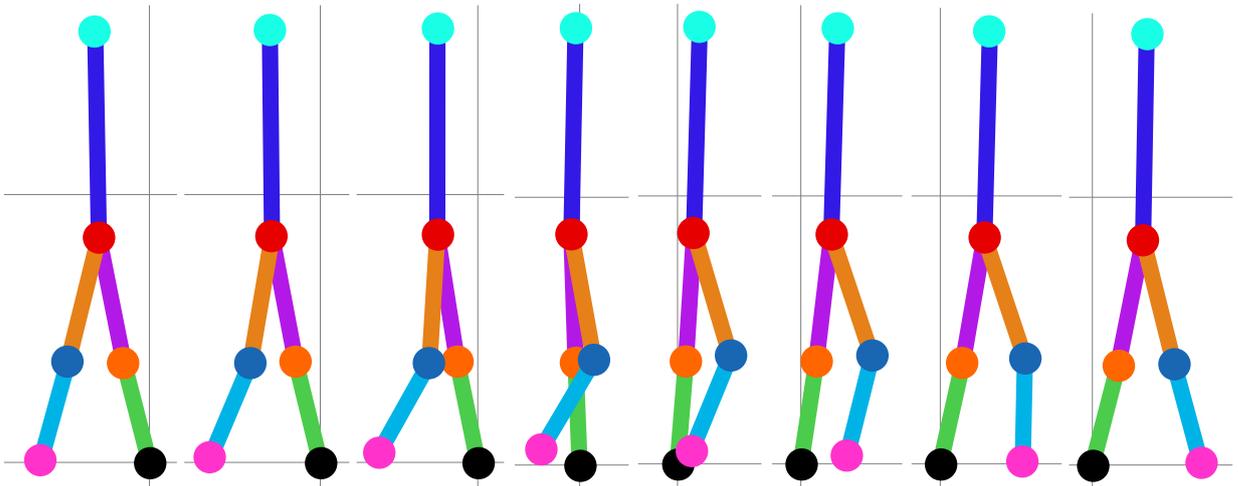


Рисунок 2.3 – Кадры анимации движения антропоморфного механизма с пятью подвижными звеньями при движении с заданными формулами (2.6) углами φ_i ($i = 1, 2, \dots, 5$)

Полученная визуализация движения антропоида наглядно демонстрирует антропоморфное движение модели экзоскелета.

2.5 Решение обратной задачи динамики

Из системы уравнений движения (2.7)–(2.11), решив обратную задачу динамики, находим управляющие моменты $M_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) для приводов, расположенных в шарнирах A_0, A_1, A_2, A_4 , причем, в точке A_2 имеется два цилиндрических шарнира с независимым управлением для корпуса и бедра переносимой ноги (рисунок 2.4).

Максимальные абсолютные значения управляющих моментов $M_1 = 2449.76$ Н·м, $M_2 = 989.06$ Н·м, $M_3 = 326.70$ Н·м, $M_4 = 194.13$ Н·м и $M_5 = 28.88$ Н·м используем для подбора электродвигателей и редукторов. Управляющие моменты M_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) – это моменты на выходном валу редуктора.

Следует отметить, что в сравнении с моделью с двумя звеньями [9, 108], управляющие моменты в шарнирах, соответствующих голеностопному и коленному шарнирам, стали на порядок больше, что связано с появлением переносимой ноги и корпуса с массой, превышающей суммарную массу голени и бедра опорной ноги.

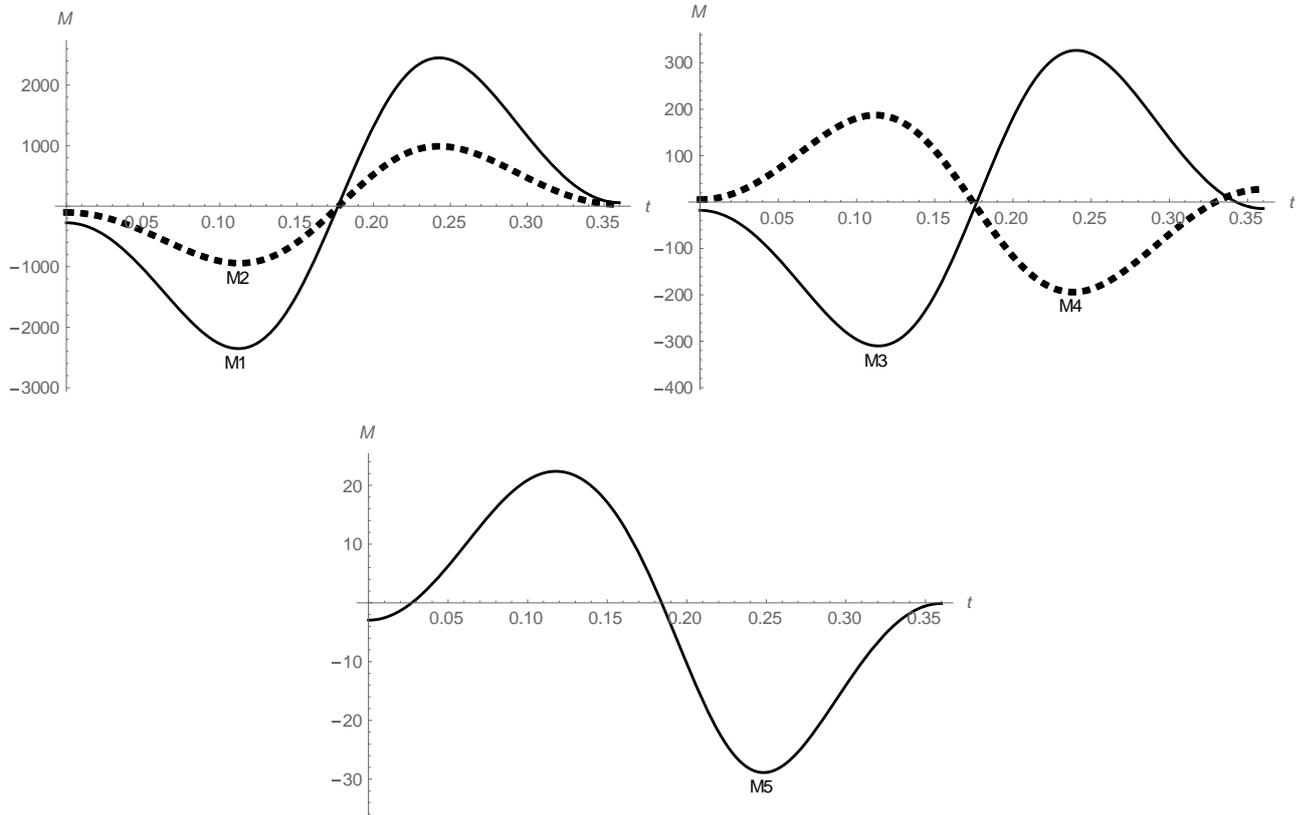


Рисунок 2.4 – Зависимости управляющих моментов M_i (Н·м) от времени t (с)
($i = 1, 2, \dots, 5$)

2.6 Решение прямой задачи динамики с использованием управляющих моментов в виде кусочно-заданных ступенчатых функций

Проведем решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (2.7)-(2.11) с выбранными, используя рис. 2.4 моментами, аппроксимируемыми ступенчатой кусочно-заданной функцией.

Для решения задачи подготовки ступенчатых функций для импульсного управления активным экзоскелетом разобьем время одноопорной фазы при движении экзоскелета на шесть одинаковых участков, при этом на каждом участке управляющий момент будем считать константой. Числовые значения моментов на каждом участке вычислим как среднее по формуле:

$$M_{i,\gamma} = \frac{\int_{t_{\gamma-1}}^{t_{\gamma}} M_i(t) dt}{t_{\gamma} - t_{\gamma-1}}, \quad (2.13)$$

где $i = 1, 2, \dots, 5$ – номер звена экзоскелета, которым управляет момент $M_i(t)$;
 $\gamma = 1, 2, \dots, 6$ – ранжированная переменная, которая задает номер участка разбиения
 всего времени движения механизма.

Графики в виде ступенчатых функций для управляющих моментов, полученных в результате решения обратной задачи (рисунок 2.4), представлены на (рисунок 2.5).

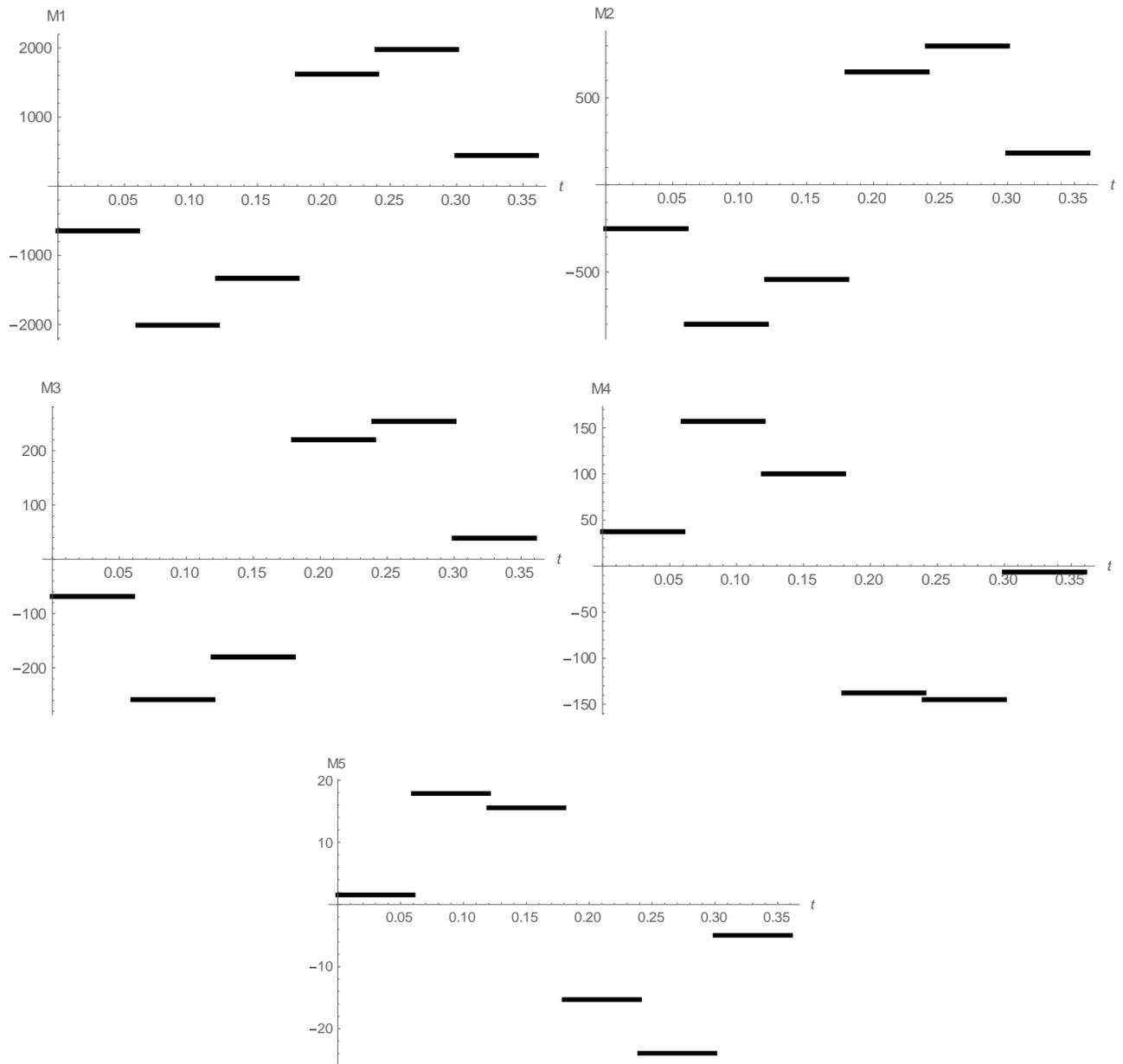


Рисунок 2.5 – Зависимости управляющих моментов M_i (Н·м) в виде кусочно-заданных функций от времени t (с) ($i = 1, 2, \dots, 5$)

В результате решения задачи Коши для уравнений (2.7)-(2.11) с управляющими моментами в виде ступенчатой функции, представленными на (рисунок 2.5), получены графики угла поворота звена от времени, показанные на (рисунок 2.6).

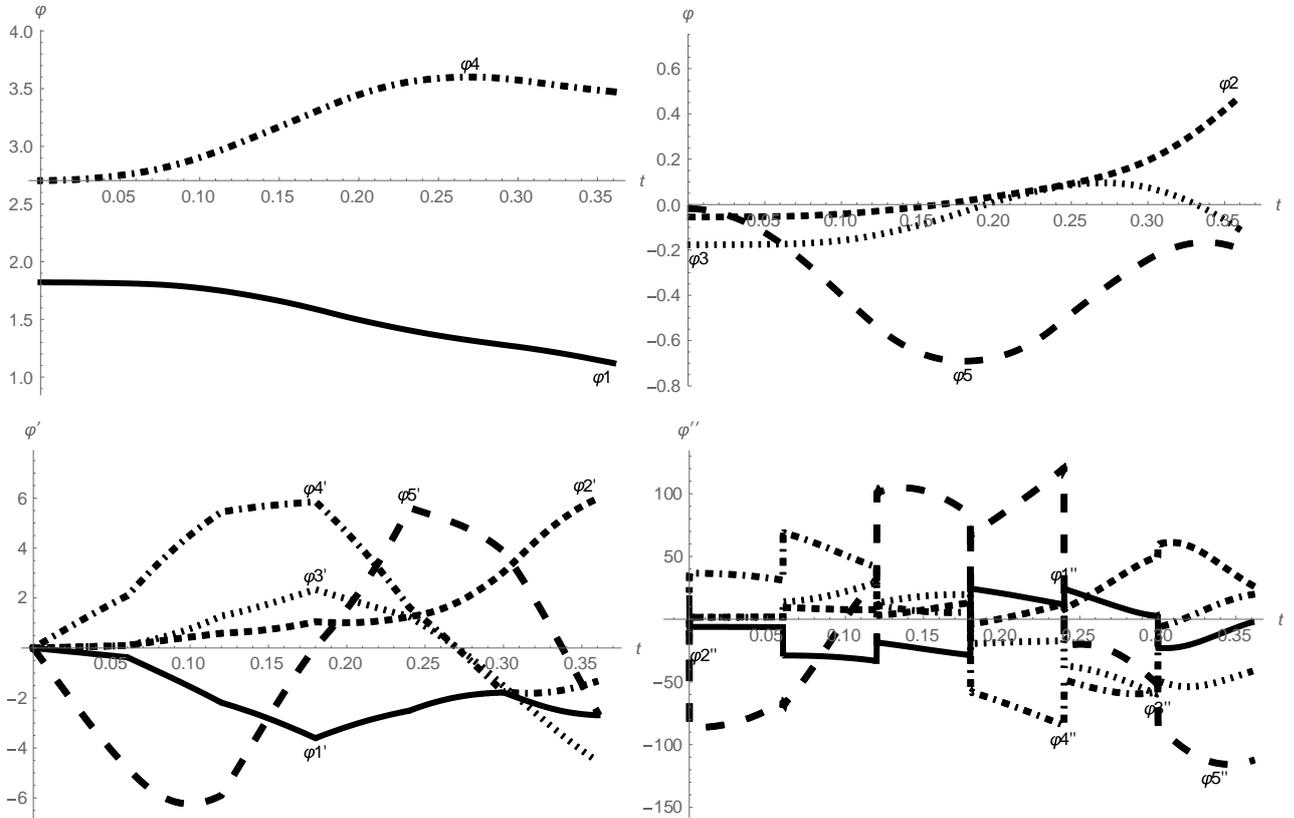


Рисунок 2.6 – Решение прямой задачи динамики для механизма с пятью звеньями:

углы поворота φ_i (рад); угловые скорости $\dot{\varphi}_i$ (рад/с); угловые ускорения $\ddot{\varphi}_i$ (рад/с²) звеньев в зависимости от времени t (с) ($i = 1, 2, \dots, 5$)

Сравнивая исходное движение звеньев с результатами численного решения системы дифференциальных уравнений (2.7)-(2.11) (рисунок 2.2), можно сделать вывод, что получилось удовлетворительное совпадение угла поворота, угловой скорости и углового ускорения. Недостаток момента для первого звена – голени опорной ноги, приводящий к некоторому его избыточному сгибанию (рисунок 2.7 слева), объясняется несколько отдаленной аппроксимацией ступенчатыми функциями управляющего момента, а также, наиболее вероятно, погрешностями вычислений при реализации численных методов и может быть компенсирован его небольшой коррекцией (рисунок 2.7 справа). Коррекция была произведена для

момента $M_1(t)$ на третьем участке ступенчатой функции путем его масштабирования на 0.1% причем в сторону уменьшения. Следует отметить, что численное решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений движения (2.7)-(2.11) является неустойчивым и при изменении управляющего момента на любом участке на величину $> 1\%$ приводит либо к полному изменению движения механизма, либо к ошибкам и прерыванию процедуры численного решения. Предположительно, это связано с принципиальной неустойчивостью системы, состоящей из перевернутых маятников, которой является опорно-двигательный аппарат человека. Такая система требует развитой системы управления с обратной связью и коррекцией, которую обеспечивает человеку головной и спинной мозг. Теоретические методы управления такого типа объектами методом стабилизации связей предложены Мухарлямовым Р.Г. [54-58, 119, 120, 177]. Для экзоскелета и антропоморфного робота, возможно, следует использовать систему управления с использованием гироскопов для стабилизации неустойчивого вертикального положения равновесия, аналогично тому, как это реализовано в Segway и подобных ему самобалансирующихся транспортных средствах.

Анимационная визуализация движения необходима для того, чтобы наглядно оценить то, насколько и как полученное движение антропоидного механизма отличается от исходного. Графики углов поворота, угловых скоростей и ускорений в случае с коррекцией управляющего момента, обеспечивающего движение, финальный кадр которого представлен на рисунке 2.7 справа, приведены на рисунке 2.8.

Зависимости углов поворота, угловой скорости и углового ускорения в случае с коррекцией управляющего момента, обеспечивающее движение, финальный кадр которого представлен на рисунок 2.7 справа, приведены на рисунок 2.8.

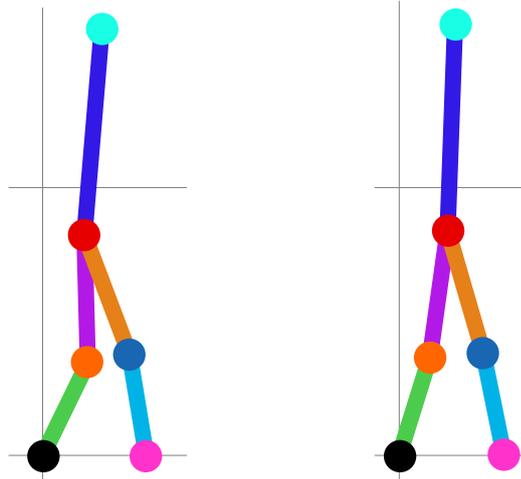


Рисунок 2.7 – Финальные кадры анимации механизма, получающийся при движении в результате решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (2.7)-(2.11) с управляющими моментами в виде ступенчатых функций, представленных на рис. 2.5 (слева) и с моментом $M_1(t)$ после коррекции (справа)

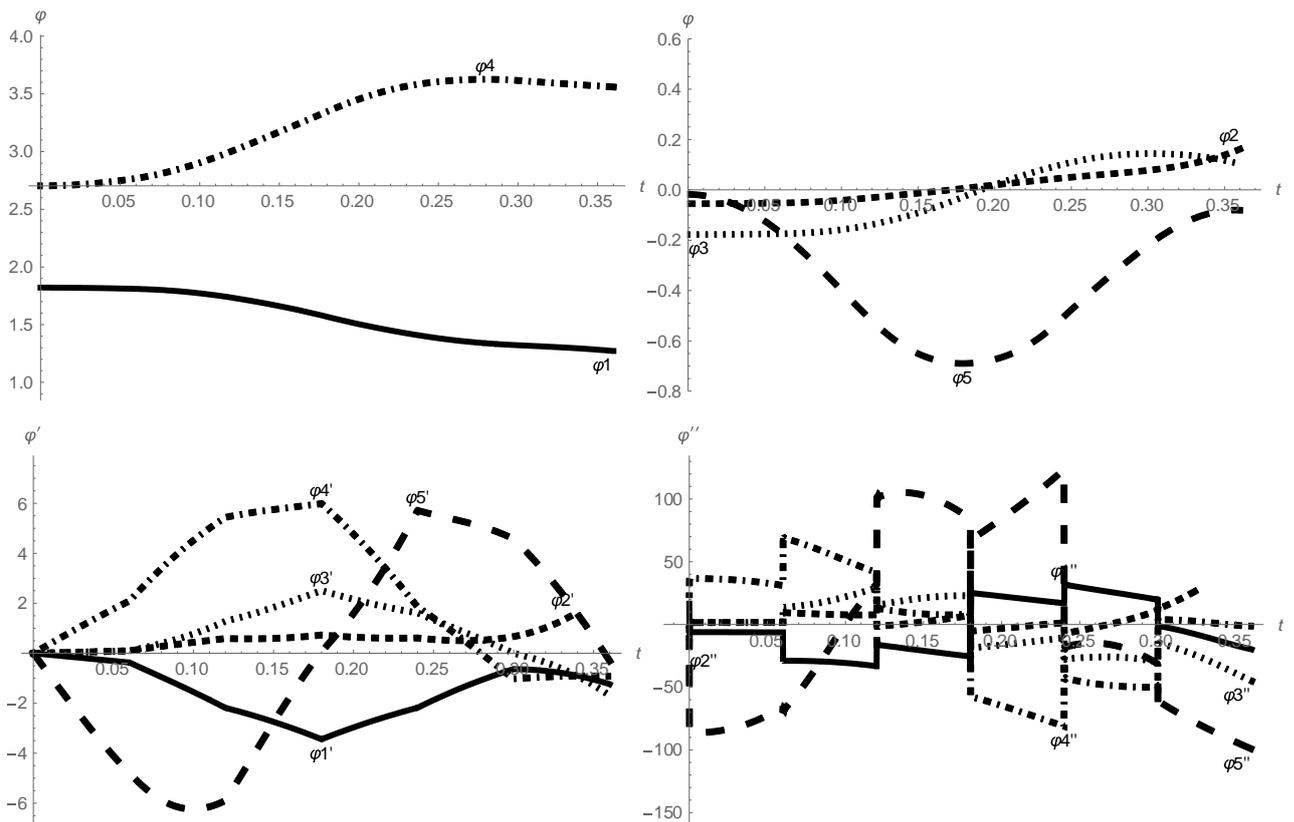


Рисунок 2.8 – Решение прямой задачи динамики в случае коррекции управляющего момента: углы поворота φ_i (рад), угловые скорости $\dot{\varphi}_i$ (рад/с), угловые ускорения $\ddot{\varphi}_i$ (рад/с²) звеньев в зависимости от времени t (с)

$$(i = 1, 2, \dots, 5)$$

Следовательно, импульсное управление в виде ступенчатых функций для управляющих моментов (рис. 2.5) позволяет получить антропоморфное движение, является приемлемым и может быть использовано при управлении движением механизма с пятью подвижными звеньями.

2.7 Модель управления двумерным механизмом с пятью подвижными абсолютно твердыми звеньями на основе интерполяции и аппроксимации

Используя функции, определяющие кинематику антропоидного движения, заданные формулами (2.12), путем решения обратной задачи динамики, были определены управляющие моменты (рисунок 2.4). Далее, они аппроксимировались ступенчатыми функциями (рисунок 2.5), исходя из импульсного управления мышцами опорно-двигательного аппарата человека при ходьбе. В процессе дальнейшей работы с электроприводами и анализа научно-технических публикаций, выяснилось, что при приближенном к биомеханике ходьбы человека импульсном способе управления исполнительными механизмами экзоскелета, возникают достаточно большие скачки ускорений. Поэтому, каждый полученный управляющий момент для целей аппроксимации был преобразован в таблицу из 37 значений с шагом по времени 0.01 с на промежутке времени 0.36 с. Приблизим управляющие моменты двумя способами. В первом способе построим интерполяционный многочлен. Второй способ заключается в аппроксимации управляющих моментов полиномами пятой степени:

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 129.03 - 1.12 \cdot 10^6 \cdot t^2 + 1.28 \cdot 10^7 \cdot t^3 - 4.56 \cdot 10^7 \cdot t^4 + 5.23 \cdot 10^7 \cdot t^5, \\
 M_2 &= 61.94 - 451141 \cdot t^2 + 5.13 \cdot 10^6 \cdot t^3 - 1.83 \cdot 10^7 \cdot t^4 + 2.10 \cdot 10^7 \cdot t^5, \\
 M_3 &= 39.61 - 154790 \cdot t^2 + 1.76 \cdot 10^6 \cdot t^3 - 6.28 \cdot 10^6 \cdot t^4 + 7.20 \cdot 10^6 \cdot t^5, \\
 M_4 &= -27.81 + 95352.4 \cdot t^2 - 1.09 \cdot 10^6 \cdot t^3 + 3.92 \cdot 10^6 \cdot t^4 - 4.53 \cdot 10^6 \cdot t^5, \\
 M_5 &= -7.84 + 12579.7 \cdot t^2 - 136845 \cdot t^3 + 473660 \cdot t^4 - 527964 \cdot t^5.
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

Полученные графики моментов в сравнении с интерполяционными зависимостями представлены на рисунке 2.9. Сплошными линиями показаны интерполяционные кривые, пунктирными – результаты аппроксимации.

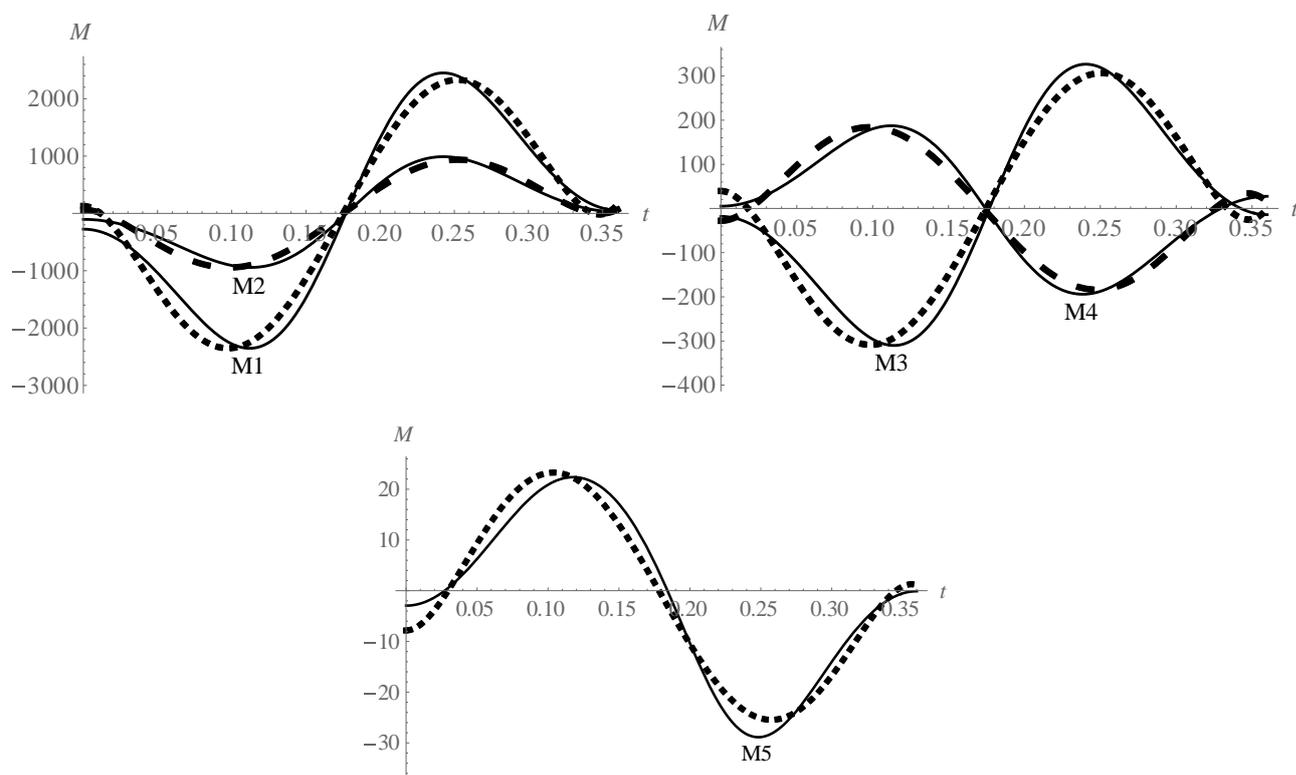


Рисунок 2.9 – Интерполяция и аппроксимация полиномами пятой степени управляющих моментов

Представленные на рисунке 2.9 графики показывают различия в поведении кривых: смещены максимумы и минимумы, на концах интервала в случае аппроксимации полиномом пятой степени имеются всплески, которых нет в исходных управляющих моментах.

Приведем аппроксимацию ступенчатыми функциями по формуле (2.13), (рисунок 2.5), и для наглядного сопоставления, построенные по точечным данным ломанные, соединяющие заданные точки (рисунок 2.10). Так как точек взято достаточно много, то ломанные визуально похожи на гладкие кривые.

Таким образом, информация об управлении движением антропоида представлена различными аппроксимирующими функциями.

Оценим влияние на решение задачи Коши отклонений в аппроксимациях. В результате численного решения системы дифференциальных уравнений движения с управляющими моментами, представленными в виде аппроксимирующих многочленов, имеем следующие зависимости, представленные на рисунок 2.11 (справа), где они для наглядности сравнения расположены рядом с исходными зависимостями углов от времени (слева).

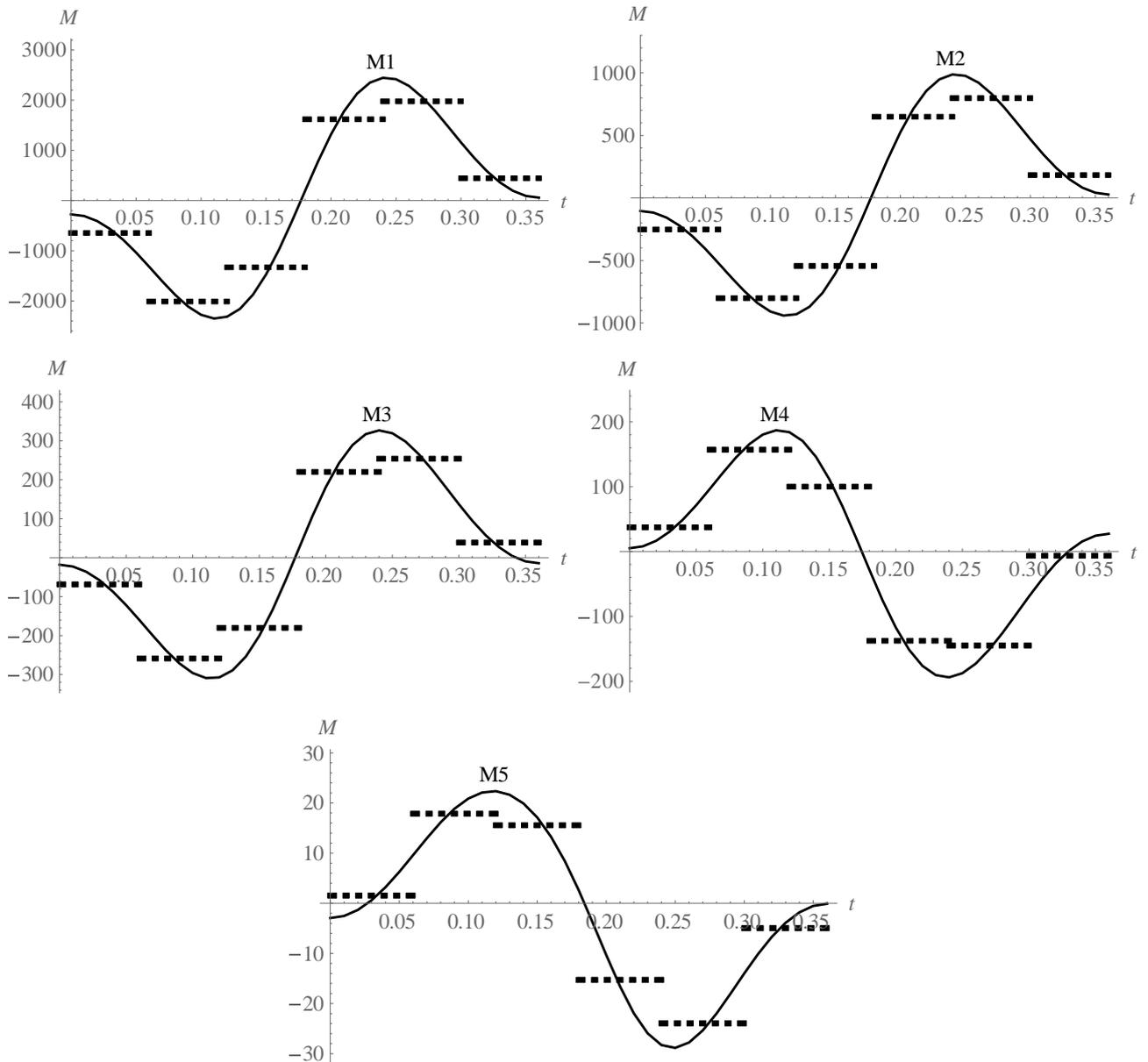


Рисунок 2.10 – Зависимости управляющих моментов, построенные по исходным точкам в виде ломанных и их аппроксимация ступенчатыми функциями

Представленные графики показывают достаточно большие расхождения полученных зависимостей угловых координат от времени с исходным движением. По мере увеличения порядка производной различия в зависимостях нарастают. Суммарная погрешность отклонения движений звеньев является максимальной (таблица 2.2). На конце рассматриваемого участка движения для обобщенных координат наблюдаются существенные отклонения в виде кривой, что приводит к значительным изменениям в графиках обобщенных скоростей, а у обобщенных ускорений наблюдаются всплески, которых нет в исходном движении.

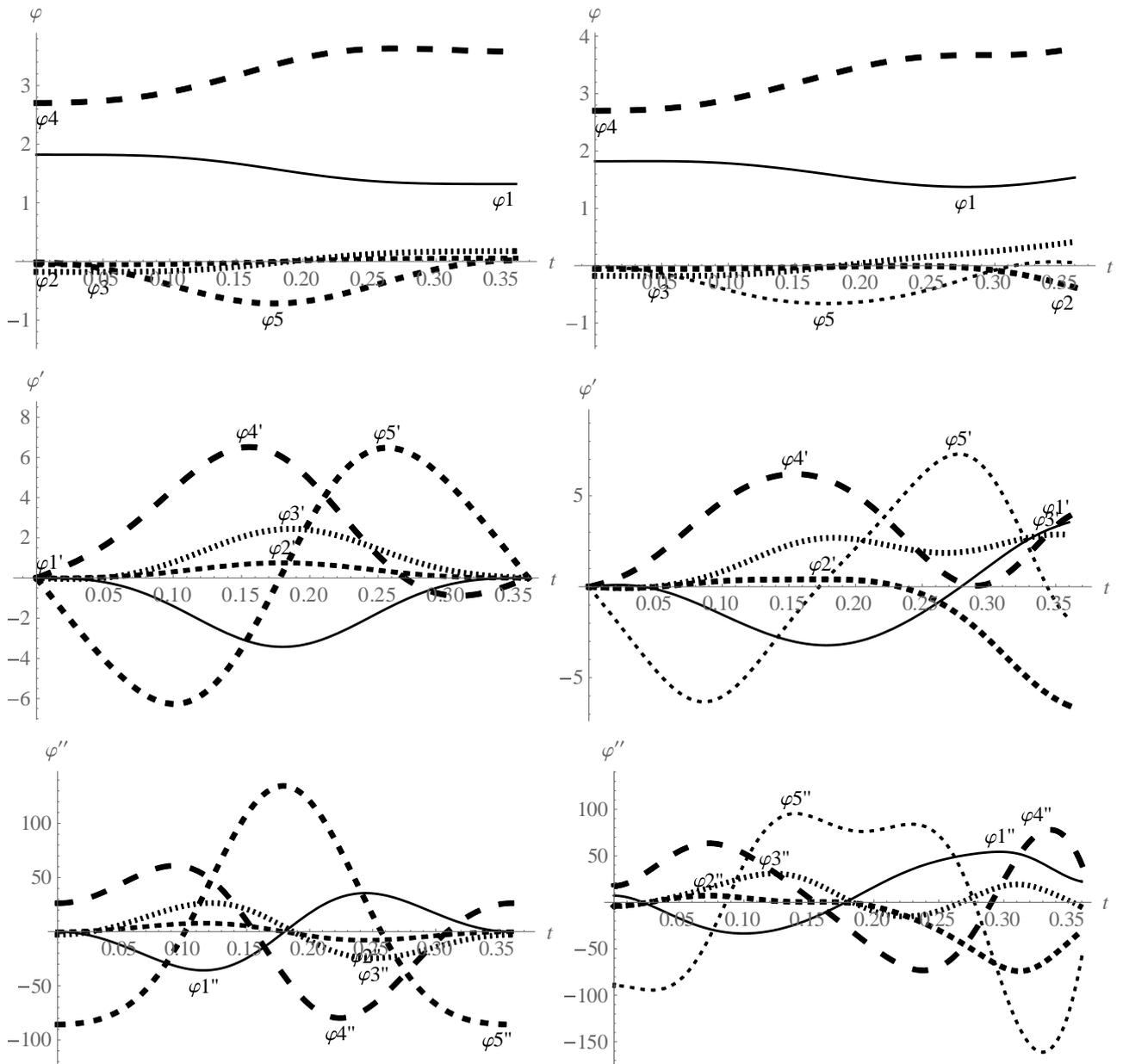


Рисунок 2.11 – Решение прямой задачи динамики с управлением, аппроксимированным полиномом пятой степени (справа) и исходные функции (слева)

Все это приводит к снижению качества управления математической моделью экзоскелета, отдавая ее от исходного движения опорно-двигательного аппарата человека. Однако, при таком способе аппроксимации получаются гладкие зависимости как угловых скоростей, так и угловых ускорений, что является достоинством данного способа.

Сравним с результатами, получающимися при использовании ступенчатых функций и интерполяционного многочлена при задании управляющих моментов для решения прямой задачи динамики (рис. 2.12).

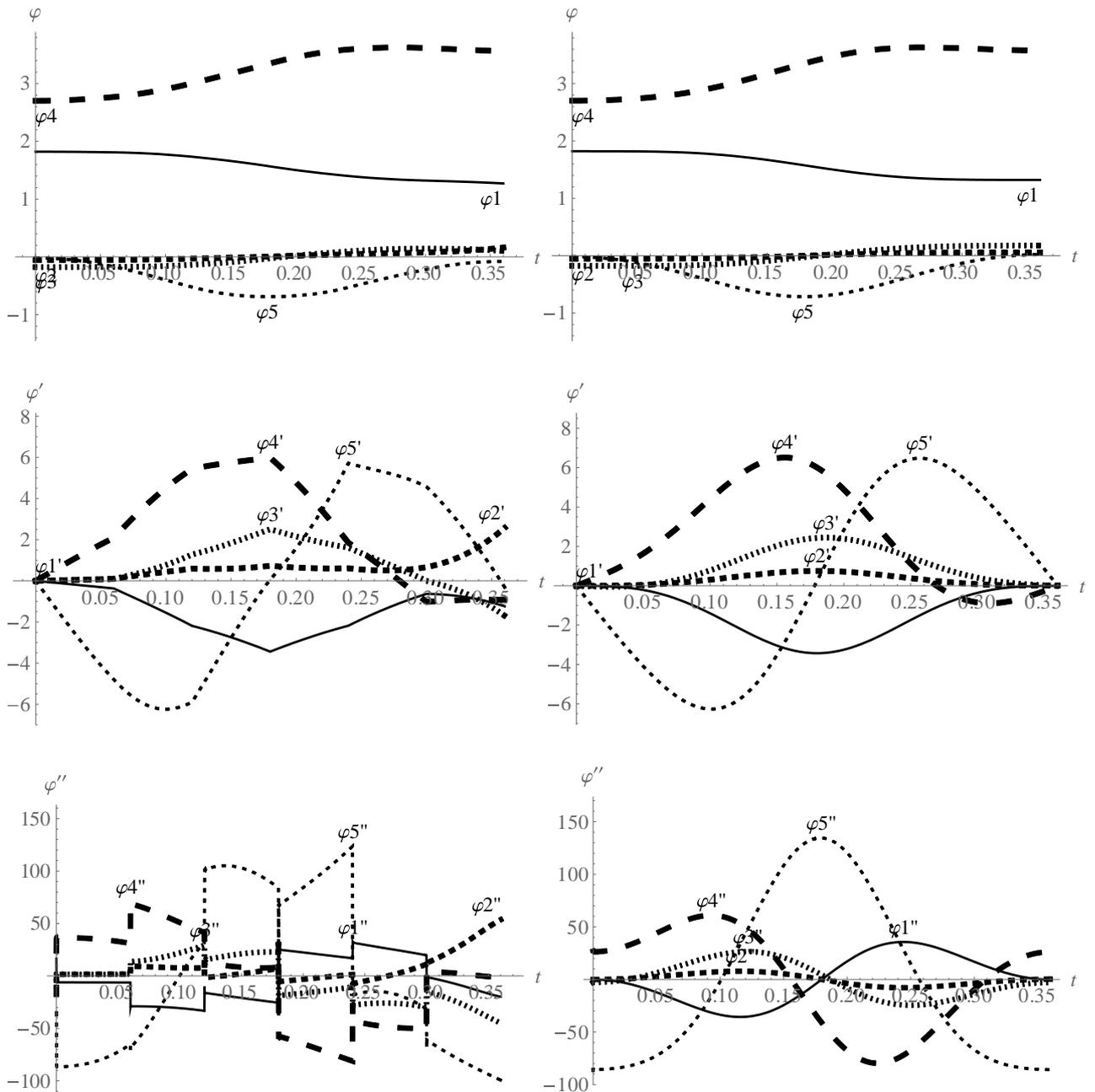


Рисунок 2.12 – Решение прямой задачи динамики с управлением, аппроксимированным ступенчатыми функциями (слева) и интерполяционным многочленом (справа)

Из сопоставления рисунков 2.11 и 2.12 следует, что применение ступенчатых функций приводит к достаточно хорошему совпадению зависимостей углов поворота от времени, лучшему в сравнении с применением аппроксимации полиномом пятой степени. Однако, при этом совпадение угловых скоростей уже недостаточно хорошее, приближающееся к ломанной кривой. Ускорения

представляют из себя практически разрывные ступенчатые функции, что достаточно хорошо соответствует биомеханике движений антропоида, а именно – импульсному управлению при ходьбе человека, однако трудно реализуемо электромеханическими приводами экзоскелета или антропоморфного робота. Поэтому, при проектировании реального механизма лучше использовать гладкие зависимости управляющих моментов, например, интерполяционные многочлены или аппроксимации полиномами достаточно высокой степени. Очевидно, что чем выше будет степень аппроксимирующего полинома, тем ближе будут зависимости к истинным управляющим моментам и тем лучше будет результат управления. Этот вывод подтверждает и таблица 2.2, в которой представлены результаты расчетов погрешностей движения антропоидного механизма в зависимости от вида аппроксимации управляющих моментов по формулам:

$$\Delta\varphi = \frac{\sum_{i=1}^5 \int_0^{t_k} |\varphi_{A_i}(t) - \varphi_i(t)| dt}{t_k}. \quad (2.15)$$

Здесь $\Delta\varphi$ – погрешность движения антропоидного механизма, $\varphi_{A_i}(t)$ – значения угловых координат, полученные в результате решения задачи Коши при использовании управляющих моментов, аппроксимированных одним из трех описанных способов, A – способ аппроксимации интерполяционным многочленом, аппроксимирующим полином пятой степени, ступенчатыми функциями, $\varphi_i(t)$ – исходные функции, которые задавали движение, i – ранжированная переменная, определяющая номер угла механизма ($i = 1, 2, \dots, 5$).

Для погрешностей угловой скорости и ускорения формулы для их вычисления выглядят аналогично, только φ заменяется на $\dot{\varphi}$ и $\ddot{\varphi}$ во всех местах, где она встречается.

Таблица 2.2 – Оценка погрешностей движения антропоидного механизма в зависимости от вида аппроксимации управляющих моментов

Вид аппроксимирующей функции	Погрешность		
	$\Delta\phi$, рад	$\Delta\dot{\phi}$, рад/с	$\Delta\ddot{\phi}$, рад/с ²
Интерполяционный многочлен	0.00014	0.00345	0.14090
Аппроксимирующий полином пятой степени	0.19412	3.96658	86.51720
Аппроксимация ступенчатыми функциями	0.07779	1.49926	56.29918

Из таблицы следует, что погрешности движения антропоидного механизма в зависимости от вида аппроксимации управляющих моментов по всем кинематическим характеристикам движения – углу поворота, угловой скорости и угловым ускорениям минимальными являются при использовании интерполяционного полинома. Это объясняется тем, что он наиболее точно приближает исходную зависимость управляющих моментов, проходя через все узловые точки, которых достаточно много, так как шаг дискретизации по времени взят небольшой 0,01 с. Поэтому, погрешности получаются малыми. Аппроксимация ступенчатыми функциями имеет существенно большие погрешности, однако они меньше, чем при аппроксимации полином пятой степени. В случае с аппроксимацией полином пятой степени такая значительная погрешность обусловлена тем, что он не проходит через имеющиеся эмпирические точки, тем самым управление моделируется достаточно приближенно к исходному, чем и объясняются такие относительно большие значения погрешностей. При работе с интерполяцией сплайнами в работе [22] также было установлено хорошее совпадение результатов, близкое к интерполяционному многочлену, поэтому в данной работе они не использовались. При этом, естественным результатом является то, что с увеличением порядка производной, погрешность возрастает. Таким образом, следует, что, аппроксимация ступенчатыми функциями, не имея наибольшей погрешности, достаточно хорошо приближает управляющие моменты, может быть использована при анализе биомеханики опорно-двигательного аппарата человека. Однако, использование их при управлении исполнительными

приводами экзоскелета не совсем удобно, так как приводит к скачкообразным изменениям ускорений, которые сложно реализовать технически. Поэтому, с этой точки зрения аппроксимировать лучше гладкими непрерывными функциями, имеющими гладкие первые и вторые производные: полиномом достаточно высокой степени, например пятой, который был рассмотрен в данном параграфе, либо интерполяционным многочленом или сплайнами.

2.8 Оценка энергетических затрат при решении задачи управления приводами экзоскелета

Затраты энергии при движении антропоморфного механизма – это работа управляющих моментов в предположении об отсутствии сил сопротивления и рекуперации энергии при торможении звена

$$A = \int_0^{t_k} \left(\sum_{i=1}^k |M_i \dot{\phi}_i| \right) dt, \quad (2.16)$$

где t_k – время движения механизма, M_i – момент, развиваемый i -тым приводом аппарата, $k = 5$ – количество звеньев механизма.

В таблице 2.3 приведены результаты вычисления энергетических затрат в приводах экзоскелета.

Таблица 2.3 – Затраты энергии при решении задачи управления приводами экзоскелета

Затраты энергии, Дж	Привод, расположенный в шарнире					Сумма, Дж
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
Непрерывные функции (рисунок 5.12)	800.67	70.26	75.18	119.05	25.01	1090.17
Ступенчатые функции (рисунок 5.13)	797.71	70.76	75.79	116.01	22.21	1082.49

Приведенная таблица показывает, что значения энергетических затрат при задании управляющих моментов непрерывными аналитическими функциями практически не отличаются, в сравнении с заданием ступенчатыми функциями. Небольшие различия связаны со случайными эффектами, связанными с численным моделированием, а не с реальными биомеханическими явлениями.

Это подтверждает гипотезу о возможности использования импульсного управления антропомимом.

Оценки энергетических затрат также необходимы для подбора источника питания при создании активного экзоскелета.

2.9 Исследование влияния массивных элементов электроприводов на управление движением экзоскелета

В работах [9, 42, 69, 96] предложен метод исследования влияния вращающихся роторов электродвигателей на движения электромеханического устройства, в том числе, на подвижном основании. Используем его в рассматриваемой модели экзоскелета с пятью звеньями. Для управления движением применим моменты, заданные ступенчатыми функциями (рисунок 2.5).

Электромеханический привод экзоскелета содержит электродвигатели и редукторы. Предполагаем, что они расположены в области цилиндрических шарниров A_i ($i = 1, 2, \dots, 5$). Оценим влияние массивных частей двигателей на динамику всего экзоскелета, математическая модель которого представлена системой дифференциальных уравнений движения (2.7)-(2.11). Роторы электродвигателей, совершающие вращательное движение относительно осей, находящихся в шарнирах A_i ($i = 1, 2, \dots, 5$), являются подвижными относительно движущихся звеньев. Кинетическая энергия вращающихся роторов электромеханической системы равна [42]:

$$T_R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 I_{R_i} k_{R_i}^2 \dot{\phi}_i^2, \quad (2.17)$$

где k_{R_i} – передаточное число редуктора; I_{R_i} – момент инерции ротора электродвигателя относительно оси вращения.

В выражениях для кинетической и потенциальной энергий массы электродвигателей с редукторами будем учитывать, как точечные, находящиеся на конце звена. Система дифференциальных уравнений составлена с учетом

массы электродвигателя и редуктора, а также момента инерции ротора двигателя. Система уравнений движения механизма (2.7)-(2.11) изменяется аналогично работам [9, 96].

Решение задачи Коши для системы уравнений с учетом электроприводов, с исходными управляющими моментами (рисунок 2.5) представлено на рисунке 2.13 для корректности сравнения в том же масштабе, что и на рисунках 2.6 и 2.8.

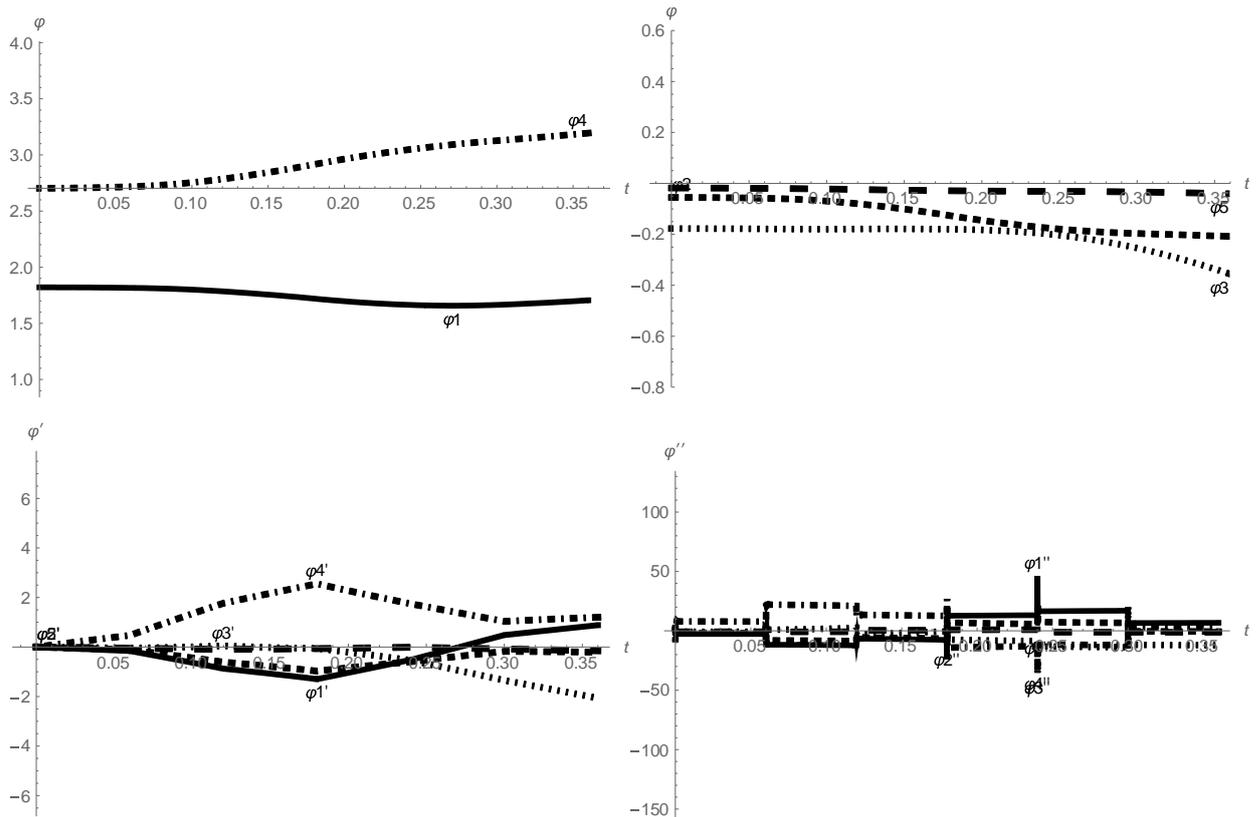


Рисунок 2.13 – Решение задачи Коши с учетом электроприводов: углы поворота φ_i (рад), угловые скорости $\dot{\varphi}_i$ (рад/с), угловые ускорения $\ddot{\varphi}_i$ (рад/с²) звеньев в зависимости от времени t (с) ($i = 1, 2, \dots, 5$)

Сравнение результатов, представленных на рисунке 2.13 с графиками, показанными на рисунке 2.8, показало, что движение звеньев экзоскелета изменилось, антропоидность хорошо сохранилась только в первой половине времени движения. Далее происходит замедление движения экзоскелета и он не возвращается в требуемую исходную конфигурацию. Учет электроприводов уменьшает значения углов поворота, угловых скоростей и ускорений из-за

недостаточных управляющих моментов, определенных без учета наличия электродвигателей и редукторов. Следовательно, наличие электродвигателей оказывает существенное влияние на движения экзоскелета, и их необходимо учитывать при проектировании реально работающих механизмов. Для верификации модели были пересчитаны управляющие моменты с учетом наличия электроприводов, которые изменились существенно, затем с ними (рисунок 2.14) была решена задача Коши для системы дифференциальных уравнений движения экзоскелета.

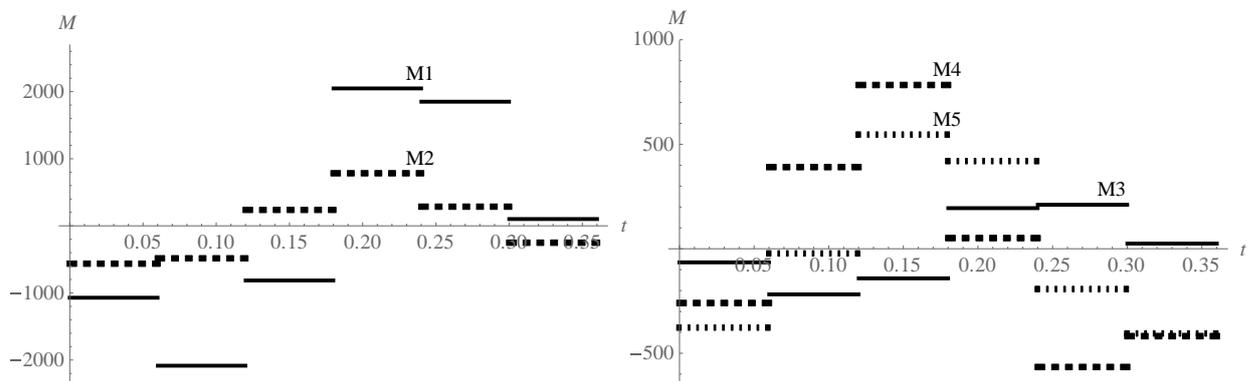


Рисунок 2.14 – Моменты $M_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$), аппроксимированные кусочно-заданными функциями после пересчета с учетом наличия электроприводов

В результате решения получилось близкое к исходному антропоморфному движение экзоскелета. Графики решения здесь не приводятся, т.к. они практически идентичны результатам, представленным на (рисунок 2.8).

В результате проведенного исследования создана математическая модель активного экзоскелета с пятью подвижными звеньями и электроприводами. Составлены дифференциальные уравнения движения для исследуемого механизма, которые представлены в компактной векторно-матричной форме записи. Синтезированы траектории движения звеньев экзоскелета, близкие к движению соответствующих звеньев человека и проведено решение обратной задачи динамики. Разработан импульсный способ управления движением экзоскелета, результаты численного моделирования показывают возможность его применения. Подсчитаны затраты энергии экзоскелета, что важно при оценке его автономности. Осуществлен подбор электродвигателей и редукторов, проведен

анализ наличия электроприводов на движения экзоскелета. Показано, что они оказывают существенное влияние на движения экзоскелета. Это связано со значительной массой получающихся электроприводов, близкой к массе звеньев экзоскелета и наличием вращающихся относительно звеньев роторов электродвигателей. Все это значительно увеличивает массу экзоскелета и оказывает существенное влияние на его динамику. Для корректного управления экзоскелетом необходимо пересчитывать управляющие моменты при наличии электроприводов. Решены обе задачи динамики применительно к модели экзоскелета с пятью подвижными управляемыми звеньями, представлен один из возможных вариантов управления движением. Значимость результатов состоит в широте возможных областей применения экзоскелетов и антропоидных механизмов.

2.10 3D модель антропоидного механизма с пятью звеньями и постановка задачи

Для анализа характеристик и разработки методов решения задачи управления рассмотрим 3D модель антропоидного механизма, состоящую из пяти подвижных звеньев, реализуемых стержнями. Введем шесть декартовых систем координат, определяющих положения звеньев: абсолютно неподвижная система $Oxyz$ и пять локальных систем (рисунок 2.15), связанных с подвижными звеньями. Оси $A_{i-1}z_i$ предполагаются направленными вдоль звена. В отличие от работ [3, 19-24, 71, 117-122], для первого звена отсчет углов производится от осей абсолютной неподвижной системы координат к соответствующим осям первой подвижной локальной системы. Для второго, третьего, четвертого и пятого звеньев, углы отсчитываются между соответствующими осями локальных систем координат против направления хода стрелки часов от звена с меньшим номером, к звену с большим номером.

Для моделирования вращательных движений, соответствующих опорно-двигательному аппарату человека, используются сферические, цилиндрические шарниры и комбинации двух цилиндрических шарниров со взаимно ортогональными осями вращения. Шарнир, моделирующий голеностопный

сустав, представляет комбинацию двух цилиндрических шарниров, реализующих два основных движения в суставе: тыльное и подошвенное сгибание, а также пронация-супинация стопы. При этом отсутствует ротация голени вокруг оси, направленной вдоль голени, т.е. нет вращения относительно стопы (рисунок 2.16).

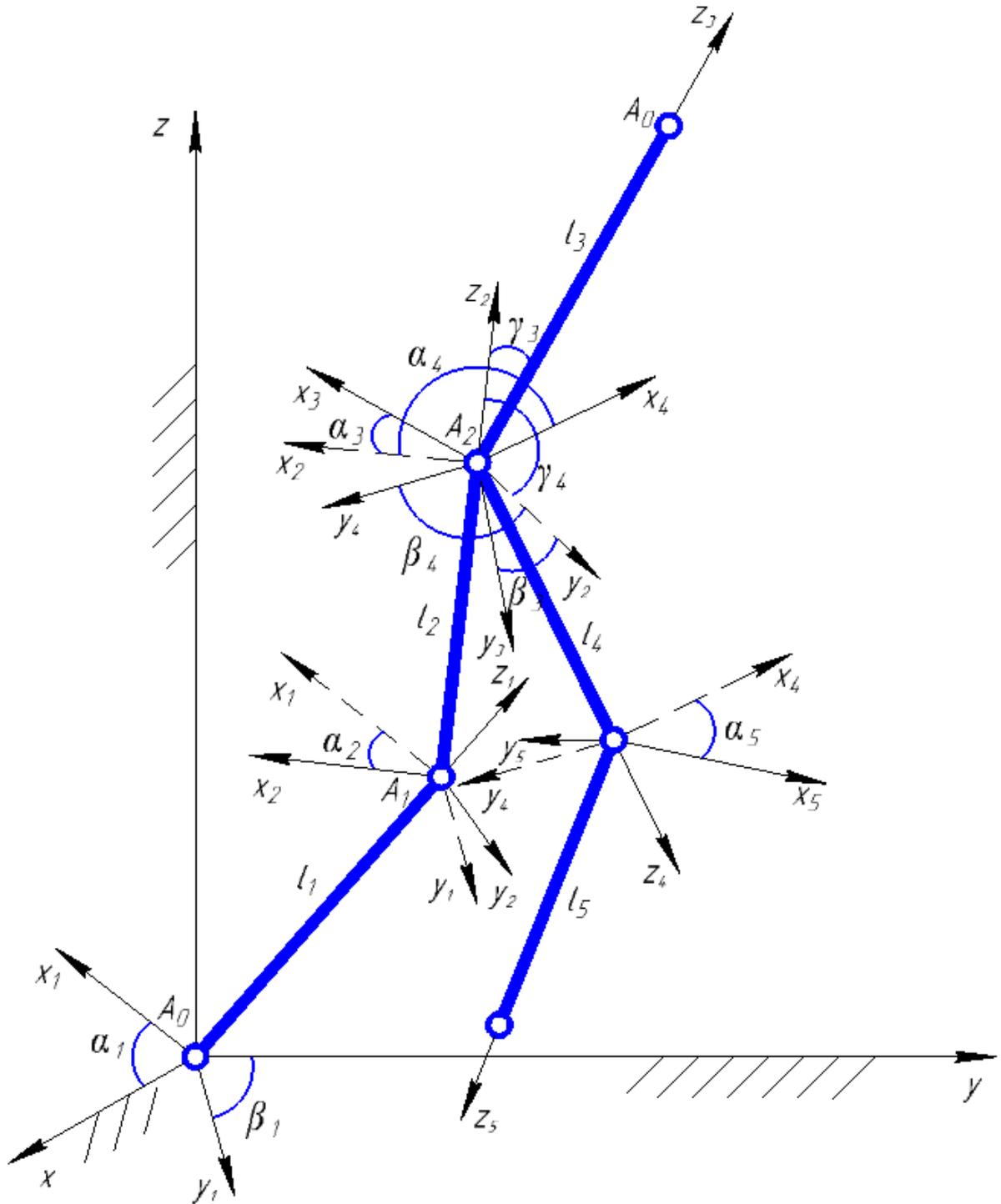


Рисунок 2.15 – Пространственная модель антропоидного механизма с пятью подвижными звеньями

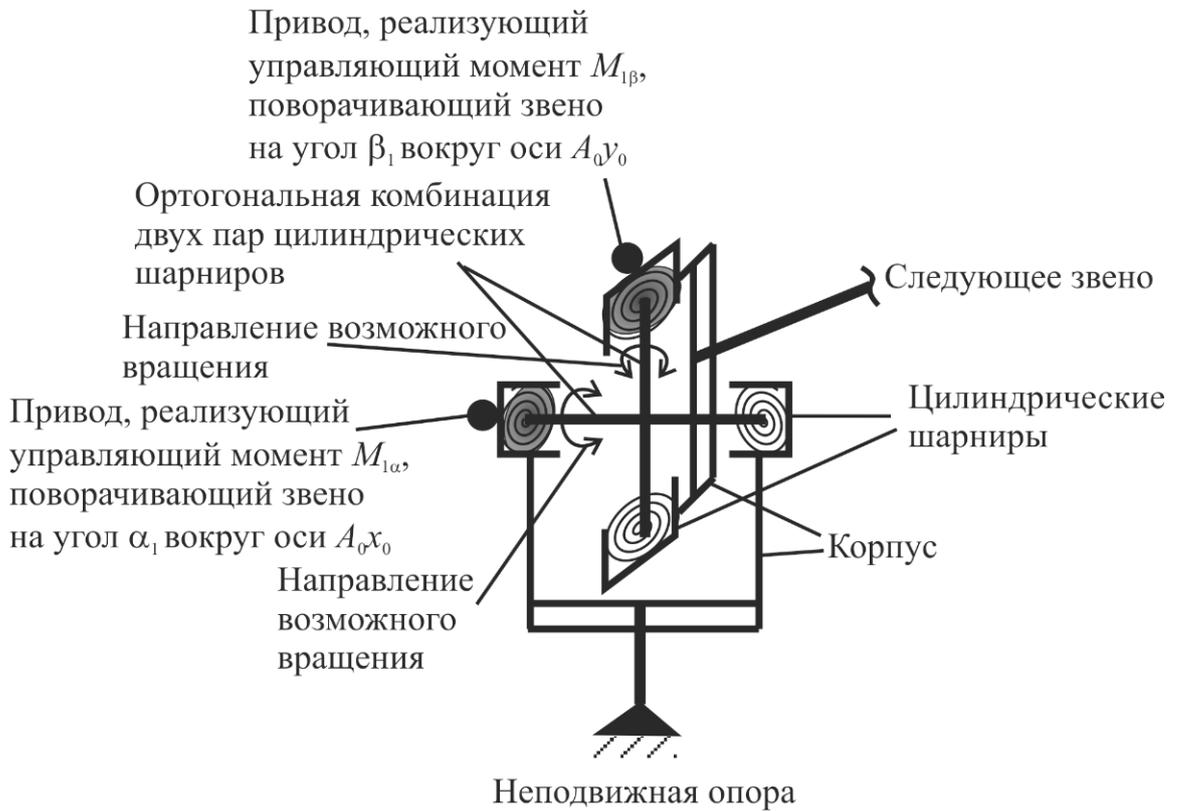


Рисунок 2.16 – Конструкция голеностопного шарнира

Коленный сустав моделируется цилиндрическим шарниром, реализуя одно вращательное движение. Тазобедренный сустав моделируется сферическим шарниром, позволяющим реализовать все три вращательных движения. Такой набор шарниров реализует все соответствующие биомеханике опорно-двигательного аппарата человека движения и упрощает математическую модель в результате сокращения размерности вектора обобщенных координат. В итоге положение звеньев модели экзоскрюстройства определяется десятью параметрами, углами $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$, $\alpha_3(t)$, $\alpha_4(t)$, $\alpha_5(t)$, $\beta_1(t)$, $\beta_3(t)$, $\beta_4(t)$, $\gamma_3(t)$, $\gamma_4(t)$, обеспечивающими необходимую подвижность звеньев.

Первое звено A_0A_1 , моделирующее голень опорной ноги, совершает вращательное движение в шарнире A_0 в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Положение звена зависит от двух параметров и однозначно определяется углами $\alpha_1(t)$, $\beta_1(t)$ и управляющими моментами $M_{1\alpha}$, $M_{1\beta}$, приложенными в шарнире A_0 . Положение второго звена A_1A_2 , совершающего сложное движение, зависит от движения точки A_1 , которая принимается за полюс, и от угла $\alpha_2(t)$. В цилиндрическом шарнире A_1 действует управляющий момент

$M_{2\alpha}$. Положения третьего A_2A_3 и четвертого звеньев A_2A_4 , совершающих сложное движение, зависят от движения точки A_2 , которая принимается за полюс, и от углов $\alpha_3(t)$, $\beta_3(t)$, $\gamma_3(t)$ и $\alpha_4(t)$, $\beta_4(t)$, $\gamma_4(t)$ соответственно. В сферическом шарнире A_2 действуют управляющие моменты $M_{3\alpha}$, $M_{3\beta}$, $M_{3\gamma}$ – для третьего звена, $M_{4\alpha}$, $M_{4\beta}$, $M_{4\gamma}$ – для четвертого звена. Положение пятого звена A_4A_5 , совершающего сложное движение, зависит от движения точки A_4 , которая принимается за полюс, и от угла $\alpha_5(t)$. В цилиндрическом шарнире A_4 действует управляющий момент $M_{4\alpha}$.

Шарниры, расположенные в точках A_0 и A_5 , соединяются с опорной поверхностью с помощью односторонней неударяющей связи, которая в момент постановки ноги на опору мгновенно накладывается, а в момент отрыва от опорной ноги – снимается. Модель походки антропоморфного механизма предполагается близкой к спортивной ходьбе у человека, т.е. чередование одноопорных фаз ходьбы. При этом смена опорной и переносимой ног происходит мгновенно. Под действием силы тяжести, реакций со стороны опоры и соседних стержней, внутренних управляющих усилий (не показанных на рисунке 2.15) происходят относительные повороты звеньев между собой вокруг каждой из осей координат, тем самым, при заданном должным образом управлении может быть реализовано антропоморфное движение всего робота.

Обобщенными координатами, однозначно характеризующими положение механизма в пространстве, являются углы между соответствующими осями координат (рисунок 2.15). Рассматриваемая система имеет десять степеней свободы. Для реализации управляемого движения необходимо использовать десять независимых приводов – для управления каждым углом поворота каждого звена. Приводы могут быть различными: гидравлическими, пневматическими, электрическими. В дальнейшей работе предполагается использовать электрические двигатели. Для управления угловыми координатами электродвигатели будут работать в паре с редукторами, понижающими обороты и увеличивающими крутящие моменты.

Опишем процесс поворота осей, изображённых на рисунке 3, первых двух звеньев. Звено A_0A_1 вначале электрическим приводом поворачивается вокруг оси A_0x_0 на угол α_1 . Матрица поворота осей при этом имеет следующий вид [37, 48]:

$$A_{\alpha_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Следующим электроприводом звено поворачивается вокруг оси A_0y_0 на угол β_1 . Этому повороту соответствует матрица

$$A_{\beta_1} = \begin{pmatrix} \cos \beta_1 & 0 & \sin \beta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_1 & 0 & \cos \beta_1 \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

В данной модели отсутствует поворот вокруг третьей оси, в соответствии с предположениями о биомеханике движений ноги человека в голеностопном суставе. Поворот всего звена в пространстве требуемым образом возможен как последовательным включением приводов, так и одновременным. В результате работы двух приводов и поворотов вокруг двух осей координат, результирующая матрица поворота получается в следующем виде:

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos \beta_1 & 0 & \sin \beta_1 \\ \sin \alpha_1 \sin \beta_1 & \cos \alpha_1 & -\cos \beta_1 \sin \alpha_1 \\ -\cos \alpha_1 \sin \beta_1 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \cos \beta_1 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Звено A_1A_2 единственным электрическим приводом поворачивается вокруг оси A_1x_1 на угол α_2 . Матрица поворота осей при этом имеет вид, аналогичный (2.18) с точностью до индексов угла. Результирующая матрица поворота имеет вид:

$$A_2 = \begin{pmatrix} \cos \beta_1 & \sin \alpha_2 \sin \beta_1 & \cos \alpha_2 \sin \beta_1 \\ \sin \alpha_1 \sin \beta_1 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \cos \beta_1 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & -\cos \alpha_2 \cos \beta_1 \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ -\cos \alpha_1 \sin \beta_1 & \cos \alpha_2 \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1 \cos \beta_1 \sin \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \beta_1 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Аналогично были получены матрицы поворота всех осей, однако они слишком громоздки.

Длины звеньев: $A_0A_1 = l_1$, $A_1A_2 = l_2$, $A_2A_3 = l_3$, $A_2A_4 = l_4$, $A_4A_5 = l_5$, представляющие собой прямолинейные стержни, считаются неизменными во все

время движения при любых прикладываемых усилиях. Масса первого звена A_0A_1 равна m_1 , второго звена A_1A_2 равна m_2 и т.д.

Моменты инерции звеньев определяются как моменты инерции однородных твердых стержней. Кинетическая энергия системы складывается из кинетических энергий стержней $A_{i-1}A_i$, ($i = 1, 2, \dots, 5$). При определении кинетической энергии учтено, что звено A_0A_1 совершает вращательное движение вокруг неподвижных осей, находящихся в цилиндрическом шарнире A_0 , а звенья $A_{i-1}A_i$ ($i = 2, 3, \dots, 5$), совершают сложное движение с полюсом A_{i-1} . В общем случае, так как положения центров масс у реального звена опорно-двигательного аппарата человека смещено относительно геометрического центра звена, при составлении уравнений движения, положения центров масс звеньев задаются множителями n_i ($i = 1, \dots, 5$), равными отношению длины части звена от нижней точки до центра масс к длине всего звена. В рассматриваемой модели данным фактом пренебрегается и при расчетах $n_i = 1/2$ ($i = 1, \dots, 5$). Координаты центров масс первых двух звеньев следующие:

$$x_1 = l_1 n_1 \sin(\beta_1), \quad y_1 = -l_1 n_1 \cos(\beta_1) \sin(\alpha_1), \quad z_1 = l_1 n_1 \cos(\beta_1) \cos(\alpha_1), \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= l_1 \sin(\beta_1) + l_2 n_2 \cos(\alpha_2) \sin(\beta_1), \\ y_2 &= -l_1 \cos(\beta_1) \sin(\alpha_1) - l_2 n_2 (\cos(\beta_1) \sin(\alpha_1) \cos(\alpha_2) + \cos(\alpha_1) \sin(\alpha_2)), \\ z_2 &= l_1 n_1 \cos(\beta_1) \cos(\alpha_1) + l_2 n_2 (\cos(\beta_1) \cos(\alpha_1) \cos(\alpha_2) - \sin(\alpha_1) \sin(\alpha_2)). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Координаты центров масс остальных звеньев аналогичны по структуре приведенным, однако громоздки, поэтому здесь не приводятся.

Кинетическая энергия звеньев вычисляется по формулам, приведенным в работе [48, с. 157 и 71, с. 21]. Все аналитические преобразования и численные расчеты проводились в пакете Wolfram Mathematica [162]. Полная кинетическая энергия модели экзоустройства с пятью подвижными звеньями громоздка, поэтому в качестве примера приводятся только выражения кинетической энергии первого и второго звеньев:

$$T_1 = 0.5 [m_1 l_1^2 n_1^2 (\dot{\alpha}_1^2 \cos^2(\beta_1) + \dot{\beta}_1^2) + I_1 (\dot{\alpha}_1^2 + \dot{\beta}_1^2)], \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned}
T_2 = & 0.5[m_2(0.5l_1^2(1 + \cos(2\beta_1)) + l_2^2n_2^2(0.75 - 0.25\cos(2\alpha_2) + \\
& + 0.125(\cos(2(\alpha_2 - \beta_1)) + \cos(2(\alpha_2 + \beta_1))) + 0.25\cos(2\beta_1)) + \\
& + l_1l_2n_2(\cos(\alpha_2) + 0.5(\cos(\alpha_2 - 2\beta_1) + \cos(\alpha_2 - 2\beta_1)))]\dot{\alpha}_1^2 + \\
& + 0.5m_2l_2^2n_2^2\dot{\alpha}_2^2 + 0.5m_2(l_1 + l_2n_2\cos(\alpha_2))^2\dot{\beta}_1^2 + \\
& + m_2\cos(\beta_1)(l_2^2n_2^2 + l_1l_2n_2\cos(\alpha_2))\dot{\alpha}_1\dot{\alpha}_2 + \\
& + m_2\sin(\beta_1)\sin(\alpha_2)(l_2^2n_2^2\cos(\alpha_2) + l_1l_2n_2)\dot{\alpha}_1\dot{\beta}_1 + \\
& + I_2(\dot{\alpha}_1^2 + \dot{\beta}_1^2 + \dot{\alpha}_2^2 + 2\dot{\alpha}_1\dot{\alpha}_2\cos(\beta_1))
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Потенциальная энергия модели экзоустройства с пятью подвижными звеньями имеет вид:

$$\begin{aligned}
\Pi = & gl_1m_1n_1\cos(\alpha_1)\cos(\beta_1) + \\
& + gm_2(\cos(\alpha_1)(l_1 + l_2n_2\cos(\alpha_2))\cos(\beta_1) - l_2n_2\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2)) + \\
& + gm_3(\cos(\alpha_1)(l_2\cos(\alpha_2)\cos(\beta_1) + \\
& + l_3n_3(\cos(\alpha_2 + \alpha_3)\cos(\beta_1)\cos(\beta_3) - \sin(\beta_1)\sin(\beta_3)) - \\
& - \sin(\alpha_1)(l_2\sin(\alpha_2) + l_3n_3\sin(\alpha_2 + \alpha_3)\cos(\beta_3))) + \\
& + gm_4(l_2(\cos(\alpha_1)\cos(\alpha_2)\cos(\beta_1) - \sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2) + \\
& + l_4n_4(\cos(\alpha_1)(\cos(\alpha_2 + \alpha_4)\cos(\beta_1)\cos(\beta_4)) - \\
& - \sin(\beta_1)\sin(\beta_4)) - \cos(\beta_4)\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2 + \alpha_4)) + \\
& + gm_5(l_4((\cos(\alpha_1)\cos(\alpha_2 + \alpha_3)\cos(\beta_1)\cos(\beta_4) - \\
& - \sin(\beta_1)\sin(\beta_4)) - \cos(\beta_4)\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2 + \alpha_4)) + \\
& + l_5n_5((\cos(\alpha_5)(\cos(\alpha_1)(\cos(\alpha_2 + \alpha_4)\cos(\beta_1)\cos(\beta_4) - \\
& - \sin(\beta_1)\sin(\beta_4)) - \cos(\beta_4)\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2 + \alpha_4)) - \\
& - \sin(\alpha_5)((\cos(\alpha_2)\cos(\gamma_4)(\cos(\alpha_4)\sin(\alpha_1) + \\
& + \cos(\alpha_1)\cos(\beta_1)\sin(\alpha_4)) - \sin(\alpha_1)(\cos(\gamma_4)\sin(\alpha_2)\sin(\alpha_4) + \\
& + \sin(\alpha_2 + \alpha_4)\sin(\beta_4)\sin(\gamma_4)) + \\
& + \cos(\alpha_1)(\cos(\alpha_4)\cos(\beta_1)\cos(\gamma_4)\sin(\alpha_2) + (\cos(\beta_4)\sin(\beta_1) + \\
& + \cos(\alpha_2 + \alpha_4)\cos(\beta_1)\sin(\beta_4))\sin(\gamma_4))))).
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Таким образом, подсчитаны кинетическая энергия и потенциальная энергия для модели экзоустройства с пятью подвижными звеньями, необходимые для составления уравнений движения. Динамика системы описывается также довольно громоздкими уравнениями Лагранжа с использованием локальных

систем координат и матриц поворота. Третье уравнение полученной системы представляется менее громоздким по сравнению с остальными:

$$\begin{aligned}
& [(I_3 + 0.5l_3m_3n_3(l_3n_3(1 + \cos(2\beta_3)) + 2l_2 \cos(\alpha_3)\cos(\beta_3))) \times \\
& \quad \times (\cos(\beta_1)) - l_3^2m_3n_3^2 \cos(\alpha_2 + \alpha_3)\sin(\beta_1)\sin(2\beta_3)] \ddot{\alpha}_1 + \\
& + (I_3 + 0.5l_3m_3n_3(l_3n_3(1 + \cos(2\beta_3)) + 2l_2 \cos(\alpha_3)\cos(\beta_3))) \ddot{\alpha}_2 + \\
& \quad + (I_3 + 0.5l_3^2m_3n_3^2(1 + \cos(2\beta_3))) \ddot{\alpha}_3 + \\
& \quad + 0.5l_3^2m_3n_3^2 \sin(\alpha_2 + \alpha_3)\sin(2\beta_3) \ddot{\beta}_1 + \\
& \quad + l_3m_3n_3 \cos(\beta_3)(0.75l_2 \sin(\alpha_3) - 0.25l_2 \sin(2\alpha_2 + \alpha_3) + \\
& + 0.5 \sin(2\alpha_2 + \alpha_3)\cos(\alpha_2)(0.5l_3n_3 \cos(\alpha_3)\cos(\beta_3)(\cos(2\beta_1) - 3) + \\
& \quad + \cos^2(\beta_1)(l_2 + l_3n_3 \cos(\alpha_3)\cos(\beta_3)) - l_2 \sin^2(\beta_1)) + \\
& + l_3n_3(2 \cos(\beta_3)\sin(\alpha_2)\sin(\alpha_3)\sin^2(\beta_1) - \sin(2\beta_1)\sin(\beta_3))) \dot{\alpha}_1^2 + \\
& \quad + l_2l_3m_3n_3 \cos(\beta_3)\sin(\alpha_3)\dot{\alpha}_2^2 + l_3m_3n_3 \cos(\beta_3) \times \\
& \quad \times (l_2 \cos(\alpha_2) + l_3n_3 \cos(\alpha_2 + \alpha_3)\cos(\beta_3))\sin(\alpha_2 + \alpha_3)\dot{\beta}_1^2 - \\
& \quad - l_3^2m_3n_3^2 \sin(2\beta_3)(\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)\dot{\beta}_3 + \tag{2.27} \\
& \quad + (I_3 + l_3^2m_3n_3^2(1 + \cos(2\beta_3)))\sin(\alpha_2 + \alpha_3)\dot{\beta}_1\dot{\beta}_3 + \\
& \quad + 2l_2l_3m_3n_3 \cos(\beta_1)\cos(\beta_3)\sin(\alpha_3)\dot{\alpha}_1\dot{\alpha}_2 - \\
& \quad - ((I_3 + 0.5l_3^2m_3n_3^2(1 + \cos(2(\alpha_2 + \alpha_3))) + \\
& + 0.5 \cos(2(\alpha_2 + \alpha_3 - \beta_3)) + \cos(2\beta_3) + 0.5 \cos(2(\alpha_2 + \alpha_3 + \beta_3))) + \\
& \quad + 0.5l_2l_3m_3n_3(\cos(\alpha_3 - \beta_3) + \cos(2\alpha_2 + \alpha_3 - \beta_3)) + \\
& \quad + \cos(\alpha_3 + \beta_3) + \cos(2\alpha_2 + \alpha_3 + \beta_3))\sin(\beta_1) + \\
& \quad + l_3^2m_3n_3^2 \cos(\alpha_2 + \alpha_3)\cos(\beta_1)\sin(2\beta_3))\dot{\alpha}_1\dot{\beta}_1 - \\
& \quad - ((I_3 + l_3^2m_3n_3^2)\cos(\alpha_2 + \alpha_3)\sin(\beta_1) + \\
& + l_3^2m_3n_3^2(\cos(\alpha_2 + \alpha_3)\cos(2\beta_3)\sin(\beta_1) + \cos(\beta_1)\sin(2\beta_3))\dot{\alpha}_1\dot{\beta}_3 - \\
& \quad - 0.5gl_3m_3n_3 \cos(\beta_3)(\sin(\alpha_1)\cos(\alpha_2 + \alpha_3) + \\
& \quad + \cos(\alpha_1)\cos(\beta_1)\sin(\alpha_2 + \alpha_3)) = M_{3\alpha}.
\end{aligned}$$

Система дифференциальных уравнений движения эксозустройства позволяет решить следующие задачи: синтез траектории движения механизма; определение величины управляющих моментов и их дальнейшая аппроксимация ступенчатыми функциями; оценка энергетических затрат при решении задачи управления движением механизма.

Таким образом, описана модель пространственного механизма с пятью подвижными звеньями в пространстве.

2.11 Программное управление движением 3D модели антропоидного механизма с пятью звеньями

Решение задачи определения управляющих моментов в шарнирах осуществлено с использованием методов управления программным движением антропоида. Периодические дифференцируемые функции, описывающие движения звеньев экзоустройства, аналогичного движению антропоморфного механизма, представим следующими выражениями:

$$\Lambda_i(t) = a_i + b_i \sin[c_i - d_i(1 - \cos[2\pi t/T])], \quad (2.28)$$

здесь: T – период ходьбы, Λ_i принимает последовательно значения $\alpha_1, \dots, \alpha_5, \beta_1, \beta_3, \beta_4, \gamma_3, \gamma_4$. Тогда $i = 1, 2, \dots, 10$ и, пронумеровав обобщенные координаты $\alpha_1, \dots, \gamma_4$ по порядку, остальные параметры ходьбы определим следующими величинами: $a_1 = a_6 = \dots = a_{10} = \pi$, $a_2 = 0.9\pi$, $a_3 = 0.5\pi$, $a_4 = 0.4\pi$, $a_5 = 0.3\pi$, $b_1 = 0.025$, $b_2 = 0.034$, $b_3 = b_4 = b_5 = 0.050$, $b_6 = 0.25$, $b_7 = 0.140$, $b_8 = 0.112$, $b_9 = 0.028$, $b_{10} = 0.056$, $c_i = \pi/2$, $d_i = \pi/2$ ($i = 1, \dots, 10$). Время, в течение которого происходит одноопорная фаза шага, т.е. половина периода ходьбы $t_k = 0.36$ с. Все расчеты проводились в системе «СИ».

Выберем числовые характеристики механизма, представленного на рис. 2.11, соответствующими значениям для голени (индексы 1 и 5), бедра (индексы 2 и 4) и корпуса (индекс 3) человека, информация о которых приводится в монографии [22]. Длины звеньев $l_1 = l_5 = 0.385$ м, $l_2 = l_4 = 0.477$ м, $l_3 = 0.771$ м. Массы звеньев $m_1 = m_5 = 2.91$ кг, $m_2 = m_4 = 8.93$ кг, $m_3 = 28.93$ кг. Моменты инерции звеньев определим, исходя из выражения момента инерции стержня относительно перпендикулярной оси, проходящей через его конец, соответственно $I_1 = I_5 = 0.144$ кг·м², $I_2 = I_4 = 0.677$ кг·м², $I_3 = 5.732$ кг·м². Множитель, определяющий положение центра масс звена $n_1 = \dots = n_5 = 0.5$. Ускорение свободного падения $g = 9.81$ м/с².

Зависимости от времени (2.28), а также их первые и вторые производные, т.е. обобщенные координаты, обобщенные скорости и обобщенные ускорения представлены на (рисунки 2.17-2.19).

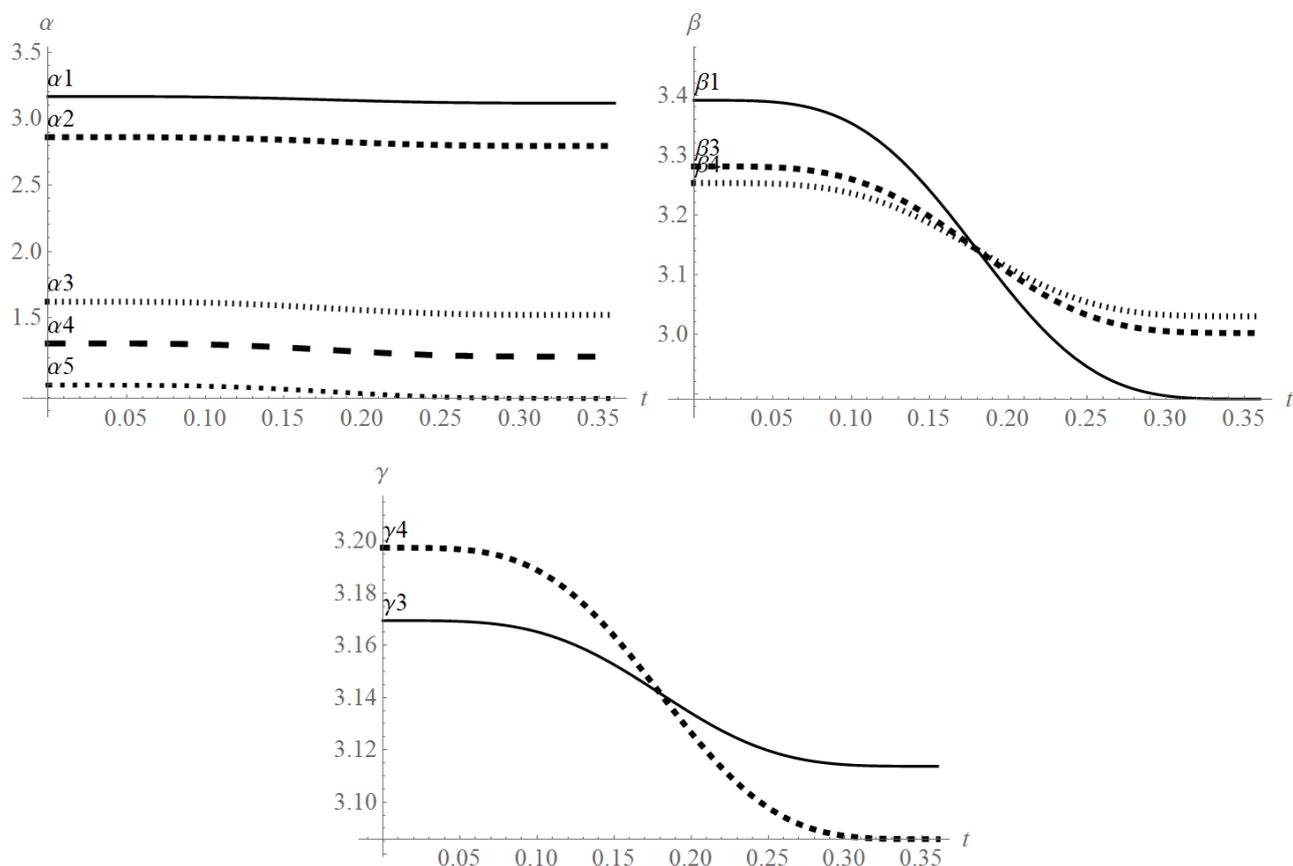


Рисунок 2.17 – Зависимости обобщенных координат от времени

В результате подстановки функций (2.28) вместе с их производными в уравнения движений, найдено решение обратной задачи динамики. Изменение управляющих моментов во времени представлено на рисунке 2.20.

Графики скомбинированы, исходя из наглядности отображения абсолютных величины моментов. Как видно по представленным графикам, максимальные значения моментов не превышают 800 Н·м. Для корпуса и бедра переносимой ноги максимальные значения моментов почти на порядок меньше, а для голени переносимой ноги почти на два порядка меньше, в сравнении с опорной ногой. Исходя из этого, формулируются требования к приводам звеньев по максимальному значению и быстродействию. Для реализации моментов в шарнирах при управлении угловыми координатами предложено использовать электродвигатели, работающие с редукторами, понижающими обороты и

увеличивающимися крутящие моменты, так как при расчетах возникли значительные по величине моменты.

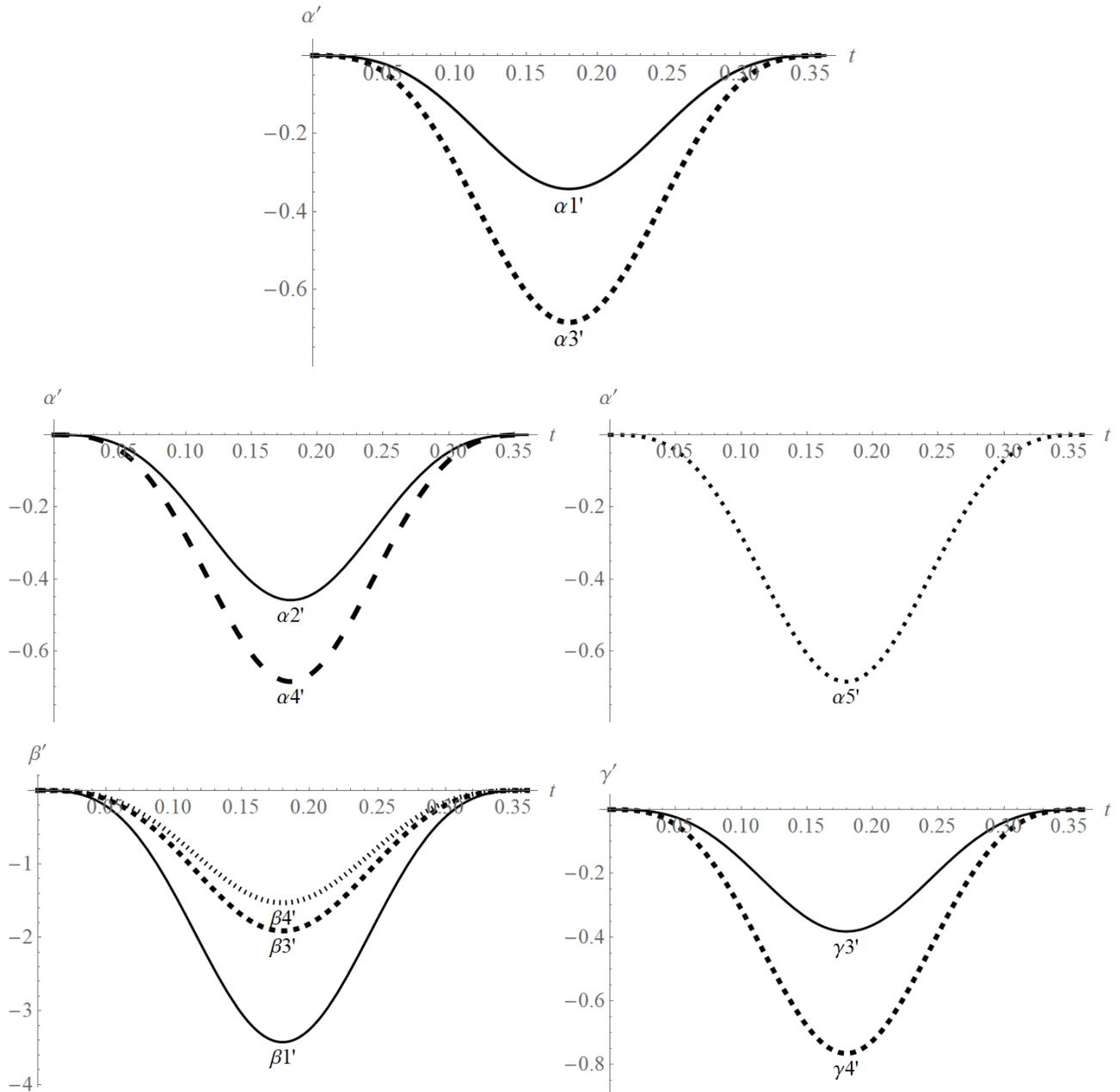


Рисунок 2.18 – Зависимости обобщенных скоростей от времени

Проводить сравнительный анализ полученных моментов для пространственного механизма с плоским достаточно сложно из-за отсутствия взаимно однозначного соответствия между углами в моделях. Различаются и управляющие кинематические функции (2.12) и (2.28), представленные на (рис. 2.2 и 2.17-2.19). Качественное сравнение показывает, что при переходе к трехмерной модели управляющие моменты в каждом отдельно взятом приводе

для каждой отдельной обобщенной координаты стали меньше по максимальному значению. Данный результат является важным при проектировании экзоскелетов.

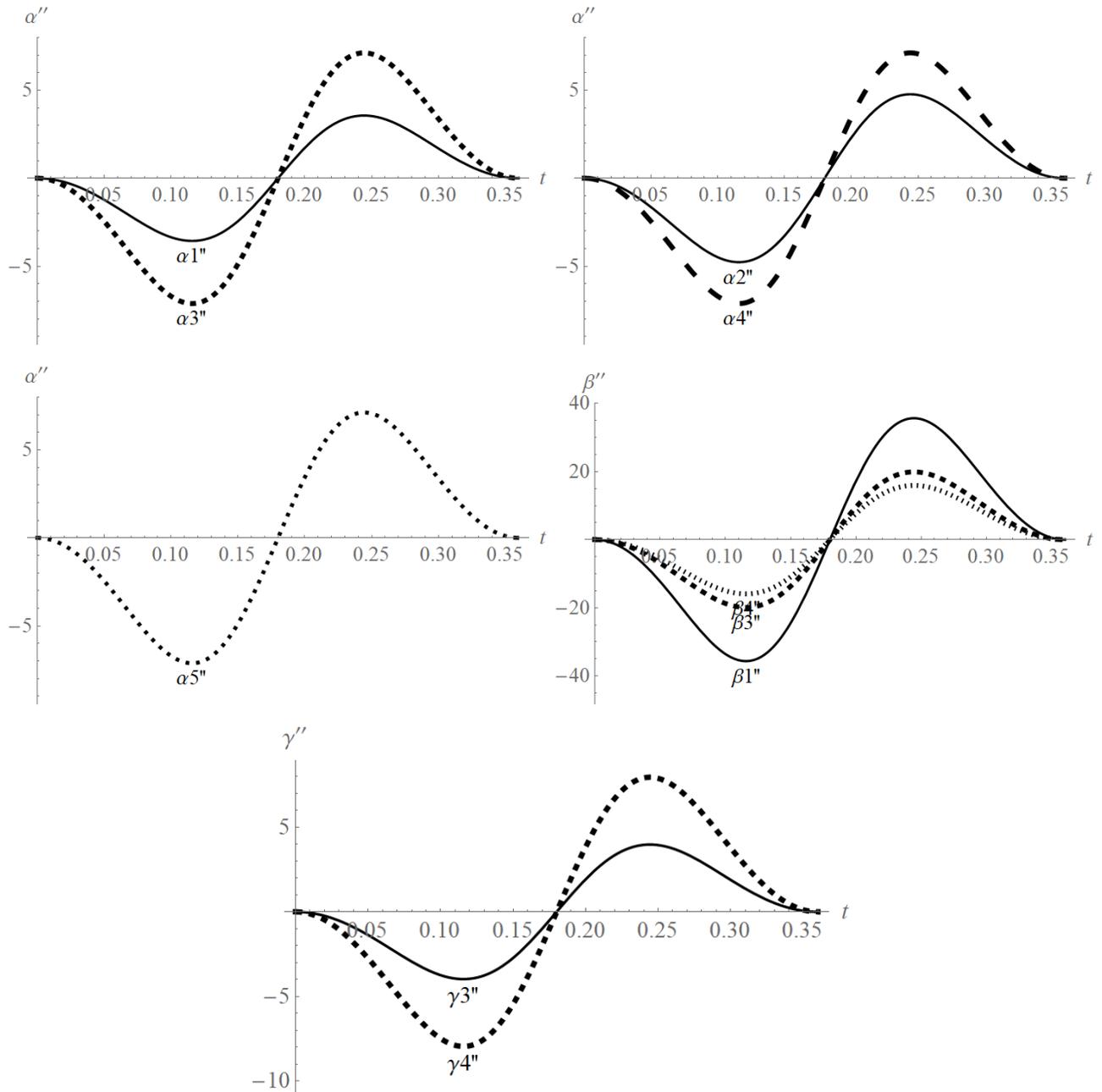


Рисунок 2.19 – Зависимости обобщенных ускорений от времени

Используя максимальные моменты, полученные для плоской модели, можно подобрать слишком мощные приводы, которые в реальной трехмерной модели не будут использоваться. Поэтому, при переходе к проектированию реальных антропоморфных механизмов необходимы трехмерные модели.

Человеческая ходьба носит импульсный характер, поэтому, чтобы приблизить движения экзоустройства к биомеханике человеческой ходьбы,

предложена система управления движением модели на основе кусочно-заданных ступенчатых функций, определяемых формулой (2.13). Результаты вычисления значений моментов по формуле (2.13) в виде ступенчатых функций представлены на (рисунок 2.21).

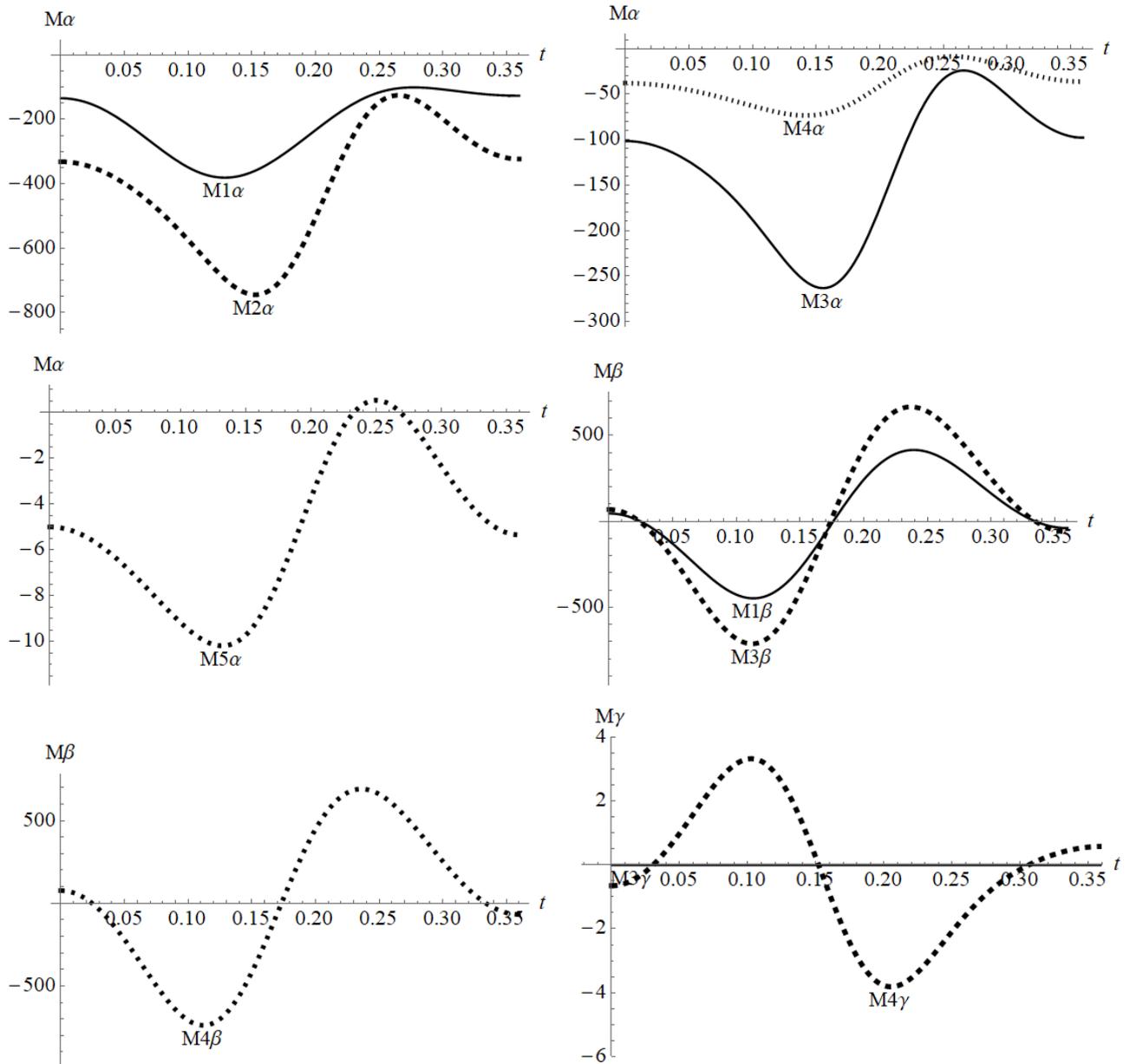


Рисунок 2.20 – Решение обратной задачи динамики

Затраты энергии при движении антропоморфного механизма с пятью подвижными звеньями подсчитаем, как работу управляющих моментов в предположении об отсутствии сил сопротивления и рекуперации энергии при торможении звена.

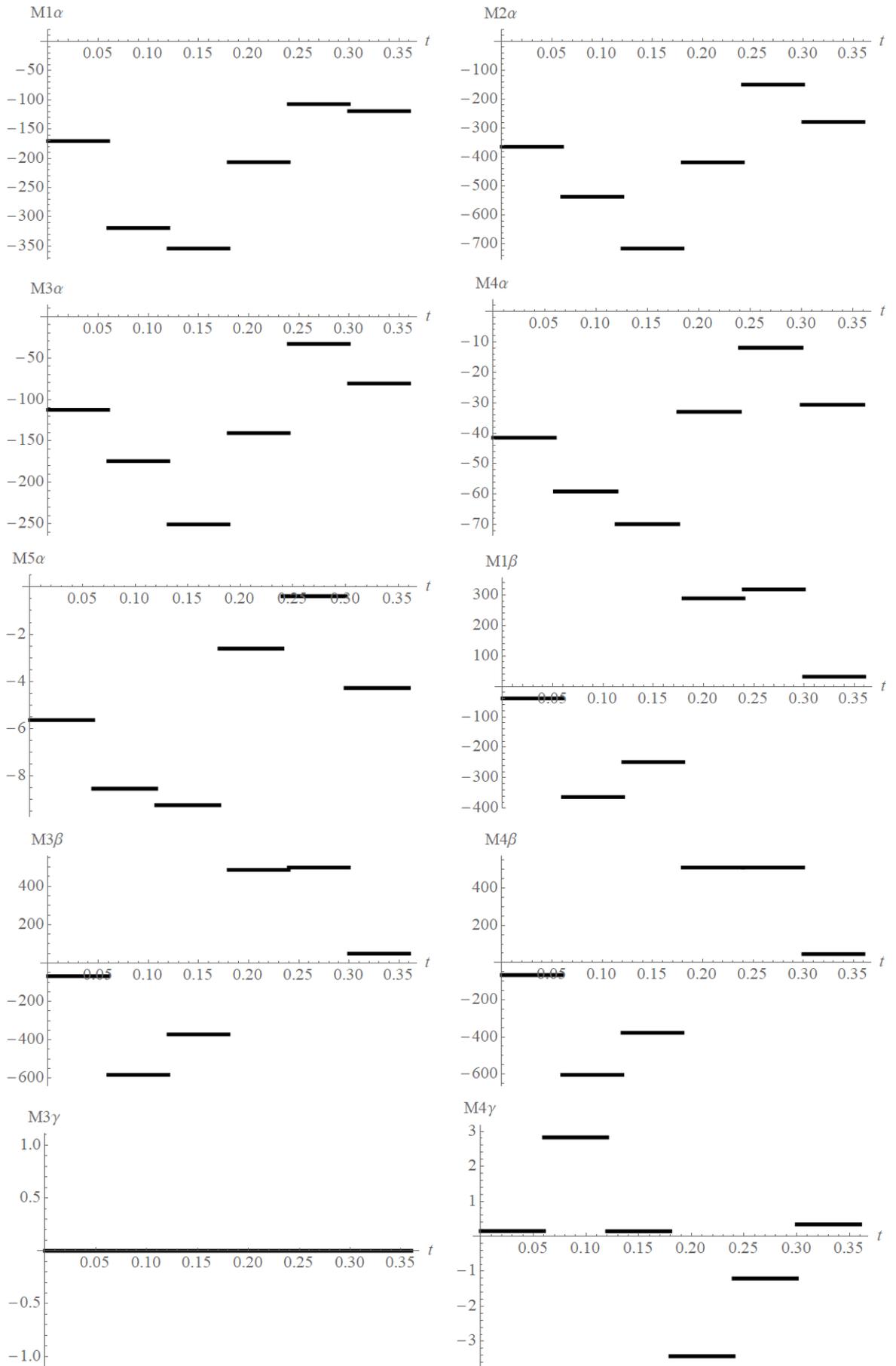


Рисунок 2.21 – Аппроксимация решения обратной задачи динамики ступенчатыми функциями

Данные оценки необходимы для подбора источников энергии, обеспечивающих автономную работу экзоустройства.

$$A = \int_0^{t_k} \left(\sum_{i=1}^5 |M_{i\alpha} \cdot \dot{\alpha}_i| + \sum_{i=1, i \neq 2}^4 |M_{i\beta} \cdot \dot{\beta}_i| + \sum_{i=3}^4 |M_{i\gamma} \cdot \dot{\gamma}_i| \right) dt. \quad (2.29)$$

Результаты расчетов по формуле (2.29) представлены в таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Оценка энергетических затрат механизма

Затраты энергии, Дж	Привод, расположенный в шарнире					Сумма, Дж
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
α	13.45	34.56	17.20	4.72	0.57	70.50
β	140.23	-	124.28	105.07	-	369.58
γ	-	-	0	0.53	-	0.53
Σ	153.68	34.56	141,48	110.32	0.57	440.61

Из таблицы следует, что показатели расхода энергии в приводах экзоустройства за время одного шага представляются значительными. Поэтому для продолжительной работы экзоустройства необходимы автономные источники электрической энергии, обладающие большой емкостью. Сравнивая результат подсчета затрат энергии в пространственном случае с плоской моделью (таблица 2.3), видно, что расход энергии в пространственном случае снизился значительно. Следовательно, двумерные модели не отражают в достаточной степени свойства реальных объектов. Поэтому, при дальнейшем проектировании экзоскелетов следует использовать трехмерные модели.

В результате предложена математическая модель экзоустройства, описываемая уравнениями Лагранжа второго рода, проведен численный анализ. Возможные движения модели в шарнирах приближены к биомеханике движений в суставах человека. Решена обратная задача динамики, установлено, что в опорной ноге в фазах отталкивания и торможения возникают кратковременные значительные величины управляющих моментов. Следовательно, предъявляются высокие требования к электрическим приводам, используемым для управления. Подсчет затрат энергии установил, что затраты энергии также являются значительными, что необходимо учитывать при выборе автономных источников.

Результаты исследования могут быть использованы при разработке экзоскелетов, антропоморфных роботов, скафандров, тренажеров, манипуляторов.

Выводы по главе

1. Проведен анализ двумерных и трехмерных моделей экзоскелетов с пятью абсолютно твердыми звеньями, в которых, в отличие от известных работ, углы отсчитываются между звеньями. Составлены системы дифференциальных уравнений, описывающие движения антропоидов на плоскости и в пространстве.

2. Для решения обратной задачи динамики разработаны методики задания программного движения экзоскелета. Установлено, что в опорной ноге в фазах отталкивания и торможения возникают кратковременные значительные величины управляющих моментов, как для модели экзоустройства на плоскости, так и в пространстве.

3. Предложен новый класс управляющих моментов в виде ступенчатых кусочно-заданных функций, интерполяционных многочленов и полиномов пятой степени. Проведено решение задач Коши для полученной системы дифференциальных уравнений плоского механизма с разными способами аппроксимации управляющих моментов, установлено, что синтезируется достаточно близкое к антропоидному движение.

4. Проведены оценки энергетических затрат для моделей активных экзоскелетов, которые могут быть использованы при подборе аккумуляторов для автономной работы экзоскелетов. Установлено, что затраты энергии являются значительными. Это необходимо учитывать при выборе автономных источников энергии.

5. Установлено, что затраты энергии зависят от того, какая модель используется – плоская или пространственная, поэтому при проектировании реальных антропоидных систем следует предпочесть трехмерную модель.

6. Разработанная двумерная модель может быть применена при теоретических исследованиях антропоидных систем. Предложенная трехмерная модель может быть использована при разработке экзоскелетов, антропоморфных роботов, скафандров, тренажеров, манипуляторов.

Глава 3 МОДЕЛИРОВАНИЕ АНТРОПОИДА ЗВЕНЬЯМИ
С НЕВЕСОМЫМ УЧАСТКОМ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ
МЕЖДУ ДВУМЯ АБСОЛЮТНО ТВЕРДЫМИ ЧАСТЯМИ

3.1 Модели экзоскелета с пятью звеньями переменной длины на плоскости

Рассмотрим модель экзоскелета с пятью звеньями переменной длины с электроприводами. Модель экзоскелета содержит пять одинаковых по конструкции звеньев с изменяемой длиной (рисунок 3.1).

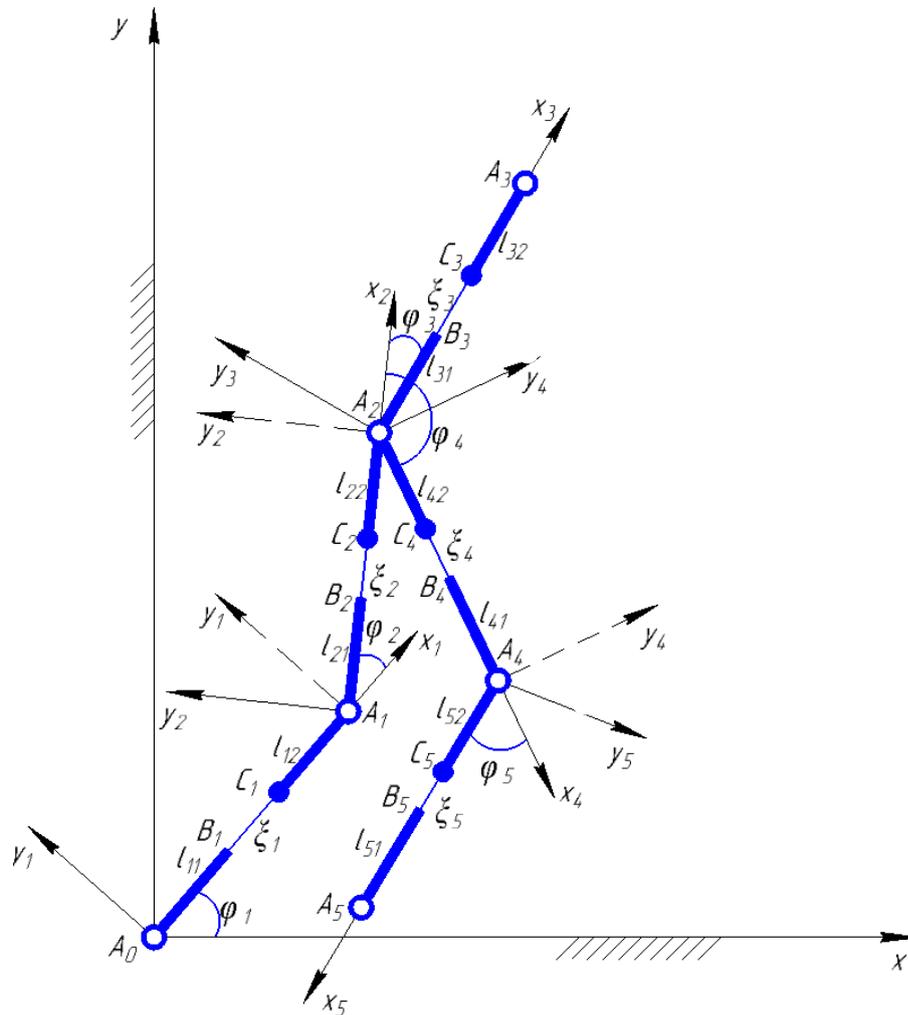


Рисунок 3.1 – Активный экзоскелет с пятью управляемыми звеньями с изменяющейся длиной в двумерном измерении

Звенья соединяются между собой цилиндрическими шарнирами. Звено включает в себя один невесомый участок $B_iC_i = \xi_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) с изменяемой длиной и два весоных участка с постоянной длиной l_{ij} ($i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2$). Здесь и далее, первый индекс i определяет номер звена, второй j – задает номер участка

с постоянной длиной на звене. Весомые части совершают на невесомом участке B_iC_i прямолинейное движение относительно друг друга вдоль прямой, соединяющей начало и конец звена. Для управления изменением длины звена устанавливаются электрические двигатели с реечными или винтовыми передачами. В области каждого шарнира устанавливаются электродвигатели и редукторы. Предполагается, что стопы в данной модели отсутствуют. В точке касания ногой экзоскелета опорной поверхности обеспечивается необходимая и достаточная связь с поверхностью для того, чтобы движение происходило без проскальзывания.

Положение экзоскелета на плоскости задается углами, отсчитываемыми между звеньями $\varphi_i(t)$ и изменяемыми длинами участков $\xi_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$). Модель экзоскелета имеет десять параметров, определяющих положения звеньев.

Инерционные характеристики весоных участков звеньев с постоянной длиной A_iB_i равны m_{i1} , моменты инерции относительно оси, проходящей через центр масс участка по нормали к плоскости движения механизма, I_{i1} . Массы весоных участков с постоянной длиной C_iA_i считаем равными m_{i2} , моменты инерции относительно оси, проходящей через его конец по нормали к плоскости движения механизма, I_{i2} . Плотность вещества j -того весоного участка i -того звена, ρ_{ij} ($i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2$). Полагаем, что в каждой точке C_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) располагается электропривод, управляющий изменением длины звена, учитываем его наличие сосредоточенной массой m_{C_i} .

В каждом шарнире A_i ($i = 0, 1, 2, \dots, 5$) имеется электропривод, изменяющий углы между звеньями с массой m_{A_i} . При этом следует учитывать, что в шарнирах A_0 и A_5 располагаются электроприводы, интегрированные с идеальными экзоподошвами, обеспечивающими развитие любых требуемых усилий для отсутствия проскальзывания. Привод, управляющий движением корпуса, расположен в шарнире A_2 . Таким образом, шарнир A_2 имеет более сложную конструкцию, нежели остальные шарниры, так как в нем располагаются одновременно два независимых электропривода – для управления движением корпуса и бедром переносимой ноги. В шарнире A_3 предполагается размещение

электроприводов для поддержания шеи и головы, рук, выполнения иной полезной работы. Вследствие отсутствия указанных объектов в рассматриваемой модели экзоскелета, считаем, что данные электроприводы не работают во все время движения, а зарезервированы для будущей модели. Все электроприводы моделируются сосредоточенными массами. Ввиду специфики модели будем считать, что масса электропривода в тазобедренном суставе равна сумме масс двух электроприводов для корпуса и бедра переносимой ноги. Таким образом, если предполагать, что моделируется спортивная ходьба, при которой имеются только одноопорные фазы движения, а смена опорной и переносимой ног происходит мгновенно, то из всех перечисленных электроприводов, изменяющих углы между звеньями, в каждый момент времени работает только пять. Не работает электропривод, расположенный на конце переносимой ноги. Считаем, что все пять электроприводов, изменяющих длину звеньев, работают постоянно в процессе движения.

Координаты шарниров, в которых размещаются электроприводы, управляющие изменением углов между звеньями, в абсолютной неподвижной системе координат $x_{A_0}y$ имеют вид (аргумент t для сокращения записей у функций $\varphi_i(t)$ и $\xi_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) опущен):

$$\begin{aligned}x_{A_1} &= (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\cos\varphi_1, \\y_{A_1} &= (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\sin\varphi_1, \\x_{A_2} &= (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\cos\varphi_1 + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\cos\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right), \\y_{A_2} &= (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\sin\varphi_1 + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\sin\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right), \\x_{A_3} &= (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\cos\varphi_1 + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\cos\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right) + (l_{31} + l_{32} + \xi_3)\cos\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i\right), \\y_{A_3} &= (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\sin\varphi_1 + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\sin\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right) + (l_{31} + l_{32} + \xi_3)\sin\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i\right),\end{aligned}\quad (3.1)$$

$$x_{A_4} = (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\cos\varphi_1 + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\cos\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right) + (l_{41} + l_{42} + \xi_4)\cos\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i\right),$$

$$y_{A_4} = (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\sin\varphi_1 + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\sin\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right) + (l_{41} + l_{42} + \xi_4)\sin\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i\right),$$

$$x_{A_5} = (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\cos\varphi_1 + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\cos\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right) +$$

$$+ (l_{41} + l_{42} + \xi_4)\cos\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) + (l_{51} + l_{52} + \xi_5)\cos\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i\right),$$

$$y_{A_5} = (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\sin\varphi_1 + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\sin\left(\sum_{i=1}^2 \varphi_i\right) +$$

$$+ (l_{41} + l_{42} + \xi_4)\sin\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^4 \varphi_i\right) + (l_{51} + l_{52} + \xi_5)\sin\left(\sum_{i=1, i \neq 3}^5 \varphi_i\right).$$

Модель привода, реализующего поворот каждого звена, состоит из электродвигателя с редуктором. Приводы расположены в неподвижном шарнире A_0 и подвижных A_i ($i = 1, 2, \dots, 5$). Пусть оси вращения звеньев и роторов двигателей расположены на одной прямой. Рассмотрим влияние инерционных характеристик двигателей на систему дифференциальных уравнений движения [42]. Так как в точке с шарниром A_0 двигатель с редуктором жестко закреплены и неподвижны, то их масса не дает вклад в кинетическую энергию движения звена, и он не перемещается вдоль вертикали, его элементы не дают вклада в потенциальную энергию гравитационного взаимодействия. В подвижных шарнирах A_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) установлены приводы, массу которых необходимо учитывать в кинетической и потенциальной энергии. Подвижными относительно корпуса привода, скрепленного с опорой либо с предыдущим звеном, являются роторы электродвигателей, совершающие в данном случае вращательное движение вокруг осей, расположенных в точках A_0 и A_i ($i = 1, 2, \dots, 5$). Вклад вращающихся роторов в кинетическую энергию всей механической системы учтем последним слагаемым в формуле (3.2).

При введенных предположениях о структуре модели кинетическая энергия механического движения экзоскелета есть сумма энергий всех инерционных участков звеньев с неизменяемой длиной A_iB_i и C_iA_i , совершающих сложное движение: вращательное вокруг полюса, который находится в шарнире, скрепляющим с предыдущим звеном, и поступательное прямолинейное вдоль прямой, соединяющей концы звена, а также точечных масс, моделирующих электроприводы:

$$2T = \sum_{i=0}^5 m_{A_i} V_{A_i}^2 + \sum_{i=1}^5 m_{C_i} V_{C_i}^2 + \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^5 \int_0^{l_{ij}} \rho_{ij} V_{ij}^2 d\zeta_{ij} + \sum_{i=0}^5 I_{R_i} k_{R_i}^2 \dot{\phi}_i^2, \quad (3.2)$$

где ζ_{ij} – координата бесконечно малой частицы j -того весомого участка i -того звена; ρ_{ij} – плотность материала j -того весомого участка i -того звена; V_{ij}^2 – квадрат скорости бесконечно малой частицы j -того весомого участка i -того звена, вычисляемый относительно начала координат – точки A_0 ; I_{R_i} – момент инерции ротора i -того электродвигателя относительно оси вращения, k_{R_i} – передаточное число редуктора ($i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2$).

Приведем в качестве примера кинетическую энергию двигателя, вращающего третье звено, но расположенном на конце второго звена:

$$\begin{aligned} 2T_{A_2} = & m_{A_2} (\dot{\xi}_1^2 + \dot{\xi}_2^2 + 2\dot{\phi}_1 \dot{\xi}_2 (l_{11} + l_{12} + \xi_1) \sin(\varphi_2) + \\ & + \dot{\phi}_1^2 ((l_{11} + l_{12})^2 + (l_{21} + l_{22})^2 + 2((l_{11} + l_{12})(l_{21} + l_{22}))) \cos(\varphi_2) + \\ & + 2\xi_1 (l_{11} + l_{12} + \xi_1 + (l_{21} + l_{22}) \cos(\varphi_2)) + \\ & + 2\xi_2 ((l_{11} + l_{12} + \xi_1) \cos(\varphi_2) + l_{21} + l_{22} + \xi_2)) + \\ & + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 ((l_{21} + l_{22})^2 + ((l_{11} + l_{12})(l_{21} + l_{22}))) \cos(\varphi_2) + \\ & + \xi_1 ((l_{21} + l_{22} + \xi_2) \cos(\varphi_2)) + \xi_2 ((l_{11} + l_{12}) \cos(\varphi_2) + 2(l_{21} + l_{22}) + \xi_2)) + \\ & + \dot{\phi}_2^2 ((l_{21} + l_{22})^2 + 2\xi_2 (l_{21} + l_{22} + \xi_2)) + \\ & + 2\dot{\xi}_1 (\dot{\xi}_2 \cos(\varphi_2) - (l_{21} + l_{22} + \xi_2) (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) \sin(\varphi_2)) + I_{R_2} k_{R_2}^2 \dot{\phi}_3^2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Остальные выражения кинетической энергии звеньев и приводов слишком громоздки, чтобы их можно было привести в тексте.

Составлена система дифференциальных уравнений движения экзоскелета с пятью активными управляемыми звеньями переменной длины, состоящая из десяти дифференциальных уравнений второго порядка и проведен ее анализ. Приведем в качестве примера уравнения, соответствующие третьему звену, как наименее громоздкие:

$$\begin{aligned}
& (I_{31} + I_{32} + (l_{31}^2 + \xi_3^2 + 2l_{31}\xi_3))(m_{32} + m_{C_3}) + l_{32}(l_{31} + \xi_3)m_{32} + \\
& + 0.5(l_{31}(m_{31} + 2m_{32} + 2m_{C_3}) + (l_{32} + 2\xi_3)m_{32} + 2\xi_3m_{C_3}) \times \\
& \quad \times \left((l_{21} + l_{22})\cos(\varphi_3) + (l_{11} + l_{12})\cos\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) + \\
& + 0.5\xi_1(l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \cos\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) + \\
& + 0.5\xi_2(l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \cos(\varphi_3) \dot{\varphi}_1 + \\
& \quad + (I_{31} + I_{32} + (l_{31}^2 + \xi_3^2 + 2l_{31}\xi_3))(m_{32} + m_{C_3}) + l_{32}(l_{31} + \xi_3)m_{32} + \\
& + 0.5(l_{31}(m_{31} + 2m_{32} + 2m_{C_3}) + (l_{32} + 2\xi_3)m_{32} + 2\xi_3m_{C_3})((l_{21} + l_{22})\cos(\varphi_3)) + \\
& \quad + 0.5\xi_2(l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \cos(\varphi_3) \dot{\varphi}_2 + \\
& + (I_{31} + I_{32} + I_{R_2}k_{R_2}^2 + (l_{31}^2 + \xi_3^2 + 2l_{31}\xi_3))(m_{32} + m_{C_3}) + l_{32}(l_{31} + \xi_3)m_{32} \dot{\varphi}_3 - \\
& - (l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \ddot{\xi}_1 - \\
& - (l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \sin(\varphi_3) \ddot{\xi}_2 + \\
& \quad + 0.5(l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \times \\
& \quad \times \left((l_{21} + l_{22} + \xi_2)\sin(\varphi_3) + (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \right) \dot{\varphi}_1^2 + \\
& + 0.5(l_{21} + l_{22} + \xi_2)(l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \sin(\varphi_3) \dot{\varphi}_2^2 + \\
& + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)(l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \sin(\varphi_3) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + \\
& \quad + (l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \cos\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) \dot{\varphi}_1 \dot{\xi}_1 + \\
& + (l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3 \cos(\varphi_3) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \dot{\xi}_2 +
\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}
& + (l_{32}m_{32} + l_{31}(m_{31} + 2(m_{32} + m_{C_3}))) + 2(m_{32} + m_{C_3})\xi_3)(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3)\dot{\xi}_3 + \\
& + 0.5g(l_{31}(m_{31} + m_{32} + m_{C_3}) + (l_{32} + \xi_3)m_{32} + \xi_3m_{C_3})\cos\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i\right) = M_3, \\
& (m_{32} + m_{C_3})\left((l_{21} + l_{22} + \xi_2)\sin(\varphi_3) + (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right)\right)\ddot{\varphi}_1 + \\
& \quad + (m_{32} + m_{C_3})(l_{21} + l_{22} + \xi_2)\sin(\varphi_3)\ddot{\varphi}_2 + \\
& \quad + (m_{32} + m_{C_3})\left(\ddot{\xi}_1 \cos\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right) + \ddot{\xi}_2 \cos(\varphi_3) + \ddot{\xi}_3\right) - \\
& \quad - (0.5l_{32}m_{32} + (l_{31} + \xi_3)(m_{32} + m_{C_3})) + \\
& \quad + (m_{32} + m_{C_3})\left((l_{21} + l_{22})\cos(\varphi_3) + (l_{11} + l_{12} + \xi_1)\cos\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right)\right)\dot{\varphi}_1^2 - \\
& \quad - (0.5l_{32}m_{32} + (m_{32} + m_{C_3})(l_{31} + \xi_3) + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)\cos(\varphi_3))\dot{\varphi}_2^2 - \\
& \quad - (0.5l_{32}m_{32} + (l_{31} + \xi_3)(m_{32} + m_{C_3}))\dot{\varphi}_3^2 - \\
& - (0.5l_{32}m_{32} + (l_{31} + \xi_3)(m_{32} + m_{C_3}) + (l_{21} + l_{22} + \xi_2)(m_{32} + m_{C_3})\cos(\varphi_3))\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 + \\
& \quad + (m_{32} + m_{C_3})\sin\left(\sum_{i=2}^3 \varphi_i\right)\dot{\varphi}_1\dot{\xi}_1 + (m_{32} + m_{C_3})\sin(\varphi_3)\dot{\varphi}_1\dot{\xi}_2 - \\
& \quad - (0.5l_{32}m_{32} + (l_{31} + \xi_3)(m_{32} + m_{C_3}))\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_3 + \\
& \quad + (m_{32} + m_{C_3})\sin(\varphi_3)\dot{\varphi}_2\dot{\xi}_2 - (0.5l_{32}m_{32} + (l_{31} + \xi_3)(m_{32} + m_{C_3}))\dot{\varphi}_2\dot{\varphi}_3 + \\
& \quad + 0.5g(m_{32} + m_{C_3})\sin\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i\right) = F_3.
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Остальные уравнения аналогичны по структуре. Сравнивая с уравнениями движения для модели с абсолютно твердыми звеньями (2.7)-(2.11), можно заметить, что уравнение (3.4), соответствующее уравнению (2.9), стало значительно более громоздким, появилось много новых слагаемых, связанных с переменностью длины звена.

3.2 Синтез антропоморфной траектории

Используем программный метод управления движением экзоскелета [107]. Чтобы была возможность сравнивать с экзоскелетом с абсолютно твердыми звеньями, функции, задающие изменения углов между звеньями, оставим прежними [107]. Приведем только функции изменения длин звеньев механизма:

$$\begin{aligned}
 \xi_1(t) &= k_1 l_1 - l_{11} - l_{12} + l_1 l \cos[2\omega t], \\
 \xi_2(t) &= k_2 l_2 - l_{21} - l_{22} + l_2 l \cos[2\omega t], \\
 \xi_3(t) &= k_3 l_3 - l_{31} - l_{32} + l_3 l \cos[2\omega t], \\
 \xi_4(t) &= k_4 l_4 - l_{41} - l_{42} + l_4 l \sin[2\omega t], \\
 \xi_5(t) &= k_5 l_5 - l_{51} - l_{52} + l_5 l \sin[2\omega t],
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

где a_i, j_i и f_i – параметры ходьбы ($i = 1, \dots, 5$), T – период ходьбы.

Параметры в формулах (3.6), обеспечивающие реализацию антропоморфной ходьбы, примем равными следующим значениям: $a_1 = 1, a_2 = 0,11, a_3 = 0,4, a_4 = 0.45, a_5 = 0.05, j_1 = j_2 = 0,25, j_3 = 0,1, j_4 = 0.837, j_5 = 13.95, f_1 = \pi/2, f_2 = \pi, f_3 = 0.884, f_4 = 0.00687$. Начальные длины звеньев: $l_1 = l_5 = 0.385$ м, $l_2 = l_4 = 0.477$ м, $l_3 = 0.771$ м. Данные длины поделены на два весоных участка поровну: $l_{11} = l_{12} = l_1/2, l_{21} = l_{22} = l_2/2, l_{31} = l_{32} = l_3/2, l_{41} = l_{42} = l_4/2, l_{51} = l_{52} = l_5/2$. $k_1 = k_2 = k_4 = k_5 = 1,3, k_3 = 1,2, l = 0,25$ – коэффициенты, определяющие изменения длины звена. Время движения $t_k = 0,36$ с.

Фазовые траектории, представленные на (рисунок 3.2), построены за удвоенное время движения $2t_k$. Дело в том, что при рассмотрении не полного цикла шага, а только одной одноопорной фазы ходьбы за время t_k , отсутствует периодическое движение и фазовые траектории не являются замкнутыми. Для углов поворота звеньев периодичность появляется только за полный период ходьбы, т.е. для двух одноопорных фаз для смены ног.

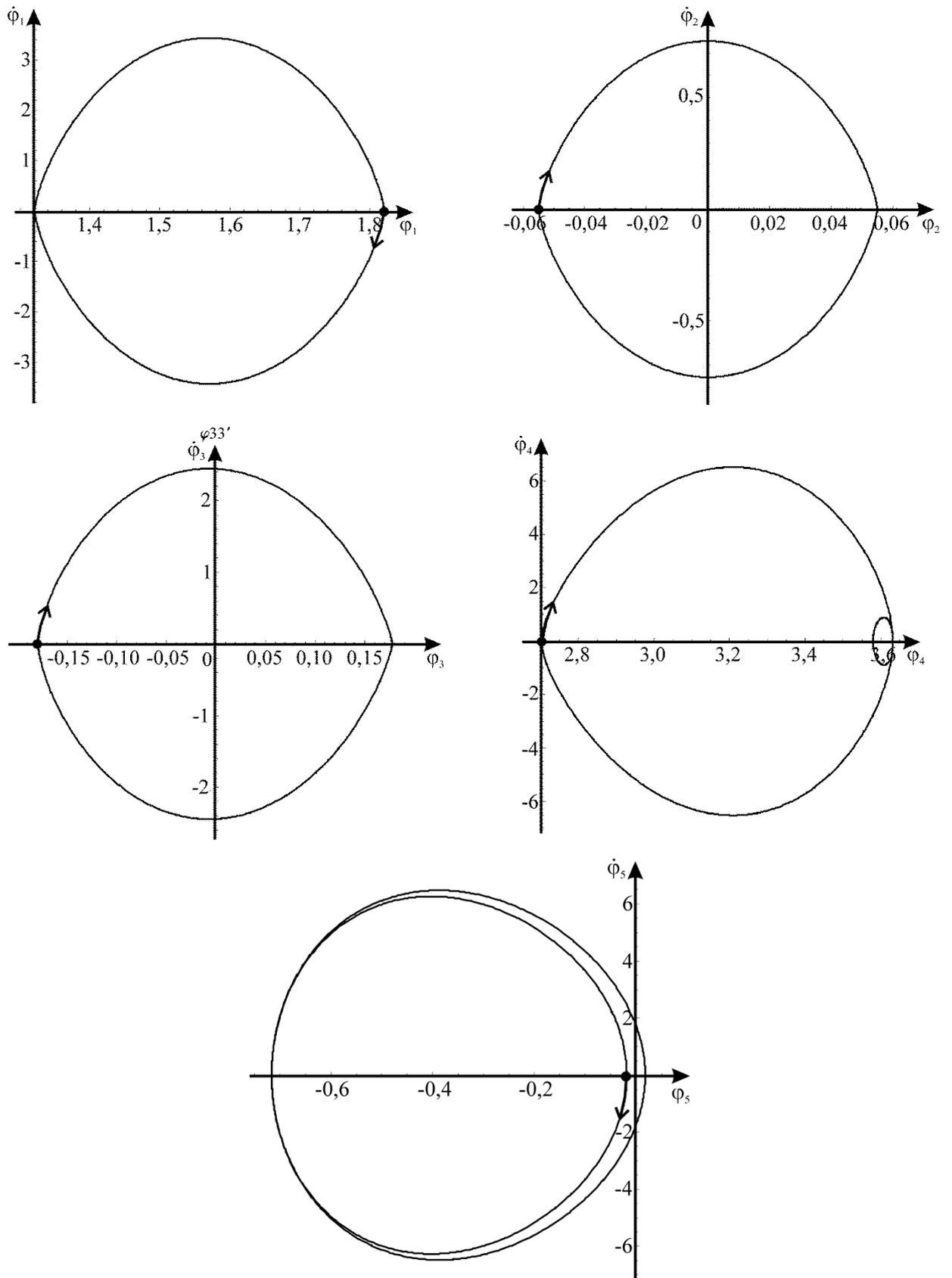


Рисунок 3.2 – Фазовые траектории углов поворота звеньев экзоскелета на периоде $2t_k$ полного цикла шага

Фазовые траектории линейных координат показаны на (рисунок 3.3).

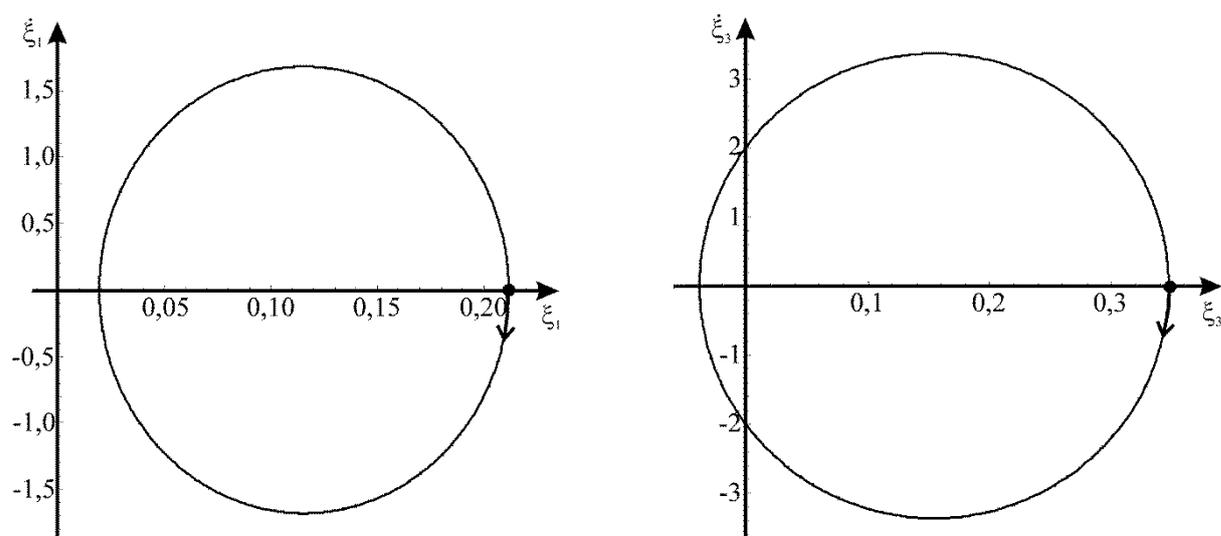


Рисунок 3.3 – Фазовые траектории линейных координат экзоскелета на периоде t_k половины полного цикла шага

Ввиду идентичности на рисунке 3.3 представлены фазовые траектории для длины первого звена – голени опорной ноги и длины третьего звена – корпуса. Все остальные фазовые портреты имеют аналогичную форму и отличаются только значениями величин длин и скоростей звеньев. Замкнутость фазовых траекторий свидетельствует о периодическом изменении длин звеньев в одноопорной фазе движения на половине периода движений, без смены ног.

Движение первого звена, соответствующего голени опорной ноги, начинается из положения $\varphi_1(0) = 1.820$ рад, $\xi_1(0) = 0.212$ м. Начальное положение второго звена, моделирующего бедро, равно $\varphi_2(0) = -0.055$ рад, $\xi_2(0) = 0.262$ м. Движение третьего звена соответствующего корпусу, начинаются от величин $\varphi_3(0) = -0.177$ рад, $\xi_3(0) = 0.347$ м. Четвертое звено, соответствующее бедру и пятое звено, соответствующее голени переносимой ноги, начинают движения из положений $\varphi_4(0) = 2.703$ рад, $\xi_4(0) = 0.143$ м и $\varphi_5(0) = -0.018$ рад, $\xi_5(0) = 0.115$ м. Практически все звенья экзоскелета в начальный момент времени находились в покое, т.е. начальные угловые скорости были равны нулю: $\dot{\varphi}_i(0) = 0$ рад/с ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), $\dot{\xi}_i(0) = 0$ м/с ($i = 1, 2, 3$), $\dot{\xi}_4(0) = 2.081$ м/с, $\dot{\xi}_5(0) = 1.680$ м/с. На (рис. 3.2 и 3.3) начальные положения на фазовой траектории выделены жирной точкой, а

направления движения по траектории показаны стрелками. Некоторые траектории имеют петли в фазовой плоскости, что свидетельствует о важности выбора при синтезе антропоморфной ходьбы адекватных траекторий.

Кадры анимации для рассматриваемой модели экзоскелета со звеньями, изменяющими свою длину, идентичны анимации движения для модели экзоскелета с абсолютно твердыми звеньями вследствие использования одинаковых функций, управляющих изменением углов между звеньями, поэтому здесь не приводятся.

3.3 Определение управляющих моментов и продольных сил

Рассматривая обратную задачу динамики, т.е. решая систему уравнений движения алгебраически относительно моментов и продольных сил, находим $M_i(t)$, $F_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) для приводов в шарнирах A_0, A_1, A_2, A_4 , причем, в точке A_2 имеется два цилиндрических шарнира с независимым управлением для корпуса и бедра переносимой ноги (рисунок 3.4) и винтовой передачи с двигателем, управляющим изменением длины звена (рисунок 3.5).

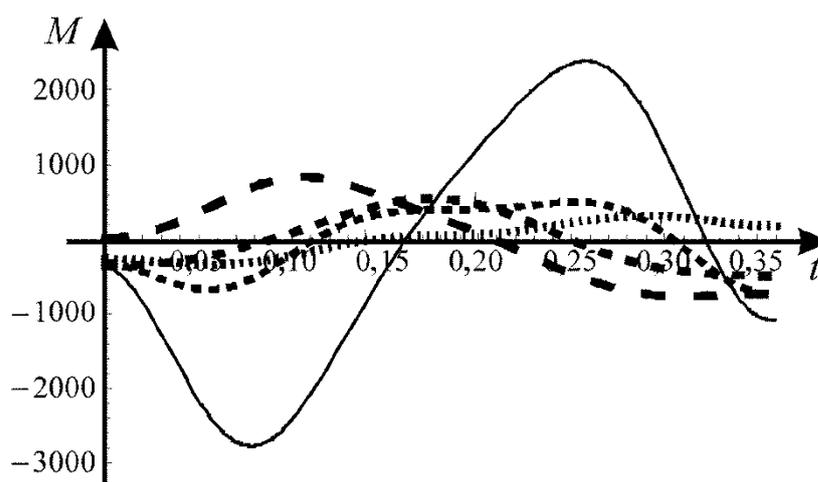


Рисунок 3.4 – Изменение управляющих моментов M_i (Н·м) в шарнирах экзоскелета с течением времени t (с) ($i = 1, 2, \dots, 5$)

— M_1 , M_2 , - · - · M_3 , - - - M_4 , - - - M_5

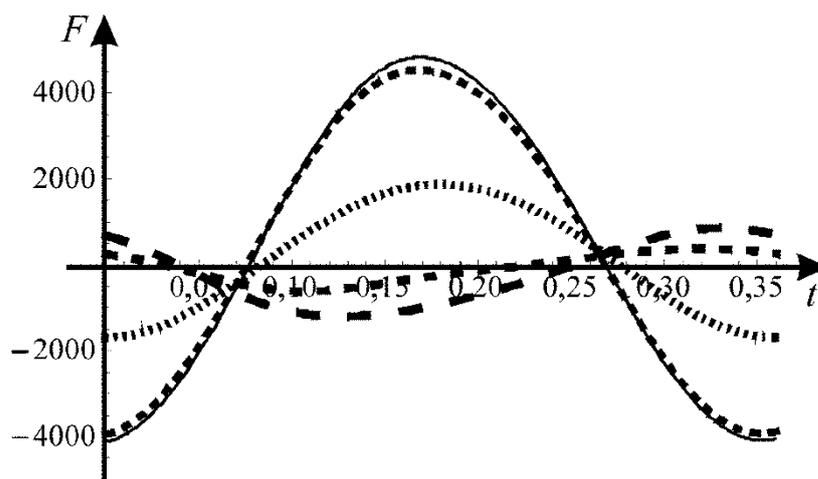


Рисунок 3.5 – Изменение управляющих сил F_i (Н), изменяющих длину звена с течением времени t (с) ($i = 1, 2, \dots, 5$)

— F_1 , - - - F_2 , F_3 , - . - F_4 , - - - F_5

Таким образом, определены управляющие усилия в модели экзоскелета с пятью подвижными звеньями переменной длины.

3.4 Сравнительный анализ модели экзоскелета со звеньями переменной длины и модели, содержащей абсолютно твердые звенья

Для наглядного сопоставления результатов, полученных в двух моделях - с абсолютно твердыми звеньями и звеньями, изменяющими свои длины, сведем полученные максимальные абсолютные значения управляющих моментов в таблицу 3.1. Максимальные абсолютные значения продольных сил для рассматриваемой модели представлены в таблице 3.2. Они необходимы для подбора редукторов, в том числе винтовой передачи и электродвигателей.

Следует отметить, что в сравнении с моделью с пятью абсолютно твердыми звеньями, управляющие моменты в шарнирах опорной ноги и корпуса изменились незначительно. Существенный рост моментов наблюдается для шарниров, соответствующих голеностопному и коленному суставам переносимой ноги. Это объясняется добавлением приводов, изменяющих длину звена, которые увеличивают общую массу звена и тем самым существенно влияют на его динамику.

Таблица 3.1 – Наибольшие значения моментов в приводах экзоскелетов со звеньями с постоянной длиной и изменяющими свою длину

Наименование	Модель со звеньями с постоянной длиной	Модель со звеньями, изменяющими свою длину
M_1 , Н·м	2449.76	2774.36
M_2 , Н·м	989.06	742.90
M_3 , Н·м	326.70	343.09
M_4 , Н·м	194.13	831.06
M_5 , Н·м	28.88	543.41

Таблица 3.2 – Максимальные значения управляющих продольных сил, действующих вдоль звеньев экзоскелета со звеньями, изменяющими свою длину

F_1 , Н	F_2 , Н	F_3 , Н	F_4 , Н	F_5 , Н
4828.75	4534.26	1871.19	1199.48	612.489

В результате, исходя из значений максимальных развиваемых моментов, электродвигатели и редукторы можно оставить такими же, какие были подобраны для использования в экзоскелете со звеньями с постоянной длиной. Управление изменением длины звена, можно реализовать при использовании электродвигателя с винтовой передачей.

Приведем в таблице 3.3 результаты вычисления энергетических затрат в приводах экзоскелета.

Из таблицы 3.3 видно, что значения энергетических затрат управляющих моментов для опорной ноги при использовании звеньев переменной длины ниже, чем для модели со звеньями с постоянной длиной. Это объясняет энергетическую эффективность ходьбы человека.

Таблица 3.3 – Расход энергии шарнирах и звеньях переменной длины экзоскелета

Затраты энергии, Дж	Привод, управляющий изменением углов между звеньями, соответствующий моменту					Сумма, Дж
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	
Модель со звеньями с постоянной длиной	800.67	70.26	75.18	119.05	25.01	1090.17
Модель со звеньями, изменяющими свою длину	675.82	39.96	41.54	471.11	371.35	1599.78
	Привод, управляющий изменением длин звеньев и расположенный на звене, соответствующий продольной силе					
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	
Модель со звеньями, изменяющими свою длину	880.80	1042.38	687.05	327.54	102.89	3040.66

Для переносимой ноги энергозатраты значительно выше для модели со звеньями, изменяющими свою длину, что объясняется дополнительными массами электроприводов. Кроме того значительный расход энергии возникает для реализации продольных сил, управляющих изменением длины звена. Следовательно, электромеханическое управление изменением длины звена энергетически неэффективно и следует искать альтернативы, например, управление длиной звена при помощи магнитно-реологических актуаторов.

3.5 Описание 3D модели экзоскелетасо звеньями переменной длины

Рассмотрим 3D-модель экзоскелета, состоящую из пяти звеньев переменной длины в одноопорной фазе движения (рисунок 3.6). Начало неподвижной декартовой системы $A_0x_0y_0z_0$ координат, (рисунок 3.6) поместим в закрепленном шарнире A_0 . Для составления системы дифференциальных уравнений движения модели используем подвижные локальные системы координат $A_{i-1}x_iy_iz_i$ ($i = 1, 2, \dots, 5$), жестко связанные с шарнирами A_i , реализующими вращательные движения звеньев модели. Оси z_i направим вдоль подвижных звеньев $A_{i-1}A_i$

(рисунок 3.6), имеющих одинаковую конструкцию и состоящих из двух весо-
 мых частей с постоянной длиной штоков $A_{i-1}B_i$ и C_iA_i . Участки переменной длины B_iC_i
 $= \xi_i(t)$ считаются весомыми вследствие наличия в них электроприводов, активно
 управляющих изменением длины звеньев. В качестве упрощающего
 предположения считаем, что вся масса участков переменной длины
 сосредоточена в точках D_i ($i = 1, 2, \dots, 5$).

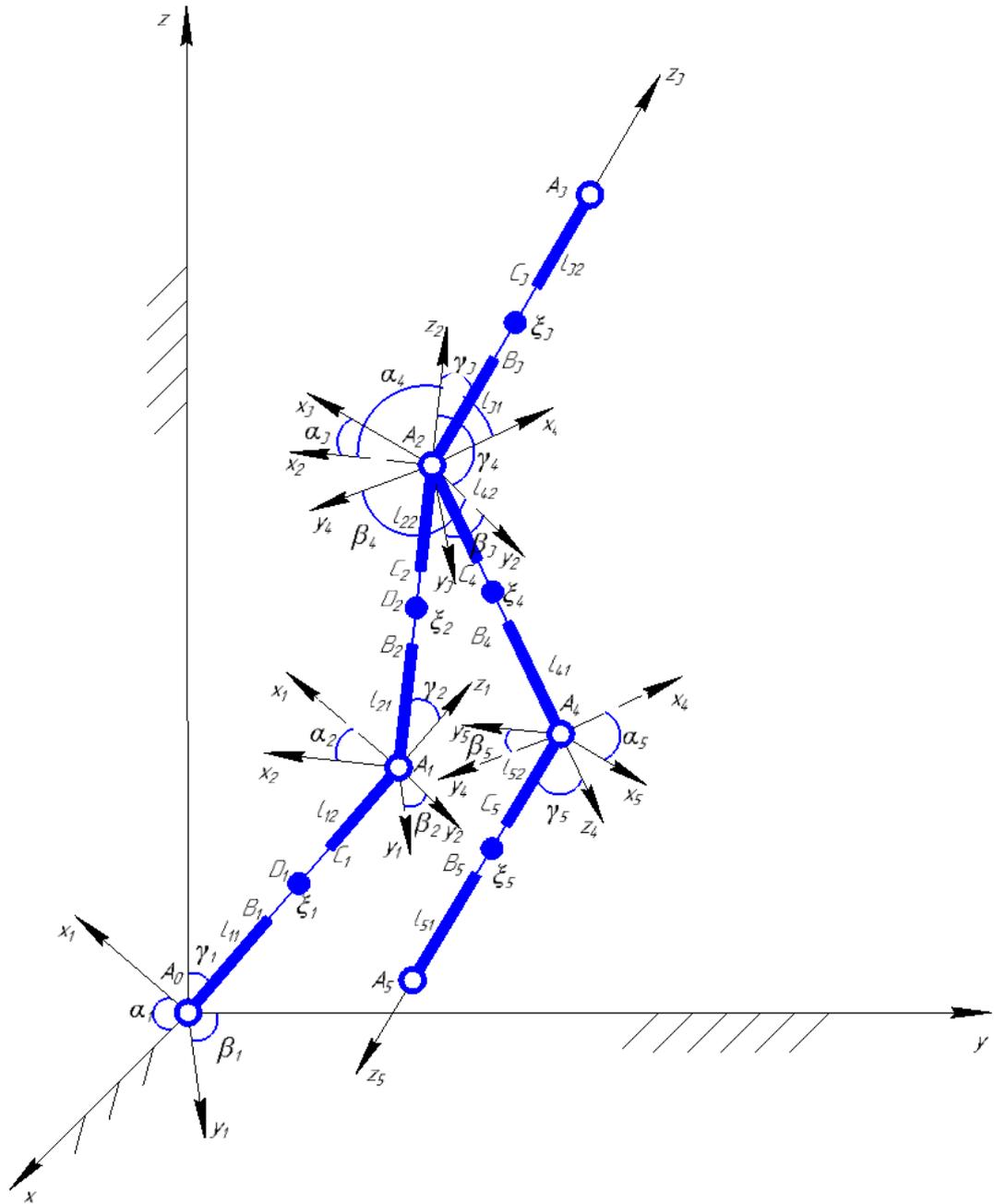


Рисунок 3.6 – 3D модель экзоскелета с пятью подвижными звеньями
 переменной длины и электроприводами

В данной модели экзоскелета используются различные шарниры: сферические, цилиндрические и комбинации двух цилиндрических шарниров со взаимно перпендикулярными осями вращения. Такие комбинации сферических и цилиндрических шарниров помогают достаточно точно реализовать необходимые движения в опорно-двигательном аппарате человека, не допуская при этом избытка. Для шарнира, моделирующего голеностопный сустав предусмотрено применение комбинации двух цилиндрических шарниров со взаимно перпендикулярными осями вращения, позволяющих реализовать две основные степени подвижности в суставе. При этом отсутствует вращение голени вокруг оси, направленной вдоль звена. Шарнир, моделирующий коленный сустав считается цилиндрическим, позволяя реализовать только одно вращательное движение. Тазобедренный сустав моделируется сферическим шарниром, позволяющим реализовать все три вращательных движения. Таким образом, такой подбор шарниров и их комбинаций с одной стороны позволяет реализовать все соответствующие биомеханике опорно-двигательного аппарата человека движения, с другой – упростить математическую модель, сократив количество обобщенных координат.

В шарнирах A_i ($i = 0, 1, 2, \dots, 5$) предполагается возможность создания необходимых управляющих моментов по всем, используемым в модели, степеням подвижности. В верхней части модели механизма (точке A_3) расположена сосредоточенная масса m_{A_3} , моделирующая вспомогательные элементы, поддерживающие или защищающие голову пользователя.

Кинетическая энергия экзоскелета вычисляется путем интегрирования по всем весомым участкам $A_{i-1}B_i$ и C_iA_i ($i = 1, 2, \dots, 5$):

$$T = \frac{1}{2} \left(m_A V_{A_3}^2 + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^2 \int_0^{l_{ij}} \rho_{ij} V_{ij}^2 d\zeta_{ij} \right), \quad (3.7)$$

где i – номер звена ($i = 1, 2, \dots, 5$); j – номер участка на звене, причем $j = 1$ соответствует нижним участкам $A_{i-1}B_i$, $j = 2$ соответствует верхним участкам C_iA_i ; ζ_{ij} – координата бесконечно малой частицы j -того инерционного участка i -того звена; l_{ij} , m_{ij} , I_{ij} – длина, масса, момент инерции j -того участка i -того звена; ρ_{ij} –

плотность j -того участка i -того звена, $m_{ij} = \rho_{ij}l_{ij}$, $I_{ij} = \rho_{ij}l_{ij}^3/3$; m_A – масса полезной нагрузки в точке A_2 ; m_{D_i} – массы участков переменной длины с электроприводами, расположенные в точках D_i , которые находятся в центрах участков переменной длины; $V_{A_2}^2$ – квадрат скорости точки A_2 ; $V_{A_2}^2$ – квадрат скорости бесконечно малой частицы j -того участка i -того звена.

С помощью уравнений Лагранжа второго рода была составлена система дифференциальных уравнений для представленной модели экзоскелета (рис. 3.6).

3.6 Решение обратной задачи динамики для 3D модели экзоскелета со звеньями переменной длины

Применяя метод программного управления движением [9], решая обратную задачу динамики, получены графические зависимости, описывающие изменение управляющих моментов (рисунок 3.7), продольных сил (рисунок 3.8) для модели с пятью звеньями переменной длины в зависимости от времени. Эти законы управляют движением рассматриваемого пятизвенного экзоскелета.

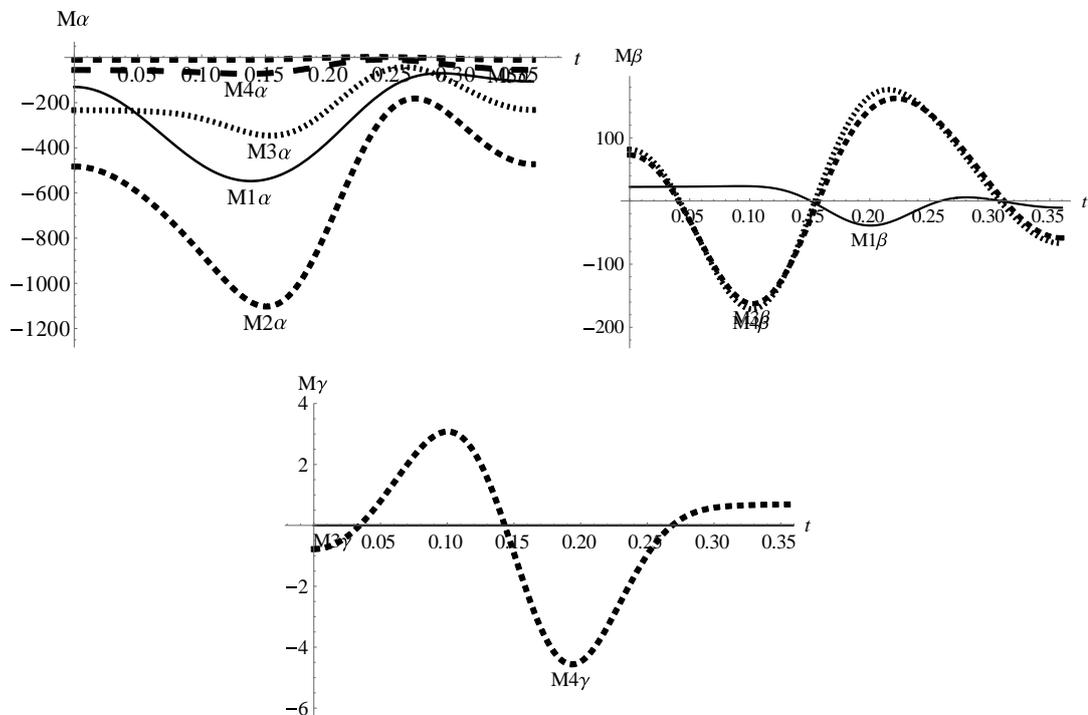


Рисунок 3.7 – Зависимости управляющих изменением углов между звеньями моментов в шарнирах экзоскелета с пятью подвижными звеньями переменной длины от времени

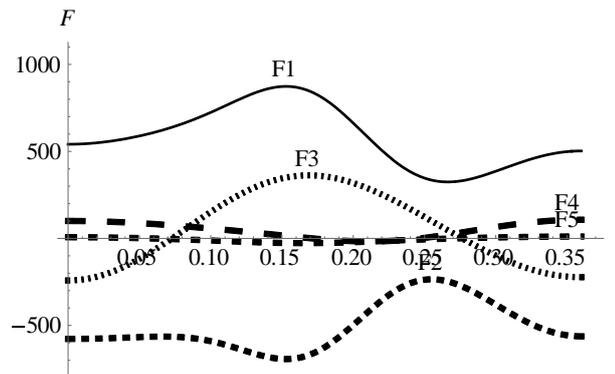


Рисунок 3.8 – Зависимости управляющих изменений длины звеньев продольных сил на участках переменной длины экзоскелета с пятью подвижными звеньями переменной длины от времени

Сопоставляя графики управляющих воздействий, представленные на рисунках 3.7 и 3.8 с управляющими усилиями, полученными в работе [9] можно сделать вывод, что с добавлением количества звеньев в модели изменяется форма зависимостей, приближенно сохраняя общий вид. Максимальные значения уменьшились значительно. Это свидетельствует о том, что при увеличении количества звеньев происходят качественные изменения в модели. Следовательно, каждая модель экзоскелета требует индивидуального решения задачи управления движением. Электроприводы тоже должны быть разными, исходя из максимальных значений управляющих моментов и продольных сил.

Таким образом, применяя метод программного управления движением, для созданной модели экзоскелета с 5 звеньями переменной длины решена обратная задача динамики, получены графические зависимости управляющих моментов и продольных сил от времени для одноопорной фазы ходьбы. Проведен анализ влияния наличия корпуса на усилия, развиваемые в нижних конечностях экзоскелета. Установлено значительное увеличение управляющих воздействий в результате добавления корпуса. Следовательно, для моделей с различным количеством звеньев, каждый раз необходимо корректировать модель управления и подбирать приводы, которые бы реализовывали максимальные управляющие воздействия.

1. Проведен анализ моделей экзоскелетов с пятью звеньями переменной длины новой конструкции, в которых невесомый участок переменной длины располагается между двумя весомыми абсолютно твердыми участками, находящимися на концах звена. Получены системы дифференциальных уравнений движения, описывающие движения механизмов на плоскости и в пространстве.

2. На основании методики задания программного движения экзоскелета решены обратная и прямая задачи динамики для плоской модели.

3. Проведенный сравнительный анализ оценки энергетических затрат для модели экзоскелета с абсолютно твердыми звеньями и звеньями переменной длины установил, что расход энергии у механизма со звеньями, изменяющими свою длину, существенно больше, вследствие расхода на активное управление изменением длины звена.

Глава 4 МОДЕЛИ ЗВЕНЬЕВ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ С РЕГУЛИРУЕМОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ НА ОСНОВЕ МАГНИТНО-РЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕД

4.1 Приближенная модель звена переменной длины с регулируемой жесткостью в пространстве

Моделирование антропоидных структур позволило выявить наличие в звеньях опорно-двигательного аппарата человека изменения длин звеньев, их размеры, скорости, определить усилия, возникающие в звеньях кинематической цепи опорно-двигательного аппарата человека [20-22, 117, 120-122]. Это позволило сформулировать требования к свойствам и режимам функционирования звена экзоскелета, повторяющего основные биомеханические свойства соответствующего звена пользователя.

Целью данной главы является подготовка моделей экзоскелетов со звеньями переменной длины и регулируемой жесткостью на основе разработанной модели взаимодействия электромагнитного поля с магнитно-реологической средой, проведение их исследования и моделирования движения.

В результате разработки модели звена переменной длины с регулируемой жесткостью могут быть созданы комфортабельные экзоскелеты нового поколения, адекватно моделирующие движения опорно-двигательного аппарата человека. Из вышесказанного следует, что создание моделей экзоскелетов с регулируемой жесткостью звеньев переменной длины, реализующих устойчивые, безопасные, удобные локомоции человека, является значимой задачей механики. Моделирование движений человеко-машинных систем в виде многозвенных пространственных экзоскелетов, содержащих звенья которые изменяют требуемым образом свою длину на основе регулирования жесткости и приводами для управляемого изменения конфигурации механизма является проблемой, имеющей много приложений в практике, что определяет актуальность темы исследования.

Управление моделями звеньев с регулируемой жесткостью может быть осуществлено с использованием магнитных полей, прикладываемых к магнитно-

реологической среде. Магнитно-реологическая жидкость понимается как определенная категория жидкостей, изменяющих свою вязкость при наличии магнитного поля [123, 126-128]. Под действием магнитного поля частицы выстраиваются в строгую упорядоченную структуру (рисунок 4.1).

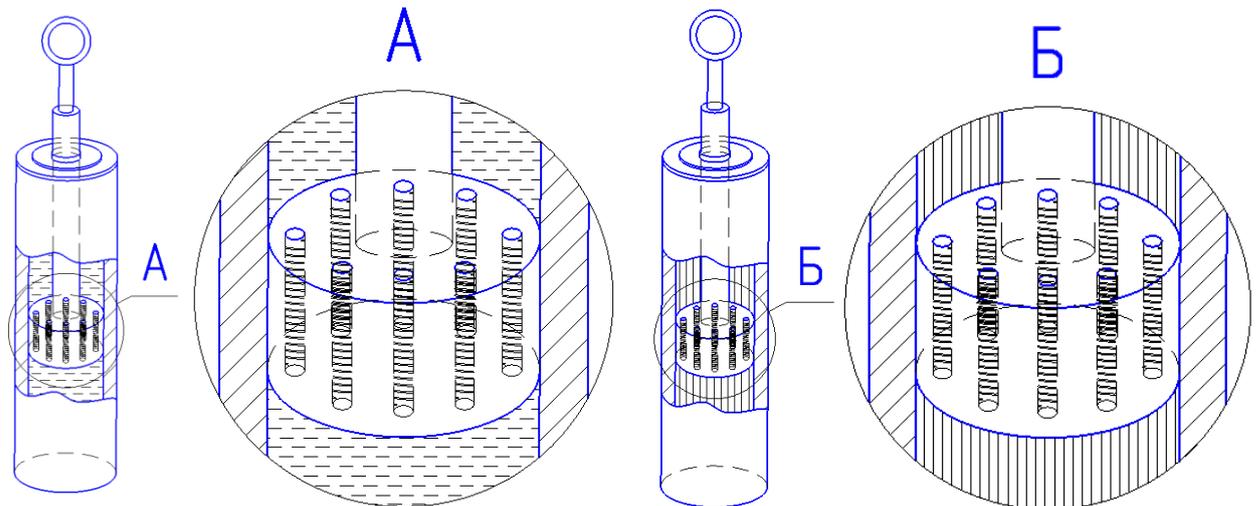


Рисунок 4.1 – Фрагмент звена переменной длины с управляемой жесткостью: на сечении А в центре с неупорядоченной структурой, справа – упорядоченное расположение частиц под действием магнитного поля

Преимущества применения магнитно-реологической жидкости в конструкции звеньев экзоскелета с управляемой жесткостью:

- 1) высокая скорость отклика;
- 2) снижение потребляемой мощности;
- 3) снижение производимого шума за счет отсутствия в конструкции пружин;
- 4) небольшая масса устройства.

Научная новизна исследования заключается в создании механических моделей экзоскелетов со звеньями, изменяющими требуемым образом свою длину, управляемым изменением их жесткости, применительно к биомеханике движений человека. Значимость исследования заключается в разработке нового класса транспортных роботизированных устройств антропоморфной структуры с управляемыми звеньями переменной длины и жесткости, создании их пространственных моделей.

По результатам научного и патентного поиска экзоскелетов со звеньями переменной длины с регулируемой жесткостью на данный момент не найдено. В работах [123, 126-128, 185] предложено применение магнитно-реологических материалов для создания приводов экзоскелетов.

Рассмотрим 3D-модель звена экзоскелета переменной длины с регулируемой жесткостью в одноопорной фазе движения, состоящую из трех частей. Звено A_0A_1 моделирует голень опорной ноги. В точке механизма A_1 имеется сосредоточенная масса m_{A_1} , приближенно моделирующая бедро опорной ноги, переносимую ногу и голову совместно с руками соответственно, т.е. все элементы конструкции, которые будут расположены выше первого звена. Следует отметить, что если представление голени и бедра опорной ноги экзоскелета тонкими звеньями является достаточно адекватной аппроксимацией реальных звеньев опорно-двигательного аппарата человека, то моделирование корпуса тонким стержнем, а переносимой ноги, головы и рук точечными массами является весьма грубым приближением, позволяющим провести лишь качественный анализ динамических свойств предлагаемой конструкции экзоскелета. При составлении уравнений движения используем метод, основанный на применении локальных систем координат. Введем неподвижную декартову систему координат $A_0x_0y_0z_0$ (рисунок 4.2), с началом в точке A_0 , где закреплён шарнир.

В модели используется сферический шарнир, расположенный в точке A_0 моделирующий голеностопный сустав и реализующий его движения. В точке A_1 находится цилиндрический шарнир, моделирующий коленный сустав человека. К нему в дальнейшем при создании многозвенной модели будет прикрепляться следующее звено. При составлении системы дифференциальных уравнений применим подвижную локальную систему координат $A_0x_1y_1z_1$, жестко связанную с шарниром A_0 , в котором реализуются повороты звена.

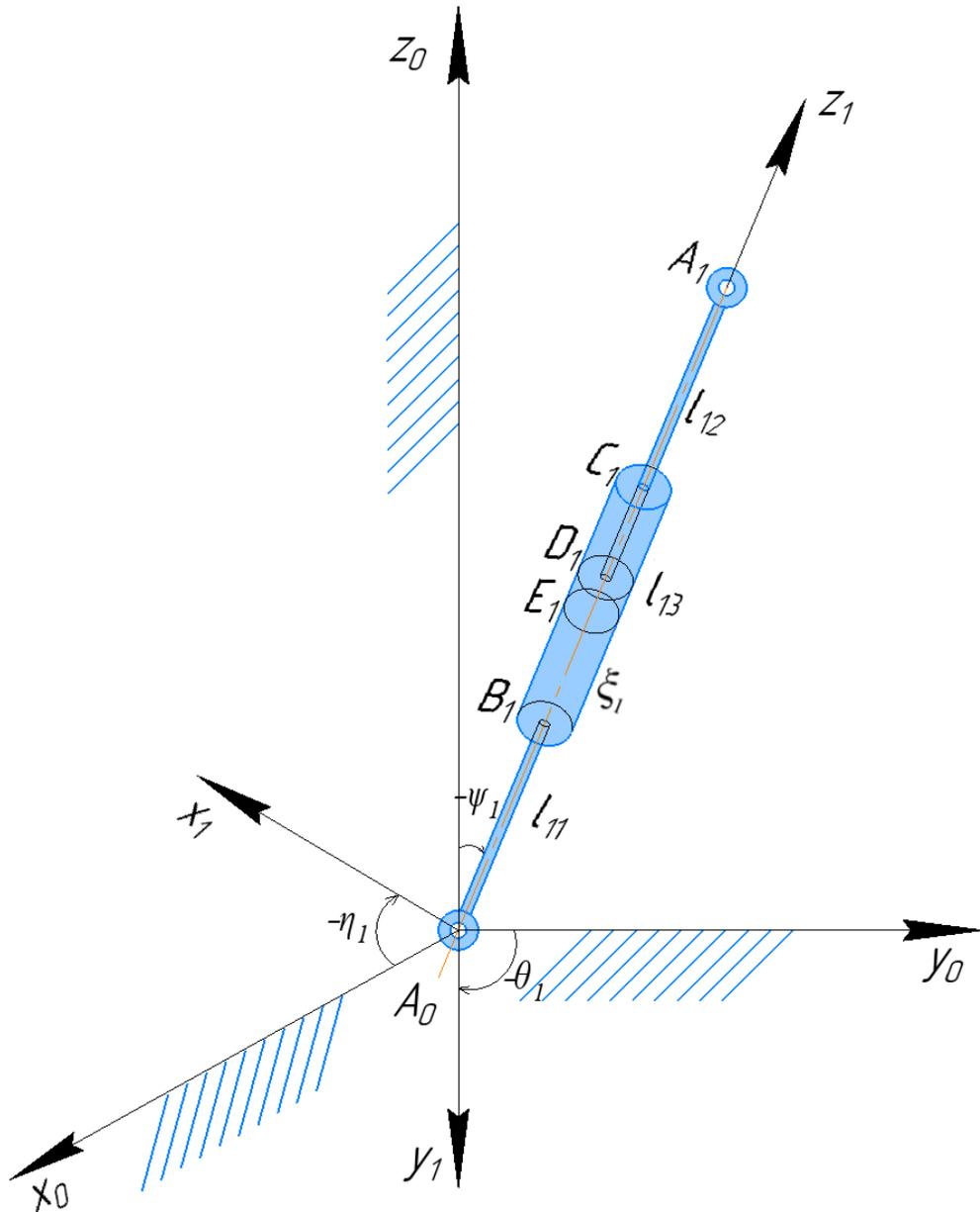


Рисунок 4.2 – Модель звена переменной длины с управляемой жесткостью и полезной нагрузкой в пространстве

Такой способ описания использует углы между звеньями, соответствующие режиму работы реальных приводов роботизированного экзоскелета, посредством которых изменяются относительные углы. Ось z_1 направим вдоль подвижного звена A_0A_1 . На (рис. 4.2) показаны углы поворотов, предусмотренные в модели.

Звено A_0A_1 состоит из абсолютно твердого штока A_1D_1 , с бесконечно тонким поршнем D_1E_1 , находящимся внутри корпуса B_1C_1 . Корпус является тонкостенным цилиндром с намотанными на нем электромагнитными катушками. Цилиндр внутри заполнен магнитно-реологической жидкостью. Снизу к

цилиндру жестко прикреплен абсолютно твердый стержень A_0B_1 , на конце которого расположен сферический шарнир. В шарнире предполагается возможность создания необходимых управляющих моментов.

Звено имеет по два весомых абсолютно жестких стержня: $A_0B_1 = l_{11}$, $D_1A_1 = l_{12}$, где первый индекс равен номеру звена, второй – номеру участка на звене, такая нумерация используется с целью создания в дальнейшем многозвенной модели. Длина цилиндра с магнитно-реологической жидкостью: $B_1C_1 = l_{13}$. Его диаметр будем считать пренебрежимо малыми в сравнении с длиной, т.е. допустим, что цилиндр с магнитно-реологической жидкостью моделируется абсолютно твердым стержнем. Массы отдельных элементов звена равны: m_{11} , m_{12} , m_{13} соответственно. Моменты инерции стержней относительно осей вращений соответственно равны I_{11} , I_{12} , I_{13} . В первом приближении допустим, что сам поршень D_1 имеет пренебрежимо малую массу и момент инерции по сравнению со стержнем D_1A_1 . Вычисление тензора инерции цилиндра с поршнем, заполненного магнитно-реологической жидкостью, требует отдельного исследования, которое будет проведено далее, в данном параграфе ограничимся существенно приближенным моделированием в целом цилиндра стержнем. Длина звена изменяется вследствие относительного движения поршня со штоком D_1A_1 внутри цилиндра с магнитно-реологической жидкостью B_1C_1 вдоль направления звена A_0A_1 . Магнитно-реологическая жидкость реализует силу сопротивления F_1 , действующую вдоль штока с поршнем. В результате действия внешнего магнитного поля магнитные частицы частично ориентируются вдоль силовых линий магнитного поля, причем с увеличением напряженности магнитного поля, доля ориентированных частиц увеличивается, тем самым увеличивается сила сопротивления магнитно-реологической жидкости движению поршня. Следовательно, обеспечивается управляемое изменение длины звена в соответствии с фазой ходьбы и нагрузкой от соседних звеньев.

Положение звена экзоскелета однозначно определяется углами $\eta_1(t)$, $\theta_1(t)$, $\psi_1(t)$ и переменной длиной участка звена между поршнем и дном цилиндра $B_1D_1 = \xi_1(t)$ (рис. 4.2). Управляющие моменты, развиваемые в шарнире A_0 с

идеальными связями, обозначим $M_{1\eta}$, $M_{1\theta}$, $M_{1\psi}$ и будем считать мгновенно развивающими требуемое усилие.

Кинетическая энергия рассматриваемого механизма вычисляется путем интегрирования по всем весомым участкам A_0B_1 , B_1C_1 , D_1A_1 :

$$T = \frac{1}{2} \left(m_{A_1} V_{A_1}^2 + \sum_{j=1}^3 \int_0^{l_{1j}} \rho_{1j} V_{1j}^2 d\zeta_{1j} \right), \quad (4.1)$$

здесь: j – номер участка на звене, причем $j = 1$ соответствует нижнему участку A_0B_1 , $j = 2$ соответствует штоку с поршнем D_1A_1 , $j = 3$ соответствует цилиндру B_1C_1 ; ζ_{1j} – координата бесконечно малой частицы j -того инерционного участка звена, ρ_{1j} – плотность j -того участка звена, при этом $m_{1j} = \rho_{1j} l_{1j}$, $I_{1j} = \rho_{1j} l_{1j}^3 / 3$, l_{1j} , m_{1j} , I_{1j} – длина, масса, момент инерции j -того участка звена, m_{A_1} – масса остального экзоскелета, расположенная в точке A_1 , $V_{A_1}^2$ – квадрат скорости точки A_1 , моделирующей тазобедренный сустав, V_{1j}^2 – квадрат скорости бесконечно малой частицы j -того участка звена.

Кинетическая энергия (4.1) предложенной модели звена громоздка, вследствие того, что звенья совершают сложное движение вокруг шарниров:

$$\begin{aligned} T_1 = \frac{1}{2} & \left[(I_{11} + I_{12} + I_{13} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{12} + 2l_{11}\xi_1 + l_{12}\xi_1 + \xi_1^2)m_{12} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{13})m_{13}) \times \right. \\ & \left. \times (\dot{\eta}_1^2 \cos^2 \theta_1 + \dot{\theta}_1^2) + m_{12} \dot{\xi}_1^2 \right] + \\ & + \frac{1}{2} m_{A_1} \left[(l_{11} + l_{12} + \xi_1)^2 (\dot{\eta}_1^2 \cos^2 \theta_1 + \dot{\theta}_1^2) + \dot{\xi}_1^2 \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

С использованием уравнений Лагранжа второго рода была составлена система дифференциальных уравнений движения для предложенной на (рис. 4.1) модели опорной ноги экзоскелета в виде трех звеньев переменной длины с регулируемой жесткостью. Система дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода имеет вид:

$$\begin{aligned} (I_{11} + I_{12} + I_{13} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{12} + 2l_{11}\xi_1 + l_{12}\xi_1 + \xi_1^2)m_{12} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{13})m_{13} + \\ + m_{A_1} (l_{11} + l_{12} + \xi_1)^2) (\cos^2 \theta_1) \ddot{\eta}_1 + \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}
& -2(I_{11} + I_{12} + I_{13} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{12} + 2l_{11}\xi_1 + l_{12}\xi_1 + \xi_1^2)m_{12} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{13})m_{13} + \\
& \quad + m_{A_1}(l_{11} + l_{12} + \xi_1)^2)(\sin \theta_1)\dot{\eta}_1\dot{\theta}_1 + \\
& \quad + (m_{12}(2l_{11} + l_{12} + 2\xi_1) + 2m_{A_1}(l_{11} + l_{12} + \xi_1))(\cos \theta_1)\dot{\eta}_1\dot{\xi}_1 - \\
& - (l_{12}m_{12} + l_{13}m_{13} + 2l_{12}m_{A_1} + l_{11}(m_{11} + 2(m_{12} + m_{13} + m_{A_1})) + 2\xi_1(m_{12} + m_{A_1}))) \times \\
& \quad \times 0.5g(\sin \eta_1)(\cos \theta_1) = M_{1\eta},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{11} + I_{12} + I_{13} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{12} + 2l_{11}\xi_1 + l_{12}\xi_1 + \xi_1^2)m_{12} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{13})m_{13} + \\
& \quad + m_{A_1}(l_{11} + l_{12} + \xi_1)^2)\ddot{\theta}_1 + \\
& + (I_{11} + I_{12} + I_{13} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{12} + 2l_{11}\xi_1 + l_{12}\xi_1 + \xi_1^2)m_{12} + (l_{11}^2 + l_{11}l_{13})m_{13} + \\
& \quad + m_{A_1}(l_{11} + l_{12} + \xi_1)^2)(\sin \eta_1)(\cos \theta_1)\dot{\eta}_1^2 + \\
& \quad + (m_{12}(2l_{11} + l_{12} + 2\xi_1) + 2m_{A_1}(l_{11} + l_{12} + \xi_1))\dot{\theta}_1\dot{\xi}_1 - \\
& - (m_{11}l_{11} + m_{12}(2l_{11} + l_{12} + 2\xi_1) + m_{13}(2l_{11} + l_{13}) + 2m_{A_1}(l_{11} + l_{12} + \xi_1)) \times \\
& \quad \times 0.5g(\cos \eta_1)(\sin \theta_1) = M_{1\theta},
\end{aligned} \tag{4.4}$$

$$M_{1\psi} = 0, \tag{4.5}$$

$$\begin{aligned}
& (m_{12} + m_{A_1})\ddot{\xi}_1 - ((l_{11} + \xi_1)(m_{12} + m_{A_1}) + 0.5l_{12}(m_{12} + 2m_{A_1}))\dot{\theta}_1^2 - \\
& - ((l_{11} + \xi_1)(m_{12} + m_{A_1}) + 0.5l_{12}(m_{12} + 2m_{A_1}))(\cos^2 \theta_1)\dot{\eta}_1^2 + \\
& \quad + (m_{12} + m_{A_1})g(\cos \eta_1)(\cos \theta_1) = F_1.
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Таким образом, составлена система дифференциальных уравнений, описывающая движения предложенной упрощенной модели звена переменной длины с регулируемой жесткостью.

Рассмотрим поведение магнитно-реологической жидкости. Вследствие приложения сил со стороны соседних стержней, действия реакции со стороны неподвижной опоры и силы тяжести происходит относительное движение поршня D_1 в цилиндре B_1C_1 , содержащем магнитно-реологическую жидкость, которая, вследствие изменения вязкости оказывает различное сопротивление движению поршня. В отсутствие внешнего магнитного поля поведение частиц магнитно-реологической жидкости хаотичное. При этом магнитно-реологическая жидкость

не оказывает значительного сопротивления движению поршня. Изменением вязкости магнитно-реологической жидкости управляет внешнее магнитное поле, реализуемое при помощи намотанных на цилиндр катушек (рисунок 4.1), либо на дроссель внутри поршня (рисунок 4.22). При приложении внешнего магнитного поля жидкость оказывает сопротивление движению поршня, которое тем больше, чем больше ориентированных частиц в ней содержится. Становится возможным регулировать жесткость звена A_0A_1 при изменении его длины. Управление изменением вязкости магнитно-реологической жидкости реализуется с использованием внешнего магнитного поля, что приводит к изменению силы сопротивления движению поршня внутри цилиндра. Зависимость силы сопротивления, реализуемой магнитно-реологической жидкостью от напряженности магнитного поля, имеет следующий вид [13, 17, 18, 37, 38, 43, 75]:

$$F = \pi r^2 \left\{ \left[1 + \varphi_L \left(\alpha_n + \frac{(\zeta_n + \beta_n \lambda_n + \beta_n \cos 2\theta)}{2} + (\chi_n - 2\beta_n \lambda_n) \frac{\sin^2 2\theta}{4} \right) \right] \eta_f \dot{\gamma} + \frac{9\varphi_L \mu_0 H^2 (n-1)(\chi_f + 1) \sin 2\theta}{16n_c} \right\}, \quad (4.7)$$

здесь: φ_L – объемная доля микронных частиц, равная $\varphi_L = 0.0127$, n_c – максимальное число частиц в цепочке $n_c = 50$, $\alpha_n, \dots, \lambda_n$ – кинетические коэффициенты, v_L – объем микронной частицы, $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига, η_f – вязкость магнитно-реологической жидкости $\eta_f = 1.36$ Па·с, θ – угол между вектором, направленным вдоль прямой, соединяющей центры двух микронных частиц и вектором напряженности внешнего магнитного поля $\theta = 0.37$ рад [13, 17, 18, 37, 38, 43, 75].

Получим зависимости управляющих моментов, продольных сил, напряженностей внешних магнитных полей, управляющих движением предложенной модели трех звеньев опорной ноги экзоскелета с переменной длиной и регулируемой жесткостью.

Для определения управляющего момента и продольной силы, управляющих движением модели опорной ноги экзоскелета, состоящей из звеньев переменной

длины с регулируемой жесткостью, зададим углы поворота и изменение длин звеньев непрерывными дважды дифференцируемыми функциями, синтезирующими близкое к антропоморфному движение модели:

$$\eta_1(t) = a_1\pi + b_1c_1 \sin[d_1 - \pi(1 - \cos \omega t)/2] \quad (4.8)$$

$$\theta_1(t) = a_1\pi + b_2c_1 \sin[d_1 - \pi(1 - \cos \omega t)/2] \quad (4.9)$$

$$\psi_1(t) = a_1\pi + b_1c_2 \sin[d_1 - \pi(1 - \cos \omega t)/2] \quad (4.10)$$

$$\xi_1(t) = e_1l_1 - l_{11} - l_{12} + l_1l_\xi \cos 2\omega t. \quad (4.11)$$

Параметры механизма и ходьбы приняты равными: $t_k = 0.36$ с – время одноопорной фазы движения, $\omega = \pi/t_k \approx 8.73$ рад/с – угловая скорость, параметры ходьбы $a_1 = 1$, $b_1 = 0.1$, $b_2 = 1.0$, $c_1 = 0.25$, $c_2 = 0.279$, $d_1 = \pi/2$ выбирались из условия синтеза движения звеньев экзоскелета, близкого к антропоморфному; $e_1 = 1.3$, $l_\xi = 0.05$ – коэффициенты изменения длины звена, $l_1 = 0.385$ м – длина звена, соответствующая реальным данным человека [22]. Длины на звене распределялись следующим образом: $l_{11} = l_{12} = l_1/2$.

Параметры механизма, используемые в уравнениях движения, следующие [22]: масса звена $m_1 = 2.91$ кг распределялась поровну между двумя весомыми абсолютно твердыми участками звена, т.е. $m_{11} = m_{12} = m_1/2$. Масса цилиндра с магнитно-реологической жидкостью равна $m_{13} = 1.6$ кг ($i = 1,2,3$). Точечная масса, расположенная в шарнире A_1 и моделирующая верхнюю часть механизма, $m_{A_1} = 47.45$ кг. Моменты инерции весомых участков звеньев относительно осей, проходящих через их нижние точки равны: $I_{11} = I_{12} = 0.018$ кг·м². Длина цилиндра с магнитно-реологической жидкостью для расчета момента инерции принималась равной $l_{13} = 0.15$ м, момент инерции $I_{13} = 0.012$ кг·м². Ускорение свободного падения $g = 9.81$ м/с².

Графически зависимости (4.8)-(4.11) обобщенных координат от времени представлены на (рисунок 4.3).

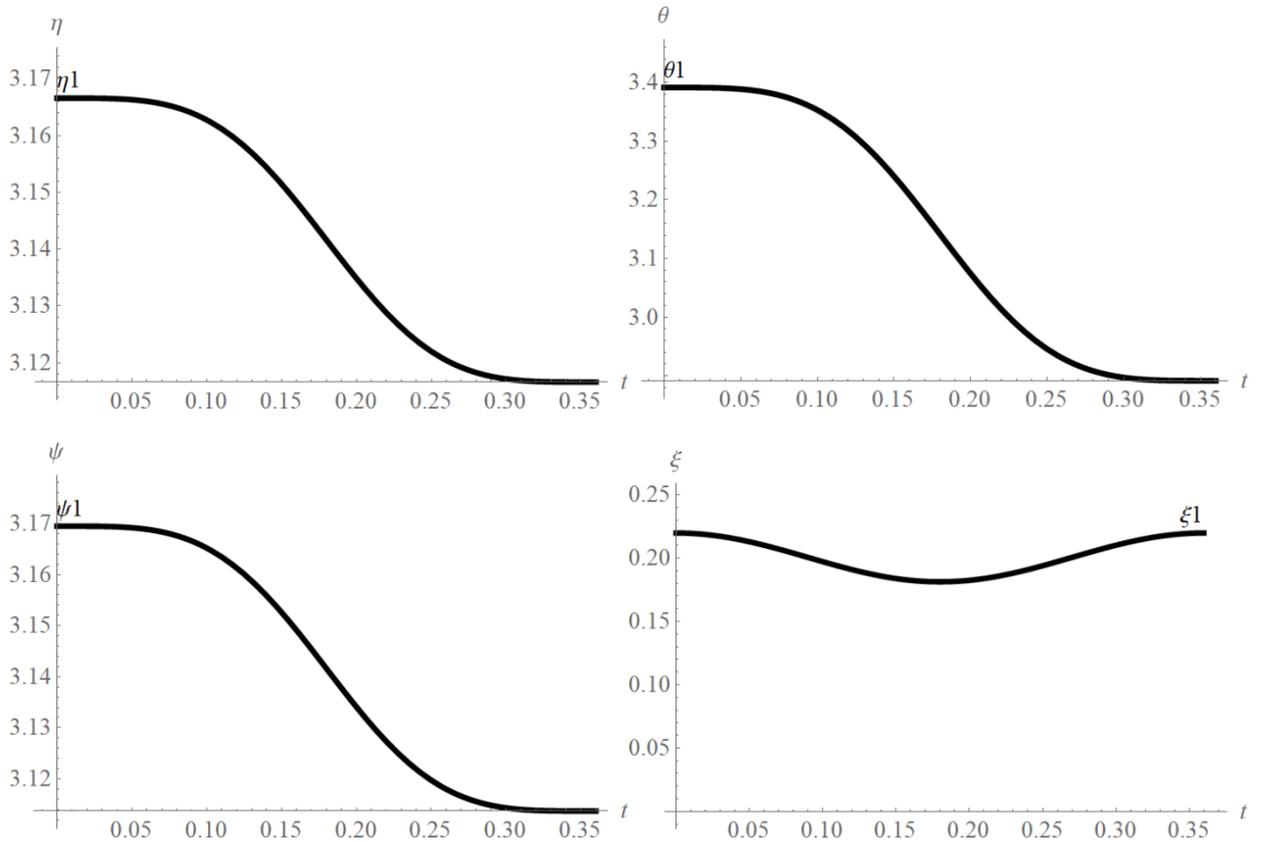


Рисунок 4.3 – Зависимости задаваемых формулами (4.8)-(4.11) обобщенных координат от времени

Графики зависимостей первых производных от времени, задаваемых формулами (4.8)-(4.11) представлены на рисунке 4.4.

Зависимости вторых производных от времени, задаваемые формулами (4.8)-(4.11) представлены на рисунке 4.5.

Аналогичное задание траекторий, реализующих антропоидное движение, используется при построении многозвенных моделей [9, 12]. Таким образом, получена достаточная информация о кинематике движения, необходимая для решения обратной задачи динамики в рамках рассматриваемой модели.

В результате алгебраического решения относительно управляющих моментов и продольных сил системы уравнений движения для рассматриваемой модели (рисунке 4.2) при задании движения выражениями (4.8)-(4.11), найдены зависимости управляющих моментов от времени, представленные на рисунке 4.6.

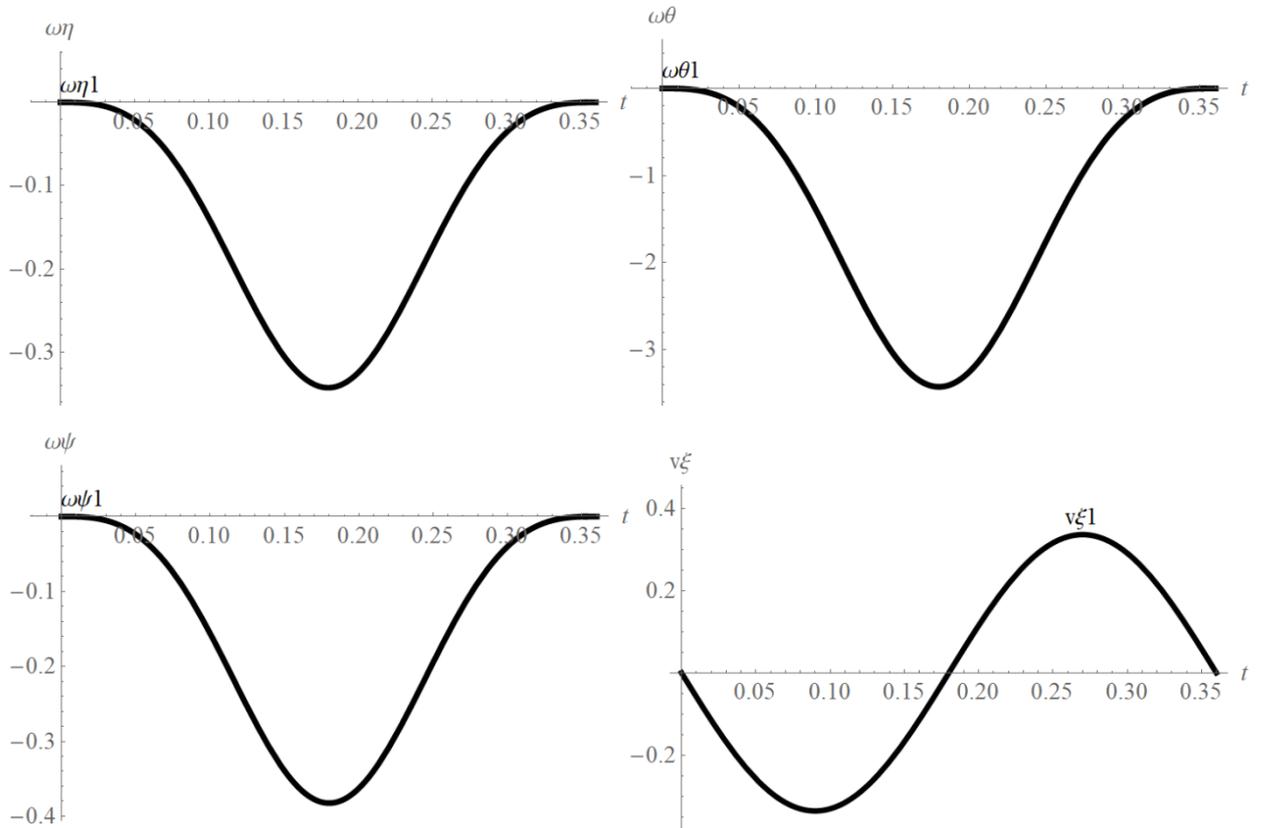


Рисунок 4.4 – Зависимости обобщенных скоростей от времени

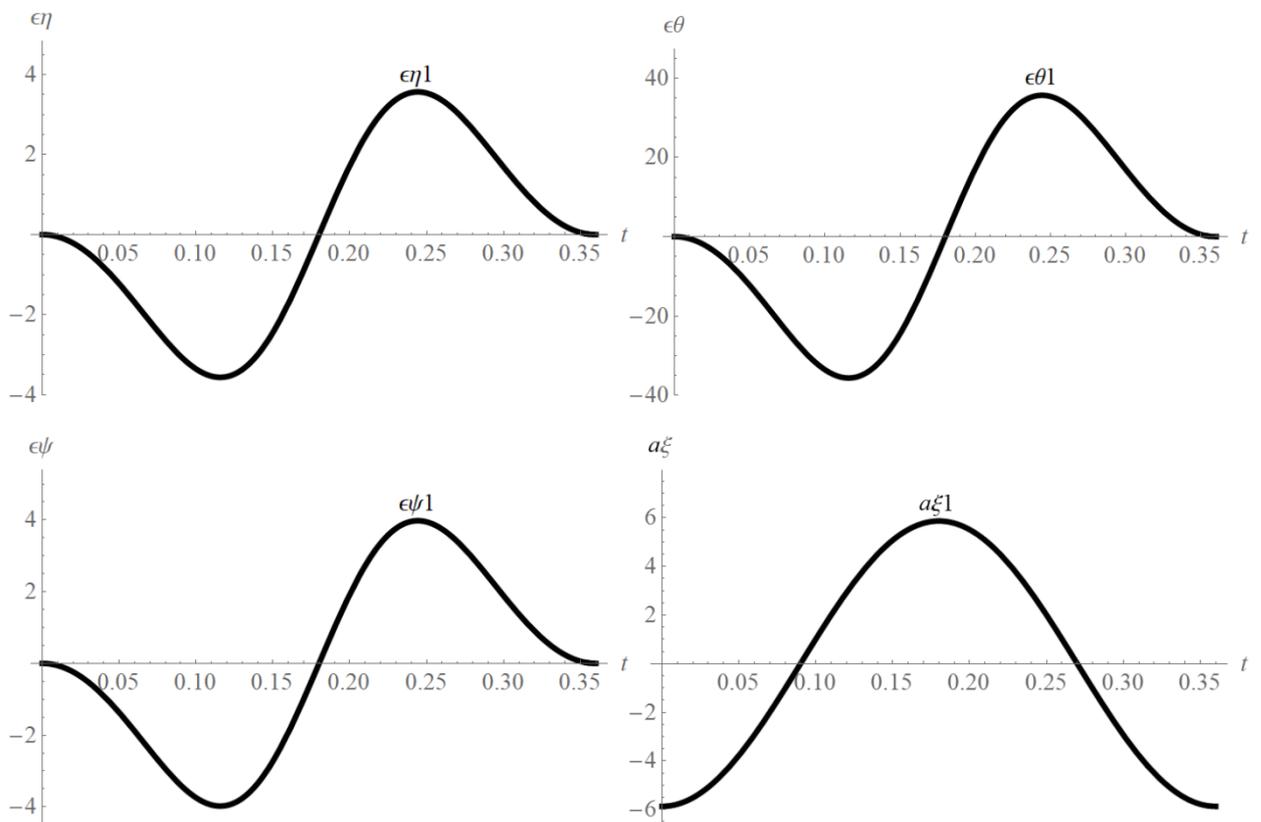


Рисунок 4.5 – Зависимости обобщенных ускорений от времени

Момент $M_{1\gamma} = 0$ во все время движения, т.к. при моделировании тонким стержнем и отсутствии звена сверху не возникает усилий при вращении стержня вокруг продольной оси.

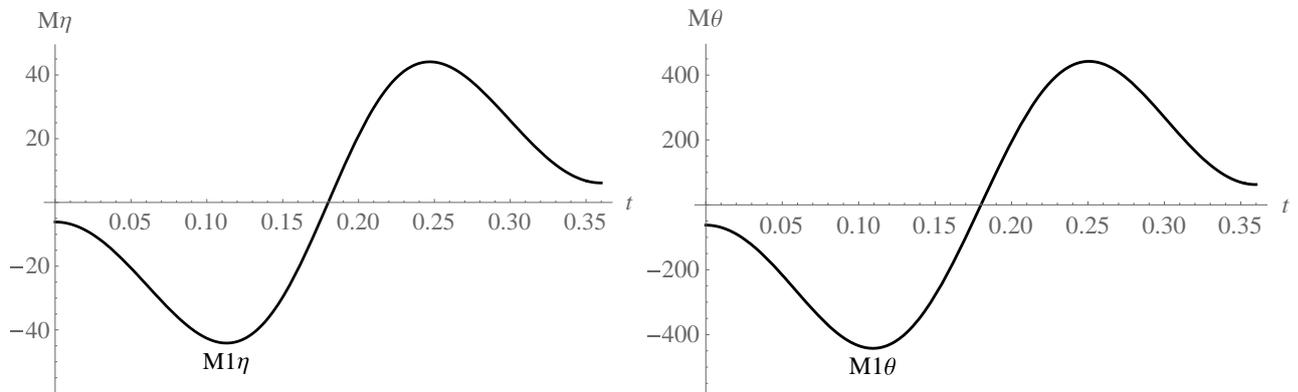


Рисунок 4.6 – Зависимости управляющих моментов в шарнире экзоскелета от времени

Зависимость управляющей продольной силы от времени, представлена на рисунке 4.7.

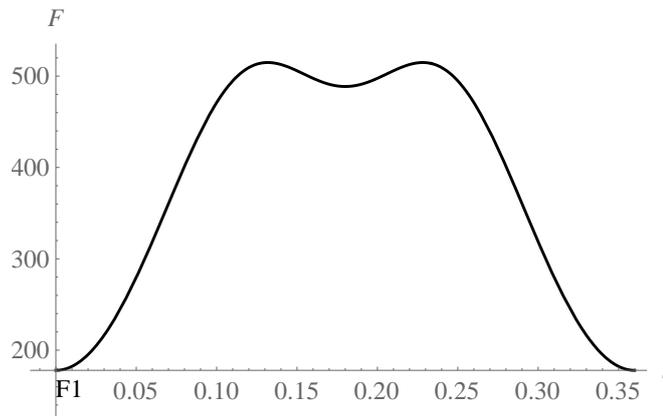


Рисунок 4.7 – Зависимость управляющей продольной силы в звене экзоскелета от времени

Анализируя полученные графики, следует отметить, что, несмотря на задание движения периодическими функциями синусоидального типа, управляющие моменты и силы представляют собой более сложные зависимости с несколькими максимумами и минимумами, что связано со сложностью и нелинейностью модели.

Используя (4.2) и аппроксимируя ступенчатыми функциями, представленную на рисунке 4.7 силу, находим взятую по модулю напряженность

внешнего магнитного поля, которую необходимо создать для управления жесткостью звена для его функционирования в экзоскелете (рисунок 4.8).

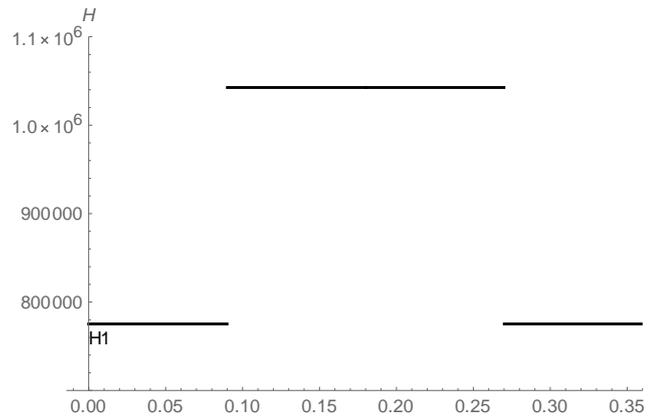


Рисунок 4.8 – Зависимость управляющей жесткостью звена напряженности внешнего магнитного поля от времени

Полученные значения напряженности прилагаемого внешнего магнитного поля можно развивать при помощи катушек, намотанных на цилиндр с магнитно-реологической жидкостью.

Определим энергетические затраты в шарнирных приводах механизма как работу управляющих моментов в предположении об отсутствии сил сопротивления и рекуперации энергии при торможении звена:

$$A = \sum_{i=1}^k \int_0^T |M_i \dot{\phi}_i| dt, \quad (4.12)$$

$$A = \int_0^T \sum_{i=1}^n |Q_i \dot{q}_i| dt, \quad (4.13)$$

где T – время движения ($T = t_k$), M_i – моменты, развиваемые приводами аппарата, k – количество независимых приводов в шарнирах ($k = 3$), Q_i , \dot{q}_i – обобщенные силы и обобщенные скорости, n – количество участков переменной длины ($n = 1$). Знак модуля используется вследствие отсутствия механизма рекуперации энергии. Так как затраты энергии подсчитываются как интегралы, т.е. суммы бесконечно малых работ, то, если бы не было знака модуля, отрицательные работы при торможении звеньев вычитались бы так, если бы приводы работали в режиме генераторов энергии, что не предусмотрено конструкцией данной модели экзоскелета.

В результате применения формул (4.12)-(4.13) к расчету энергетических затрат приводов, осуществляющих повороты звеньев при найденных управляющих моментах и силах, получаем: $A = 175.64$ Дж, являющихся суммарными энергозатратами звена.

Анимационная визуализация движения модели звена экзоскелета. Для наглядного представления о движении модели полезно строить анимацию движения механизма. Для предложенной модели приведем несколько кадров (рисунок 4.9) из анимационного ролика, в котором механизм движется в соответствии с тем, как заданы изменения углов и длин звеньев формулами (4.8)-(4.11).

Представленные кадры анимации демонстрируют приблизительно антропоморфное движение звена экзоскелета от момента постановки ноги на опору до ее отрыва от поверхности.

Таким образом, проведено моделирование движения звена экзоскелета с использованием аналитически задаваемых углов и изменения длин звеньев дифференцируемыми функциями, задающими антропоморфное периодическое движение. Определены управляющие моменты и силы, необходимые для реализации заданного движения модели. Знание продольной силы, действующей вдоль звена, позволяет вычислить зависимость напряженности магнитного поля от времени, необходимой для управляемого изменения жесткости звеньев экзоскелета при заданном движении. На основании проведенного исследования установлено, что возможно осуществлять управление жесткостью звеньев переменной длины экзоскелета с помощью внешнего магнитного поля.

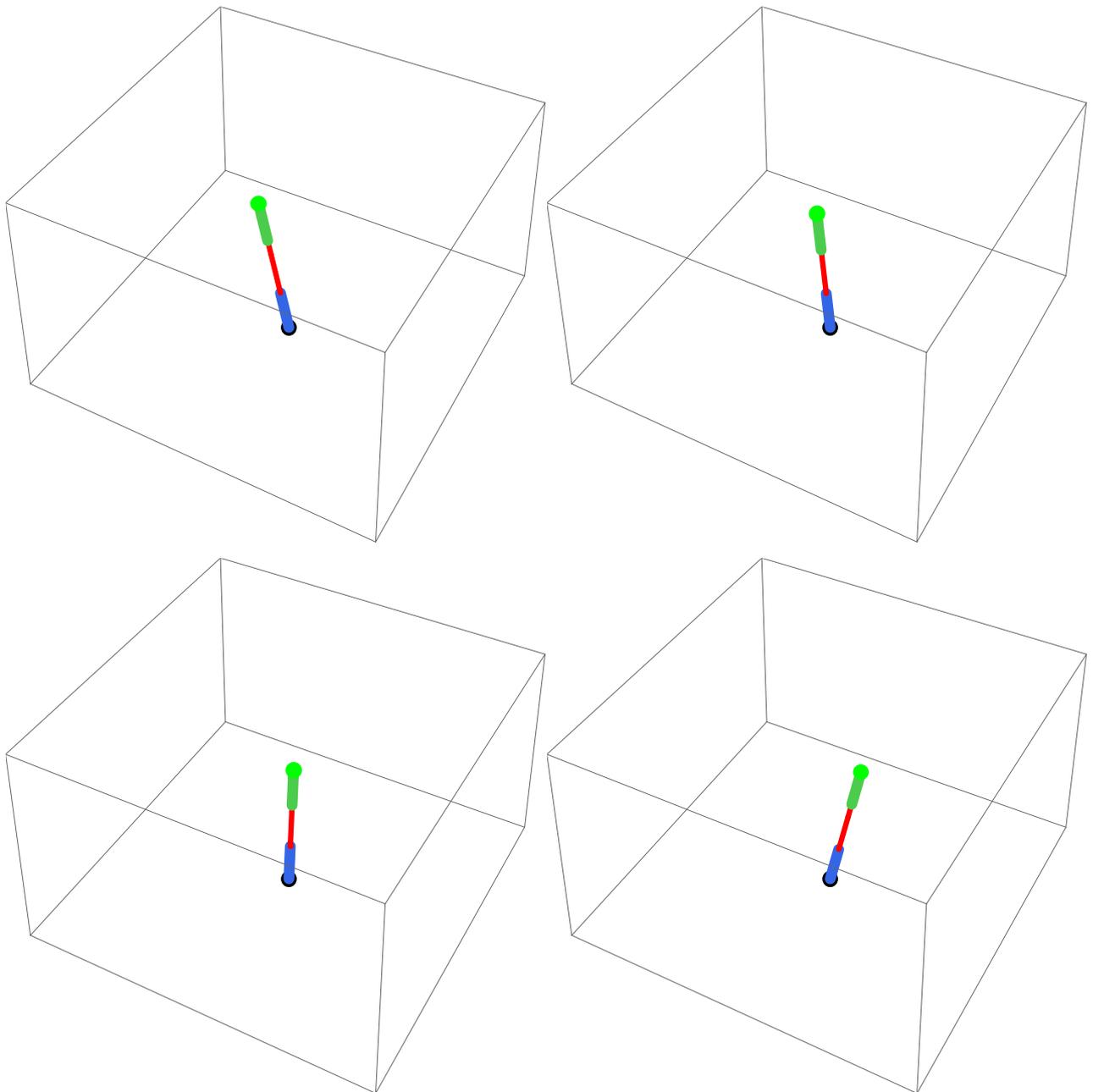


Рисунок 4.9 – Кадры анимации движения механизма

Модель может найти применение при создании комфортабельных экзоскелетов с регулируемой жесткостью звеньев для широкого круга пользователей.

4.2 Модель экзоскелета с пятью звеньями переменной длины с регулируемой жесткостью

Рассмотрим 3D-модель экзоскелета, состоящую из пяти звеньев в одноопорной фазе движения (рисунок 4.10). Начало неподвижной декартовой

системы $A_0x_0y_0z_0$ координат, связанной с Землей, (рисунок 4.10) поместим в закрепленном шарнире A_0 . Рассмотрим комбинации сферических и цилиндрических шарниров, позволяющих реализовать необходимые движения в опорно-двигательном аппарате человека. Для составления системы дифференциальных уравнений движения модели используем подвижные локальные системы координат $A_{i-1}x_iy_iz_i$ ($i = 1, 2, \dots, 5$), жестко связанные с шарнирами A_i , реализующими вращательные движения звеньев модели. Оси z_i направим вдоль подвижных звеньев $A_{i-1}A_i$ (рис. 4.10), имеющих одинаковую конструкцию и состоящих из штоков A_iD_i с поршнями D_i , которые располагаются во внутренней части корпусов B_iC_i . Корпуса являются тонкостенными цилиндрами с намотанными электромагнитными катушками. Цилиндры, к которым жестко прикреплены абсолютно твердые стержни $A_{i-1}B_i$ и A_iB_{i+1} , заполнены магнитно-реологической жидкостью, на концах имеют шарниры.

В шарнирах предполагается возможность создания необходимых управляющих моментов. В верхней части модели механизма (точке A_5) расположена сосредоточенная масса m_p , приближенно моделирующая голову и верхние конечности человека. Длины участков стержня обозначим $A_{i-1}B_i = l_{i1}$, $D_iA_i = l_{i2}$, при этом первый индекс равен номеру звена, второй – номеру участка на звене. Длины цилиндров, заполненных магнитно-реологической жидкостью, обозначим $B_iC_i = l_{i3}$. Цилиндр с магнитно-реологической жидкостью моделируется стержнем, т.е. диаметры цилиндров пренебрежимо малы в сравнении с длиной. Массы отдельных элементов звеньев обозначим m_{i1} , m_{i2} , m_{i3} . Моменты инерции перпендикулярно плоскости, в которой происходит вращение стержней, относительно их концов равны I_{i1} , I_{i2} , I_{i3} . Считаем, что поршни D_i имеют пренебрежимо малую массу и моменты инерции в сравнении со стержнями D_iA_i . Изменение длины звена происходит вследствие относительного движения вдоль направления звеньев $A_{i-1}A_i$ и A_iA_{i+1} поршней со штоками D_iA_i внутри цилиндров с магнитно-реологической жидкостью B_iC_i ($i = 1, 2, \dots, 5$).

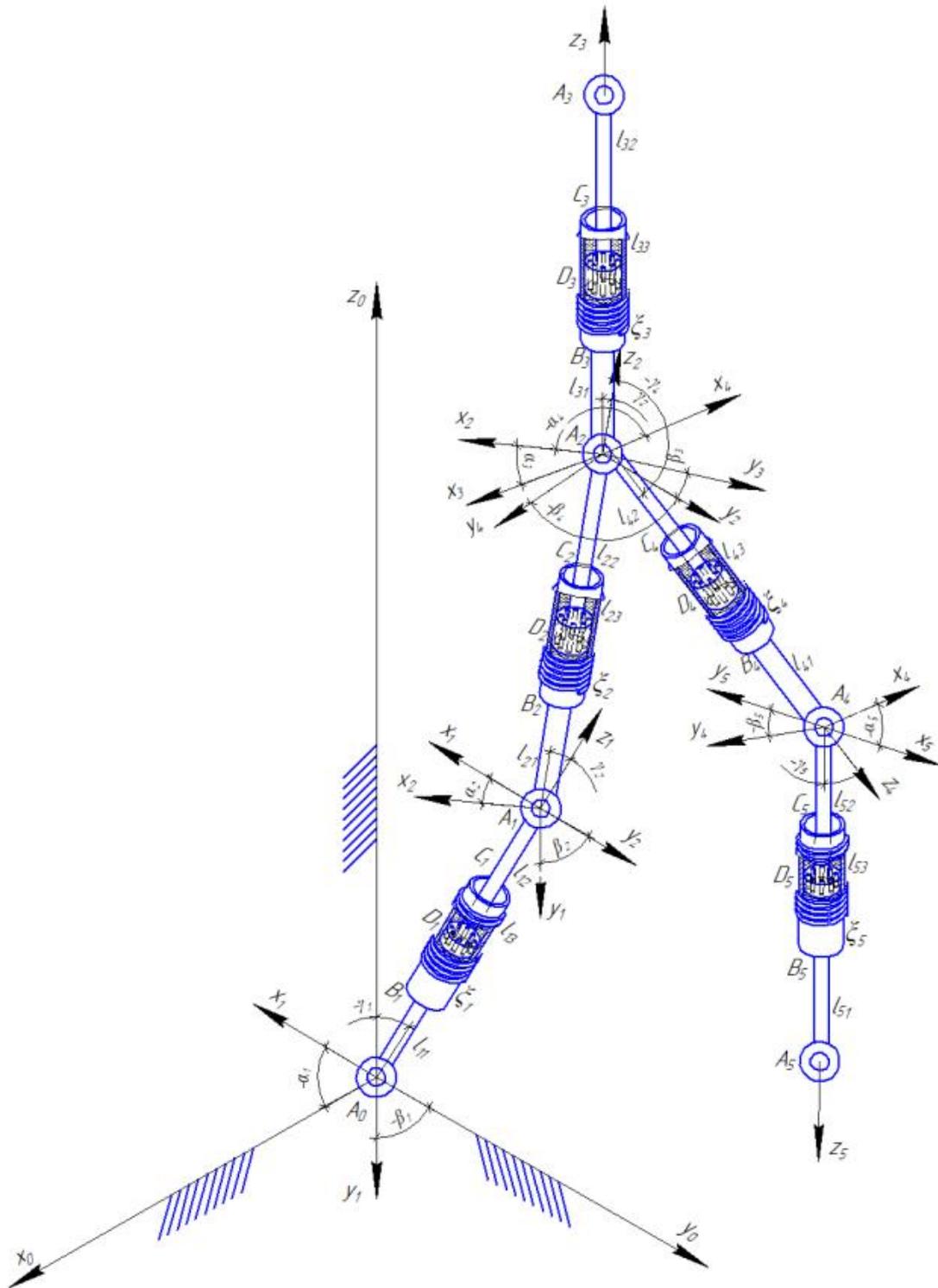


Рисунок 4.10 – Пространственная модель экзоскелета с пятью звеньями переменной длины и регулируемой жесткостью

Силы сопротивления F_i ($i = 1, 2, \dots, 5$), действующие вдоль штоков с поршнями, в модели реализует магнитно-реологическая жидкость. В результате действия внешнего магнитного поля магнитные частицы частично ориентируются вдоль силовых линий магнитного поля, при этом с увеличением напряженности

магнитного поля увеличивается число ориентированных частиц, таким образом, растёт сила сопротивления магнитно-реологической жидкости движению поршня. Следовательно, обеспечивается управляемое изменение длины звена в соответствии с фазой ходьбы и нагрузкой от соседних звеньев. Сила сопротивления, действующая на магнитно-реологическую жидкость, зависит от напряженности внешнего магнитного поля в виде (4.7).

Положения звеньев модели механизма зависят от пятнадцати параметров. Это углы $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$, $\alpha_3(t)$, $\alpha_4(t)$, $\alpha_5(t)$, $\beta_1(t)$, $\beta_3(t)$, $\beta_4(t)$, $\gamma_3(t)$, $\gamma_4(t)$, обеспечивающие необходимую подвижность звеньев, аналогичную опорно-двигательному аппарату человека. И переменные длины участков звеньев между поршнями и дном цилиндров $B_i D_i = \xi_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$).

Кинетическая энергия экзоскелета вычисляется путем интегрирования по всем весомым участкам $A_{i-1} B_i$, $B_i C_i$, $D_i A_i$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)

$$T = \frac{1}{2} \left(m_p V_{A_3}^2 + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 \int_0^{l_{ij}} \rho_{ij} V_{ij}^2 d\zeta_{ij} \right), \quad (4.14)$$

где: i – номер звена ($i = 1, 2, \dots, 5$); j – номер участка на звене, причем $j = 1$ соответствует нижним участкам $A_{i-1} B_i$, $j = 2$ соответствует штокам с поршнями $D_i A_i$, $j = 3$ соответствует цилиндрам $B_i C_i$; ζ_{ij} – координата бесконечно малой частицы j -того инерционного участка i -того звена; ρ_{ij} – плотность j -того участка i -того звена, $m_{ij} = \rho_{ij} l_{ij}$, $I_{ij} = \rho_{ij} l_{ij}^3 / 3$; l_{ij} , m_{ij} , I_{ij} – длина, масса, момент инерции j -того участка i -того звена, m_p – масса полезной нагрузки в точке A_3 ; $V_{A_3}^2$ – квадрат скорости точки A_3 ; V_{ij}^2 – квадрат скорости бесконечно малой частицы j -того участка i -того звена. С помощью уравнений Лагранжа второго рода была составлена система дифференциальных уравнений для представленной модели экзоскелета (рисунок 4.10).

Правые части системы дифференциальных уравнений движения дополняются соответствующими моментами и продольными силами, которые в случае сопротивления реализуются приложением напряженности магнитного поля к магнитно-реологической жидкости.

Решая обратную задачу динамики, получим законы, описывающие изменение управляющих моментов (рисунок 4.11), продольных сил (рисунок 4.12) и внешних магнитных полей (рисунок 4.13) в зависимости от времени.

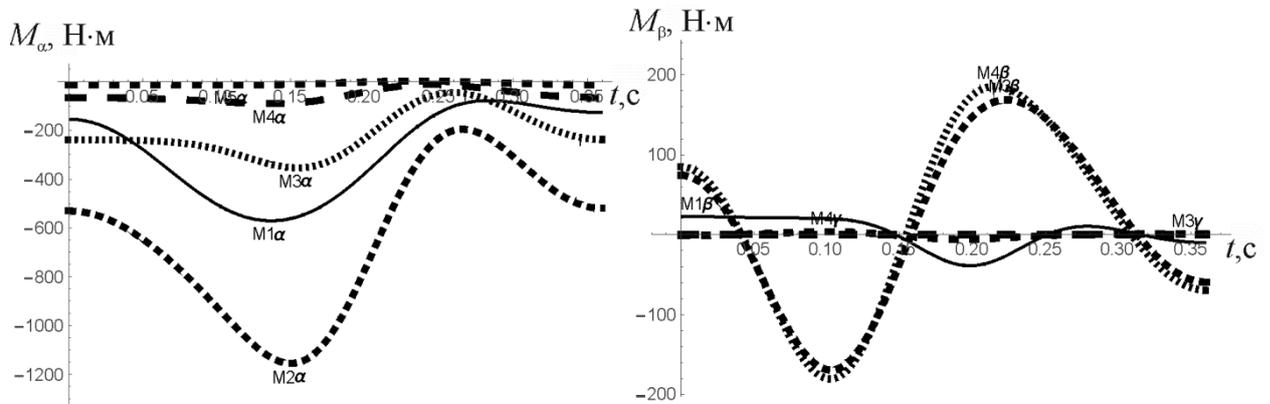


Рисунок 4.11 – Зависимости управляющих моментов в шарнирах экзоскелета от времени

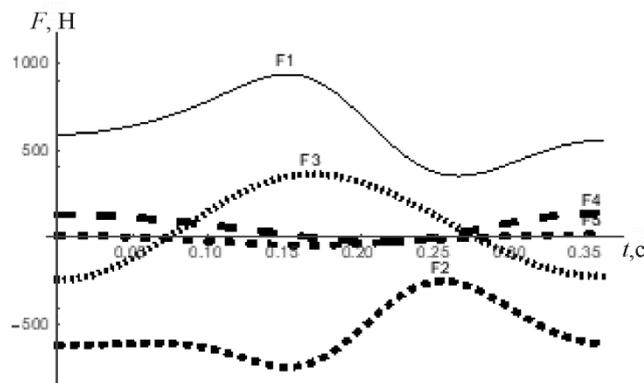


Рисунок 4.12 – Зависимости управляющих продольных сил в звеньях переменной длины экзоскелета от времени

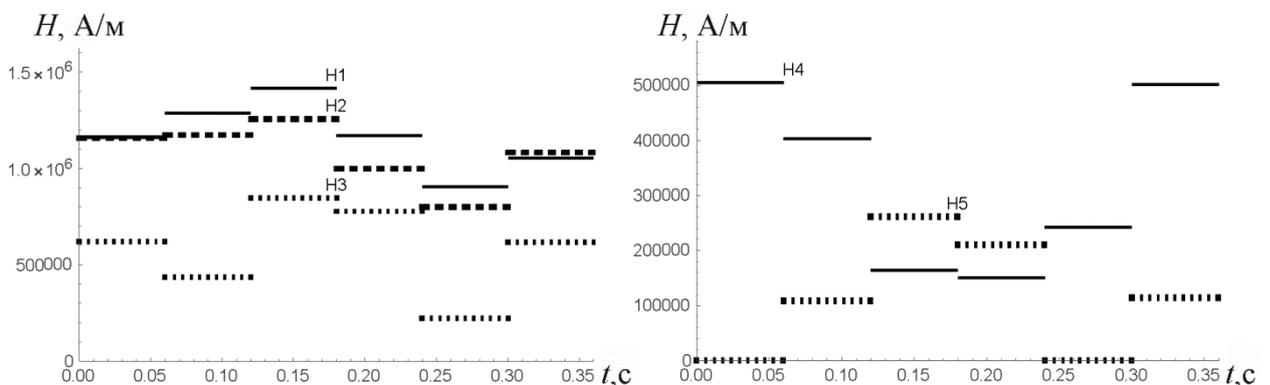


Рисунок 4.13 – Зависимости управляющей жесткостью звеньев экзоскелета напряженности внешнего магнитного поля от времени, аппроксимированные ступенчатыми функциями

Эти законы управляют движением предлагаемой пятизвенной модели экзоскелета переменной длины и регулируемой жесткости.

Полученные значения напряженности прилагаемого внешнего магнитного поля можно развить при помощи катушек, намотанных на цилиндр с магнитно-реологической жидкостью, либо на дроссель внутри поршня.

Представлен механизм изменения длины звена с регулируемой жесткостью модели экзоскелета за счет действия внешнего магнитного поля. Модель может найти практическое применение при создании комфортабельных экзоскелетов, близких по конструкции к опорно-двигательному аппарату человека.

4.3 Уточненная модель звена экзоскелета с регулируемой жесткостью в пространстве

Рассмотрим уточненную пространственную модель звена экзоскелета переменной длины с регулируемой жесткостью. Отличие от ранее созданных [16, 17, 100, 109-112, 114, 116] моделей: учитываются геометрические размеры верхнего и нижнего стержней, цилиндра, крышек цилиндра, поршня, движущегося внутри цилиндра с магнитно-реологической жидкостью, а также их массы и осевые моменты инерции. Нагрузка на конце звена вследствие взаимодействия с другими звеньями механизма приближенно моделируется однородным шаром. Учтено также изменение момента инерции звена при перемещении магнитно-реологической жидкости в цилиндре между двумя частями, разделенными поршнем с каналами для ее перемещения (рисунок 4.14). Кроме того, у уточненной модели все элементы являются цилиндрическими с заданными радиусами, а у приближенной – тонкими стержнями. При этом масса соответствующих элементов звеньев считается равной. Моменты инерции – разными, в зависимости от формы элемента. Начало неподвижной декартовой системы координат $A_0x_0y_0z_0$ предполагается в центре сферического шарнира A_0 (рисунок 4.14).

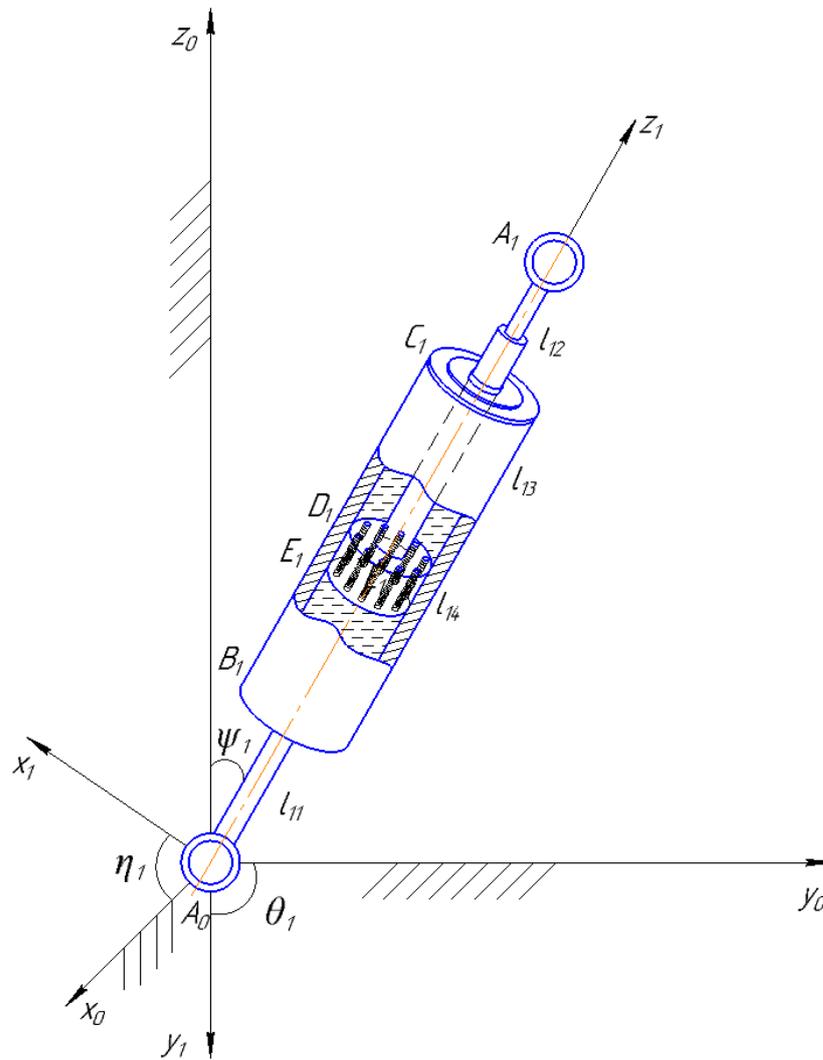


Рисунок 4.14 – Уточненная модель звена экзоскелета переменной длины с управляемой жесткостью и полезной нагрузкой в пространстве

Рассмотрим пространственную модель телескопического звена с демпфированием вследствие регулируемой жесткости и полезной нагрузкой на его конце, приближенно соответствующей действию соседних звеньев (рисунок 4.14). Так как в дальнейшем предполагается создание многозвенной системы из таких звеньев, то в обозначениях длин и инерционных элементов звена используется нумерация с двумя индексами. Первый нижний индекс соответствует номеру звена, который в данном исследовании равен единице, второй нижний индекс соответствует номеру элемента, из которого состоит звено.

Подвижная локальная система координат $A_0x_1y_1z_1$ имеет начало в центре сферического шарнира A_0 (рисунок 4.14). Положение звена в системе определяется углами η_1 , θ_1 , ψ_1 между осями координат подвижной системы и

неподвижной. Участок B_1C_1 звена представляет цилиндр, содержащий магнитно-реологическую жидкость. Снаружи на него намотаны катушки для управления жесткостью жидкости прилагаемым магнитным полем. Расстояние $B_1E_1 = \xi_1$ между дном цилиндра и нижней поверхностью поршня является переменным вследствие действия сил от нагрузки верхней части звена и сопротивления перетеканию магнитно-реологической жидкости. В рамках данной модели считаем изменение длины участка ξ_1 является четвертой обобщенной координатой, характеризующей положение звена A_0A_1 в пространстве и полагается функцией времени. Полезная нагрузка, прикладываемая к звену, моделируется шаром с центром в точке A_1 и радиусом r_{15} . В модели предусмотрено применение пространственных углов между системами координат, что соответствует реальной работе приводов, которые могут быть электромеханическими, гидравлическими, пневматическими. Управляющими воздействиями в данной модели являются моменты, создаваемые приводами, которые аппроксимируются непрерывными или ступенчатыми функциями. Напряженность магнитного поля изменяется в соответствии со свойствами магнитно-реологической жидкости, и, как следствие, определяет демпфирующие свойства звена. Предполагается, что многозвенная система тел расположена в однородном поле силы тяжести.

В выбранной системе углов поворота осей, изображённой на рисунке 4.14, звено A_0A_1 первым приводом поворачивается вокруг оси A_0x_0 на угол η_1 . Матрица поворота осей при этом имеет следующий вид [37, 49]:

$$A_{\eta_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \eta_1 & -\sin \eta_1 \\ 0 & \sin \eta_1 & \cos \eta_1 \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Затем, вторым приводом звено поворачивается вокруг оси A_0y_0 на угол θ_1 . Этому повороту соответствует матрица

$$A_{\theta_1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

Далее третий привод реализует поворот звена вокруг оси A_0z_0 на угол ψ_1 , которому соответствует матрица

$$A_{\psi_1} = \begin{pmatrix} \cos \psi_1 & -\sin \psi_1 & 0 \\ \sin \psi_1 & \cos \psi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

Поворот всего звена в пространстве требуемым образом возможен как последовательным включением приводов, так и одновременным. В результате работы всех трех приводов и поворотов вокруг трех осей координат, результирующая матрица поворота получается в следующем виде:

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos \psi_1 & -\cos \theta_1 \sin \psi_1 & \sin \theta_1 \\ \cos \psi_1 \sin \eta_1 \sin \theta_1 + \cos \eta_1 \sin \psi_1 & \cos \eta_1 \cos \psi_1 - \sin \eta_1 \sin \theta_1 \sin \psi_1 & -\cos \theta_1 \sin \eta_1 \\ -\cos \eta_1 \cos \psi_1 \sin \theta_1 + \sin \eta_1 \sin \psi_1 & \cos \psi_1 \sin \eta_1 + \cos \eta_1 \sin \theta_1 \sin \psi_1 & \cos \eta_1 \cos \theta_1 \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

Углы η_1, θ_1, ψ_1 не являются произвольными, в отличие, например, от углов Эйлера. На них накладывается дополнительное ограничение (связь), следующее из ортогональности рассматриваемых матриц поворота, которые представляют собой ортонормированную систему [36 стр.27]: сумма квадратов элементов столбца равна единице, а скалярное произведение различных столбцов друг на друга равно нулю. Также имеет место, например, следующее уравнение связи: пусть $\psi_1 = 0$ и звено поворачивается вокруг вертикальной оси, тогда углы $\eta_1 = \theta_1$, т.е. обобщенные координаты равны и зависимы между собой. Такие матрицы перехода применялись в работах [29, 41] для описания кинематики и динамики промышленных роботов-манипуляторов.

Схематически модель шарнирного соединения, расположенного в точке A_0 , реализующего все указанные повороты приводами, представлена на рисунке 2.16.

Звено состоит из трех основных частей: 1) нижней весомой части A_0B_1 , моделируемой сплошным однородным цилиндром длины l_{11} и радиусом r_{11} ; 2) верхней части D_1A_1 , сплошным однородным цилиндром длины l_{12} и радиусом r_{12} (шток), на концах которого закреплены: снизу, в точке D_1 поршень D_1E_1 , в виде цилиндра с микроскопическими отверстиями для перетекания магнитно-реологической жидкости длины l_{14} и радиусом r_{14} ; сверху, в точке A_1 масса в

форме однородного шара радиусом r_{15} , моделирующая полезную нагрузку; 3) цилиндра с магнитно-реологической жидкостью B_1C_1 . Данный цилиндр состоит из собственно толстостенного цилиндра, внешний радиус которого, суммарно с учетом толщины намотки катушек, равен r_{13} и внутренним радиусом r_{14} , внутри которого перемещается плотно прижатый к его стенкам поршень D_1 . Длина цилиндра l_{13} . На внешней стороне поршня и внутренней стороне цилиндра предусмотрены пазы и выступы для исключения их относительного вращения, размерами которых будем пренебрегать. Цилиндр считаем полностью заполненным магнитно-реологической жидкостью. В нижней точке B_1 цилиндр герметично закрыт тонкой однородной круглой пластинкой радиуса r_{13} . В верхней точке C_1 диск закрыт тонкой однородной круглой пластинкой радиуса r_{13} с круглым вырезом в центре радиуса r_{12} для перемещения относительно нее и внутри цилиндра звена D_1A_1 . В вырезе предусмотрена герметизация для того, чтобы магнитно-реологическая жидкость не покидала цилиндр. Для герметизации и предотвращения относительных поворотов штока относительно C_1 используется крышка с фланцем, на внутреннем отверстии которого нарезаны шлицы для относительного перемещения штока, массой, размерами и формой которого будем пренебрегать в данной модели.

Массы и моменты инерции элементов звена A_0A_1 в соответствии с индексами, введенными выше, равны: m_{11} – масса нижней части A_0B_1 , моменты инерции относительно ее начала, точки A_0 и соответствующих осей координат, $I_{11z} = m_{11}r_{11}^2/2$, в соответствии с теоремой Штейнера, равен: $I_{11x} = I_{11y} = m_{11}(r_{11}^2/4 + l_{11}^2/3)$ [82]. Следовательно, тензор момента инерции нижней части A_0B_1 , относительно локальной системы координат $A_0x_1y_1z_1$ имеет вид:

$$I_{11} = \begin{pmatrix} m_{11}\left(\frac{r_{11}^2}{4} + \frac{l_{11}^2}{3}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{11}\left(\frac{r_{11}^2}{4} + \frac{l_{11}^2}{3}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{11}\frac{r_{11}^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Масса верхней части D_1A_1 равна m_{12} , момент инерции относительно оси z_1 : $I_{12z} = m_{12}r_{12}^2/2$. Моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 , проведенных из точки A_0 , являются переменными и определяются в соответствии с теоремой Штейнера следующим образом: $I_{12x} = I_{12y} = m_{12}(r_{12}^2/4 + l_{12}^2/3) + m_{12}(l_{11} + \xi_1 + l_{14})^2$.

$$I_{12} = \begin{pmatrix} m_{12}\left(\frac{r_{12}^2}{4} + \frac{l_{12}^2}{3} + (l_{11} + \xi_1 + l_{14})^2\right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{12}\left(\frac{r_{12}^2}{4} + \frac{l_{12}^2}{3} + (l_{11} + \xi_1 + l_{14})^2\right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{12}\frac{r_{12}^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Масса толстостенного цилиндра B_1C_1 равна m_{13} . Момент инерции относительно оси z_1 : $I_{13z} = m_{13}(r_{13}^2 + r_{14}^2)/2$. Моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 , проведенных из точки A_0 являются постоянными и определяются в соответствии с теоремой Штейнера следующим образом: $I_{13x} = I_{13y} = m_{13}(r_{13}^2 + r_{14}^2)/4 + m_{13}l_{13}^2/3 + m_{13}l_{11}^2$.

$$I_{13} = \begin{pmatrix} m_{13}\left(\frac{r_{13}^2 + r_{14}^2}{4} + \frac{l_{13}^2}{3} + l_{11}^2\right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{13}\left(\frac{r_{13}^2 + r_{14}^2}{4} + \frac{l_{13}^2}{3} + l_{11}^2\right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{13}\frac{r_{13}^2 + r_{14}^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Масса поршня D_1E_1 равна m_{14} , момент инерции относительно оси z_1 : $I_{14z} = m_{14}r_{14}^2/2$. Моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 , проведенных из точки A_0 , являются переменными и определяются в соответствии с теоремой Штейнера следующим образом: $I_{14x} = I_{14y} = m_{14}(r_{14}^2/4 + l_{14}^2/3) + m_{14}(l_{11} + \xi_1)^2$.

$$I_{14} = \begin{pmatrix} m_{14} \left(\frac{r_{14}^2}{4} + \frac{l_{14}^2}{3} + (l_{11} + \xi_1)^2 \right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{14} \left(\frac{r_{14}^2}{4} + \frac{l_{14}^2}{3} + (l_{11} + \xi_1)^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{14} \frac{r_{14}^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Масса полезной нагрузки, расположенной в точке A_1 , равна m_{15} . Момент инерции относительно оси z_1 : $I_{15z} = 2m_{15}r_{15}^2/5$. Моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 , проведенных из точки A_0 , являются переменными и определяются в соответствии с теоремой Штейнера следующим образом: $I_{15x} = I_{15y} = 2m_{15}r_{15}^2/5 + m_{15}(l_{11} + \xi_1 + l_{14} + l_{12})^2$.

$$I_{15} = \begin{pmatrix} m_{15} \left(\frac{2r_{15}^2}{5} + (l_{11} + l_{12} + \xi_1 + l_{14})^2 \right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{15} \left(\frac{2r_{15}^2}{5} + (l_{11} + l_{12} + \xi_1 + l_{14})^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{15} \frac{2r_{15}^2}{5} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Масса тонкой однородной круглой пластинки, закрывающей снизу, в точке B_1 цилиндр равна m_{16} . Момент инерции относительно оси z_1 : $I_{16z} = m_{16}r_{13}^2/2$. Моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 , проведенных из точки A_0 , являются постоянными и определяются в соответствии с теоремой Штейнера следующим образом: $I_{16x} = I_{16y} = m_{16}r_{13}^2/4 + m_{16}l_{11}^2$.

$$I_{16} = \begin{pmatrix} m_{16} \left(\frac{r_{13}^2}{4} + l_{11}^2 \right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{16} \left(\frac{r_{13}^2}{4} + l_{11}^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{16} \frac{r_{13}^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Масса тонкой однородной круглой пластинки с вырезом в центре, закрывающей сверху, в точке C_1 цилиндр равна m_{17} . Момент инерции

относительно оси z_1 : $I_{17z} = m_{17}(r_{13}^2 + r_{12}^2)/2$. Моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 , проведенных из точки A_0 , являются постоянными и определяются в соответствии с теоремой Штейнера следующим образом: $I_{17x} = I_{17y} = m_{17}(r_{13}^2 + r_{12}^2)/4 + m_{17}(l_{11} + l_{13})^2$.

$$I_{17} = \begin{pmatrix} m_{17} \left(\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2}{4} + (l_{11} + l_{13})^2 \right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{17} \left(\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2}{4} + (l_{11} + l_{13})^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{17} \frac{r_{12}^2 + r_{13}^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Масса магнитно-реологической жидкости $m = m_8 + m_9$, где m_8 – масса, заключенная в нижней части B_1E_1 цилиндра, является величиной переменной, зависящей от расстояния между дном цилиндра и поршнем ξ_1 , следующим образом $m_8 = \rho_1 V_1 = \rho_1 \pi r_{14}^2 \xi_1$; m_9 – масса, заключенная в верхней части D_1C_1 цилиндра, является величиной переменной, зависящей от расстояния между поршнем и крышкой цилиндра $l_{13} - l_{14} - \xi_1$, следующим образом $m_9 = \rho_1 V_2 = \rho_1 \pi r_{14}^2 (l_{13} - l_{14} - \xi_1)$. Считаем, что в микроканалах поршня содержится все время пренебрежимо малое постоянное количество жидкости, вкладом которого в данной модели пренебрежем. Так как пустот в цилиндре B_1C_1 в данной модели не предусмотрено, т.е. все пространство внутри заполнено магнитно-реологической жидкостью, то моменты инерции в верхней и нижней частях аппроксимируем сплошными цилиндрами. Момент инерции нижней части относительно оси z_1 : $I_{18z} = m_{18} r_{14}^2 / 2$. Моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 , проведенных из точки A_0 , являются переменными и определяются в соответствии с теоремой Штейнера следующим образом: $I_{18x} = I_{18y} = m_{18}(r_{14}^2/4 + \xi_1^2/3) + m_{18}l_{11}^2$. Момент инерции верхней части относительно оси z_1 : $I_{19z} = m_{19} r_{14}^2 / 2$. Моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 , проведенных из точки A_0 , являются переменными и определяются с использованием теоремы Штейнера: $I_{19x} = I_{19y} = m_{19}(r_{14}^2/4 + (l_{13} - l_{14} - \xi_1)^2/3) + m_{19}l_{11}^2$.

$-\xi_1)^2/3) + m_{19}(l_{11} + \xi_1 + l_{14})^2$. Все приведенные выше моменты инерции образуют для каждого звена тензоры инерции, которые выпишем в явном виде.

$$I_{18} = \begin{pmatrix} m_{18} \left(\frac{r_{14}^2}{4} + \frac{\xi_1^2}{3} + l_{11}^2 \right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{18} \left(\frac{r_{14}^2}{4} + \frac{\xi_1^2}{3} + l_{11}^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{18} \frac{r_{14}^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

$$I_{19} = \begin{pmatrix} m_{18} \left(\frac{r_{14}^2}{4} + \frac{(l_{13} - l_{14} - \xi_1)^2}{3} + (l_{11} + \xi_1 + l_{14})^2 \right) & 0 & 0 \\ 0 & m_{18} \left(\frac{r_{14}^2}{4} + \frac{(l_{13} - l_{14} - \xi_1)^2}{3} + (l_{11} + \xi_1 + l_{14})^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 & m_{19} \frac{r_{14}^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

С использованием пакета Wolfram Mathematica 11.3 составлены уравнения Лагранжа второго рода для рассматриваемой уточненной пространственной модели звена экзоскелета переменной длины с управляемой жесткостью, являющиеся ее математической моделью.

$$\begin{aligned} & (I_{11x} + I_{12x} + I_{13x} + I_{14x} + I_{15x} + I_{16x} + I_{17x} + (l_{11} + l_{14} + \xi_1)l_{12}m_{12} + \\ & + l_{11}l_{13}m_{13} + (l_{11} + \xi_1)l_{14}m_{14} + l_{11}l_{16}m_{16} + (l_{11} + l_{13})l_{17}m_{17} + \\ & + \pi r_{14}^2 \rho_8 \left(l_{13} \left(l_{11}^2 + l_{11}l_{13} + \frac{l_{13}^2}{3} + \frac{r_{14}^2}{4} \right) - l_{14} \left(l_{11}^2 + l_{11}l_{14} + \frac{l_{14}^2}{3} + \frac{r_{14}^2}{4} \right) - \right. \\ & \left. - \xi_1 (2l_{11}l_{14} + l_{14}^2 + l_{14}\xi_1) \right) (\cos^2 \theta_1) \ddot{\eta}_1 + \\ & + (I_{11z} + I_{12z} + I_{13z} + I_{14z} + I_{15z} + I_{16z} + I_{17z} + \pi r_{14}^4 \rho_8 (l_{13} - l_{14})) \times \\ & \times ((\sin \theta_1) \ddot{\psi}_1 + (\cos \theta_1) \dot{\theta}_1 \dot{\psi}_1) + \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned}
& -2(I_{11x} - I_{11z} + I_{12x} - I_{12z} + I_{13x} - I_{13z} + I_{14x} - I_{14z} + I_{15x} - I_{15z} + \\
& \quad + I_{16x} - I_{16z} + I_{17x} - I_{17z} + (l_{11} + l_{14} + \xi_1)l_{12}m_{12} + \\
& \quad + l_{11}l_{13}m_{13} + (l_{11} + \xi_1)l_{14}m_{14} + l_{11}l_{16}m_{16} + (l_{11} + l_{13})l_{17}m_{17} + \\
& \quad + \pi r_{14}^2 \rho_8 \left(l_{13} \left(l_{11}^2 + l_{11}l_{13} + \frac{l_{13}^2}{3} + \frac{r_{14}^2}{4} \right) - l_{14} \left(l_{11}^2 + l_{11}l_{14} + \frac{l_{14}^2}{3} + \frac{r_{14}^2}{4} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \xi_1 (2l_{11}l_{14} + l_{14}^2 + l_{14}\xi_1) \right) (\sin \theta_1) (\cos \theta_1) \dot{\eta}_1 \dot{\theta}_1 + \\
& \quad + (l_{12}(m_{12} + 2m_{15}) + 2(l_{11} + \xi_1)(m_{12} + m_{14} + m_{15} - l_{14}\pi r_{14}^2 \rho_8) + \\
& \quad + l_{14}(2m_{12} + m_{14} + 2m_{15} - l_{14}\pi r_{14}^2 \rho_8)) (\cos^2 \theta_1) \dot{\eta}_1 \dot{\xi}_1 - \\
& - (m_{11}l_{11} + m_{12}(2l_{11} + l_{12} + 2l_{14} + 2\xi_1) + m_{13}(2l_{11} + l_{13}) + m_{14}(2l_{11} + l_{14} + 2\xi_1) + \\
& \quad + 2m_{15}(l_{11} + l_{12} + l_{14} + \xi_1) + m_{16}(2l_{11} + l_{16}) + m_{17}(2l_{11} + 2l_{13} + l_{17}) + \\
& \quad + \pi r_{14}^2 \rho_8 (\xi_1(2l_{11} + \xi_1) + (l_{13} - l_{14} - \xi_1)(2l_{11} + l_{13} + l_{14} + \xi_1))) \times \\
& \quad \times 0.5g(\sin \eta_1)(\cos \theta_1) = M_{1\eta},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{11y} + I_{12y} + I_{13y} + I_{14y} + I_{15y} + I_{16y} + I_{17y} + (l_{11} + l_{14} + \xi_1)l_{12}m_{12} + l_{11}l_{13}m_{13} + \\
& \quad + (l_{11} + \xi_1)l_{14}m_{14} + l_{11}l_{16}m_{16} + (l_{11} + l_{13})l_{17}m_{17} + \\
& \quad + \pi r_{14}^2 \rho_8 \left(l_{13} \left(l_{11}^2 + l_{11}l_{13} + \frac{l_{13}^2}{3} + \frac{r_{14}^2}{4} \right) - \right. \\
& \quad \left. - l_{14} \left(l_{11}^2 + l_{11}l_{14} + \frac{l_{14}^2}{3} + \frac{r_{14}^2}{4} \right) - \xi_1 (2l_{11}l_{14} + l_{14}^2 + l_{14}\xi_1) \right) \ddot{\theta}_1 + \\
& \quad + (I_{11x} - I_{11z} + I_{12x} - I_{12z} + I_{13x} - I_{13z} + I_{14x} - I_{14z} + \\
& \quad I_{15x} - I_{15z} + I_{16x} - I_{16z} + I_{17x} - I_{17z} + (l_{11} + l_{14} + \xi_1)l_{12}m_{12} + \\
& \quad + l_{11}l_{13}m_{13} + (l_{11} + \xi_1)l_{14}m_{14} + l_{11}l_{16}m_{16} + (l_{11} + l_{13})l_{17}m_{17} + \\
& \quad + \pi r_{14}^2 \rho_8 \left(l_{13} \left(l_{11}^2 + l_{11}l_{13} + \frac{l_{13}^2}{3} + \frac{r_{14}^2}{4} \right) - l_{14} \left(l_{11}^2 + l_{11}l_{14} + \frac{l_{14}^2}{3} + \frac{r_{14}^2}{4} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \xi_1 (2l_{11}l_{14} + l_{14}^2 + l_{14}\xi_1) \right) (\sin \theta_1) (\cos \theta_1) \dot{\eta}_1^2 + \\
& \quad + (l_{12}(m_{12} + 2m_{15}) + 2(l_{11} + \xi_1)(m_{12} + m_{14} + m_{15} - l_{14}\pi r_{14}^2 \rho_8) + \\
& \quad + l_{14}(2m_{12} + m_{14} + 2m_{15} - l_{14}\pi r_{14}^2 \rho_8)) \dot{\theta}_1 \dot{\xi}_1 - \\
& - (I_{11z} + I_{12z} + I_{13z} + I_{14z} + I_{15z} + I_{16z} + I_{17z} + \pi r_{14}^4 \rho_8 (l_{13} - l_{14})) (\cos \theta_1) \dot{\eta}_1 \dot{\psi}_1 +
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
& - (m_{11}l_{11} + m_{12}(2l_{11} + l_{12} + 2l_{14} + 2\xi_1) + m_{13}(2l_{11} + l_{13}) + \\
& \quad + m_{14}(2l_{11} + l_{14} + 2\xi_1) + 2m_{15}(l_{11} + l_{12} + l_{14} + \xi_1) + \\
& \quad + m_{16}(2l_{11} + l_{16}) + m_{17}(2l_{11} + 2l_{13} + l_{17}) + \\
& + \pi r_{14}^2 \rho_8 (\xi_1(2l_{11} + \xi_1) + (l_{13} - l_{14} - \xi_1)(2l_{11} + l_{13} + l_{14} + \xi_1))) \times \\
& \quad \times 0.5 g (\cos \eta_1) (\sin \theta_1) = M_{10},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{11z} + I_{12z} + I_{13z} + I_{14z} + I_{15z} + I_{16z} + I_{17z} + \pi r_{14}^4 \rho_8 (l_{13} - l_{14})) \times \\
& \quad \times (\dot{\eta}_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + \ddot{\eta}_1 \sin(\theta_1) + \ddot{\psi}_1) = M_{1\psi},
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
& (m_{12} + m_{14} + m_{15} + \pi r_{14}^2 \rho_8 (l_{13} - l_{14} - \xi_1)) \ddot{\xi}_1 - 0.5 \pi r_{14}^2 \rho_8 \dot{\xi}_1^2 - \\
& - ((l_{11} + \xi_1)(m_{12} + m_{14} + m_{15} + \pi r_{14}^2 \rho_8 l_{14}) + 0.5 l_{12} (m_{12} + 2m_{15}) + \\
& \quad + 0.5 l_{14} (2m_{12} + m_{14} + 2m_{15} - \pi r_{14}^2 \rho_8 l_{14})) \dot{\theta}_1^2 - \\
& - ((l_{11} + \xi_1)(m_{12} + m_{14} + m_{15} - \pi r_{14}^2 \rho_8 l_{14}) + 0.5 l_{12} (m_{12} + 2m_{15}) + \\
& \quad + 0.5 l_{14} (2m_{12} + m_{14} + 2m_{15} - \pi r_{14}^2 \rho_8 l_{14})) (\cos^2 \theta_1) \dot{\eta}_1^2 + \\
& + g (m_{12} + m_{14} + m_{15} - \pi r_{14}^2 \rho_8 l_{14}) (\cos \eta_1) (\cos \theta_1) = F_1,
\end{aligned} \tag{4.31}$$

где F_1 – продольная сила, управляющая изменением длины звена.

Опишем механизм влияния напряженности магнитного поля, управляющего посредством изменения свойств магнитно-реологической жидкости, продольной силой F_1 . Как показано в работах [1, 97, 178] вследствие действия электрических или магнитных полей жесткость электроупругих или магнитноупругих материалов может изменяться более чем на порядок. Этот факт обосновывает возможность создания конструктивных элементов экзоскелетов с управляемой жесткостью. Считаем, что магнитные частицы имеют форму эллипсоида. В результате действия нагрузки от верхней части звена D_1A_1 , действия реакции нижней части звена A_0B_1 , осуществляется движение поршня E_1D_1 внутри цилиндра B_1C_1 . В цилиндре содержится магнитно-реологическая жидкость, которая, вследствие приложения управляющего магнитного поля изменяет свою вязкость, тем самым оказывая управляемое переменное сопротивление движению поршня, моделируемое продольной силой F_1 . Если внешнее магнитное поле не приложено, то магнитные частицы жидкости расположены хаотично. Они легко проходят сквозь отверстия в поршне, которые больше двух малых осей эллипсоида, но меньше большей оси эллипсоида, которым моделируются

магнитные частицы. Следовательно, магнитно-реологическая жидкость оказывает незначительное сопротивление движению поршня, продольная сила F_1 мала. В случае приложения внешнего магнитного поля магнитные частицы ориентируются большой осью эллипсоида перпендикулярно отверстиям в поршне, чтобы не проходить сквозь отверстия в поршне. Тем самым изменяется вязкость магнитно-реологической жидкости. Чем больше значения поля, тем большая доля магнитных частиц ориентируется и тем больше вязкость магнитно-реологической жидкости. Следовательно, продольная сила F_1 увеличивается. Таким образом, внешнее магнитное поле управляет продольной силой F_1 . Магнитное поле создается при помощи электромагнитной катушки, намотанной на цилиндр для магнитно-реологической жидкости. При приложении внешнего магнитного поля жидкость оказывает сопротивление движению поршня, которое тем больше, чем больше ориентированных частиц в ней содержится. Тем самым можно регулировать жесткость звена A_0A_1 и управлять продольной силой сопротивления F_1 , определяющей изменение длины звена. Зависимость продольной силы сопротивления F_1 , реализуемой магнитно-реологической жидкостью от напряженности магнитного поля, имеет вид (4.7). Анализируя научно-техническую литературу, следует отметить, что сейчас наметилась тенденция – в устройствах, не требующих сравнительно больших усилий, замены гидро- и пневмо-приводов на электромагнитоприводы, которые имеют, меньшие габариты, энергопотребление и себестоимость [74, 140].

Модель дополняется значениями параметров, характеризующими звено и свойствами магнитно-реологической жидкости. По заданному движению решается обратная задача динамики, определяются управляющие силы, моменты и напряженность управляющего внешнего магнитного поля, аналогично работам [12, 13, 18, 67, 68]. Затем требуется решить прямую задачу динамики, определив изменения обобщенных координат по заданным управляющим воздействиям, аппроксимированным ступенчатыми функциями.

Для решения задачи управления программным движением звена используется метод управления системами антропидной структуры [100, 106,

115] с применением периодических тригонометрических функций. В отличие от использования эмпирической информации о ходьбе человека, предложенного в [121, 122], использование тригонометрических функций с гладкими производными оказывается удобнее для решения обратной задачи динамики и получения гладких функций для управляющих моментов и продольной силы.

Для определения управляющих воздействий телескопического звена с демпфированием зададим углы поворота и изменение расстояния B_1E_1 между дном цилиндра и нижней поверхностью поршня непрерывными дифференцируемыми функциями, синтезирующими движение близкое к антропоморфному. Для сопоставления результатов используем функции, которые использовались для приближенной модели (4.8)-(4.11). Параметры механизма и ходьбы приняты равными параметрам, использованным в приближенной модели.

Траектория движения верхней точки звена A_1 , представленная на рисунке 4.15, синтезирована на основе геометрических соотношений, определяющих положение верхней точки и функций (4.8)-(4.11) определяющих антропоморфное движение. Движение начинается из положения, отмеченного черной точкой на рисунке.

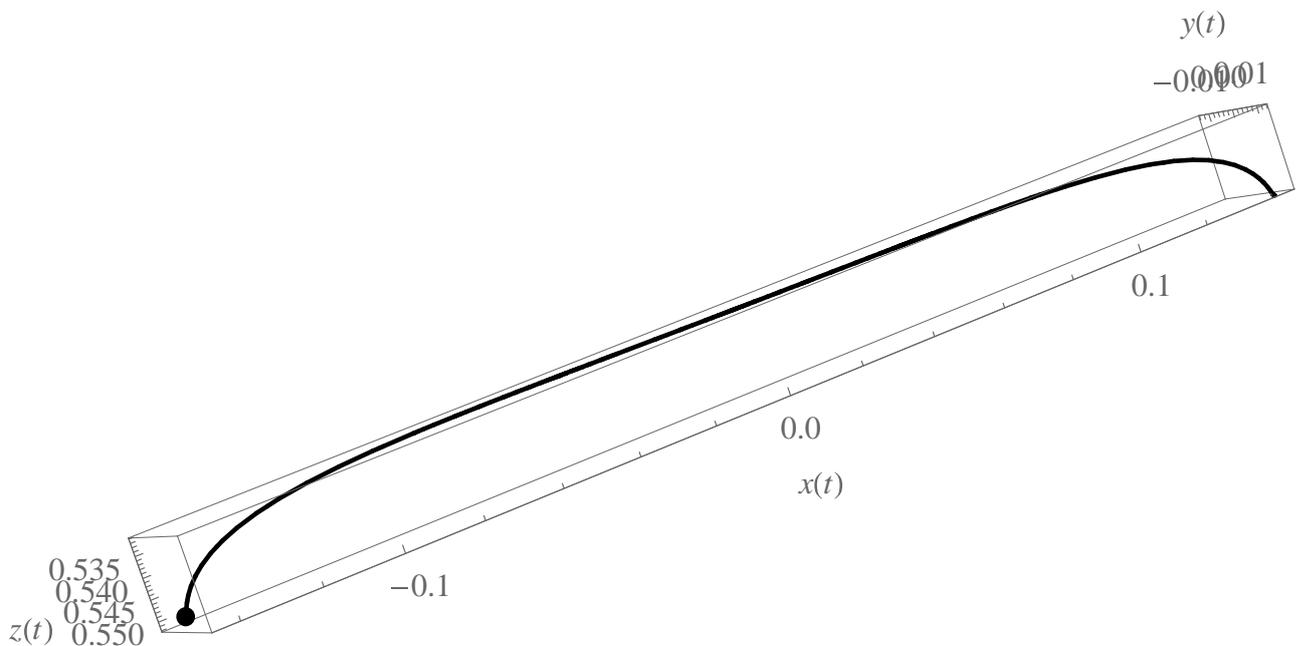


Рисунок 4.15 – Траектория движения верхней точки звена A_1 , получающаяся в результате задания обобщенных координат

Траектория движения соответствует антропоморфному движению и выбрана для наглядной иллюстрации самого метода решения. Аналогичное задание траекторий, реализующих антропоидное движение, используется при построении многозвенных моделей [9, 12]. Таким образом, задана достаточная информация о кинематике движения, необходимая для решения обратной задачи динамики в рамках рассматриваемой модели.

Из уравнений динамики звена (4.28)-(4.31) по известным кинематическим характеристикам движения определяются моменты и продольная сила (рисунок 4.16 слева). Моменты и продольная сила после аппроксимации ступенчатыми функциями представлены на (рисунок 4.16 справа). Все вычисления приводятся в системе «СИ».

Сравнивая полученные значения моментов и продольной силы, полученные для уточненной модели (рисунок 4.16) с результатами, полученными для приближенной модели (рисунок 4.6 и рисунок 4.7), видно, что их значения стали немного больше, при качественном сохранении вида зависимостей. Это подтверждает преимущество и корректность уточненной модели.

По известному выражению продольной силы может быть определен закон изменения напряженности магнитного поля, необходимый для обеспечения требуемых демпфирующих свойств звена (рисунок 4.17). Описание модели взаимодействия магнитно-реологической жидкости с внешним магнитным полем и методика определения напряженности для приближенных моделей звеньев изложены в работах [12, 13, 18, 67, 68]. При этом модель взаимодействия аналогична, поэтому дальнейшие результаты не приводятся.

При сокращении длины звена поршень движется вниз под действием внешних сил и активное изменение скорости движения поршня достигается изменением вязкости магнитно-реологической жидкости. При увеличении напряженности внешнего магнитного поля жесткость жидкости увеличивается и скорость движения поршня замедляется. При уменьшении напряженности магнитного поля, жесткость жидкости уменьшается, и скорость движения поршня увеличивается. Тем самым достигается активное управление изменением длины звена.

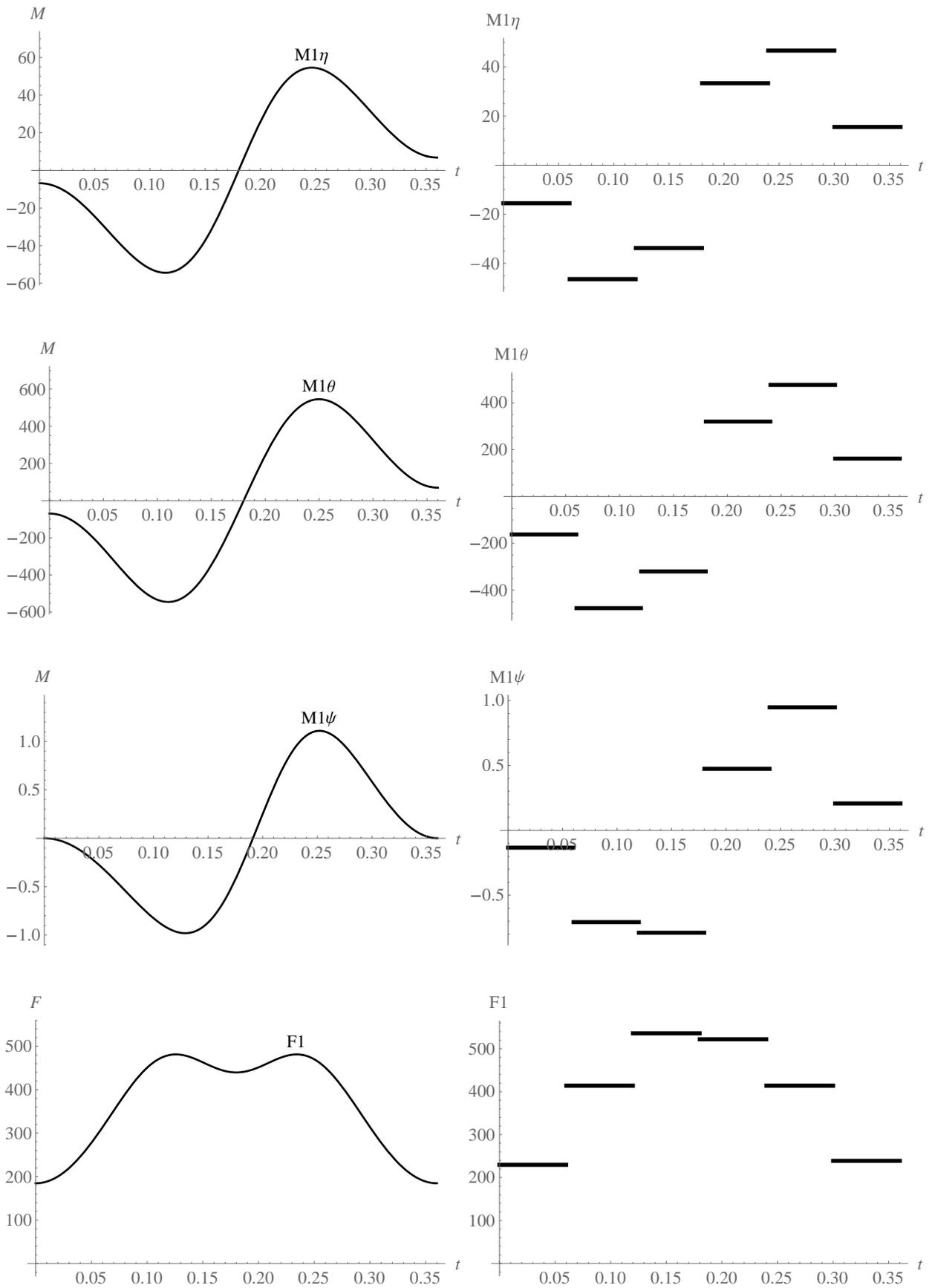


Рисунок 4.16 – Управляющие усилия (слева) и их аппроксимация ступенчатыми функциями (справа)

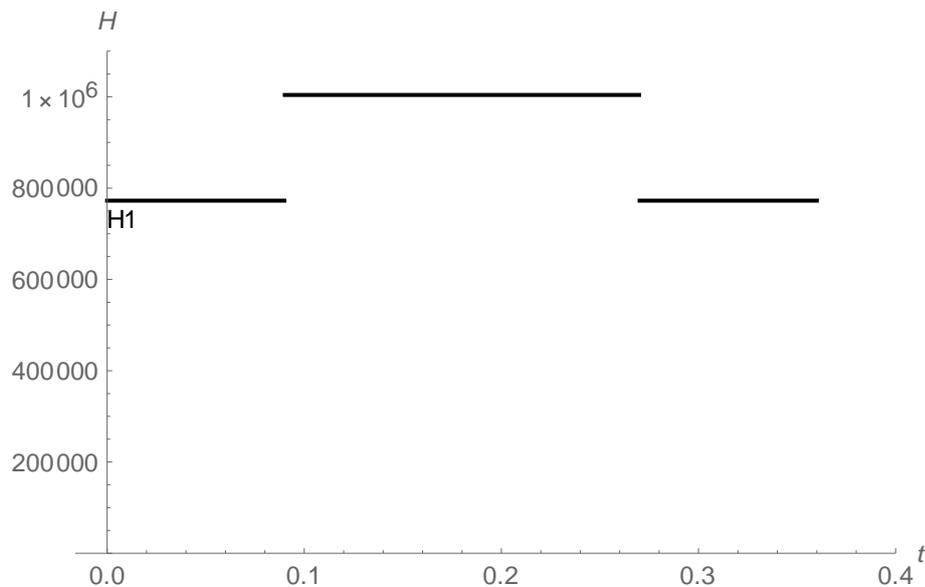


Рисунок 4.17 – Зависимость напряженности внешнего магнитного поля от времени

Так звено переменной длины экзоскелета при увеличении длины в фазе переноса ноги может следовать за движением человека, удлиняясь под действием силы тяжести. В этом случае можно управлять скоростью изменения длины аналогично случаю сжатия звена. При этом отдельным управлением катушками над поршнем и ниже поршня можно осуществить движение изменением длины звена в зависимости от действия активных внешних сил и внутренних сил сопротивления в некотором ограниченном диапазоне. Если в нижней части звена магнитно-реологическую жидкость делать более вязкой, а в верхней части менее вязкой, то поршень будет легче смещаться вверх, тем самым приближаясь к активному управляемому источнику движения при увеличении длины звена экзоскелета. Тем самым будет достигаться значительная энергетическая эффективность экзоскелета, например, в случае отсутствия электрических приводов, активно управляющих изменением длины звена.

Для решения прямой задачи динамики используется метод задания ступенчатых управляющих функций [12, 13, 18, 67, 68], разбивая время движения звена на шесть равных частей, для каждой из которых интегрированием подсчитывается среднее значение управляющего момента и продольной силы (рисунок 4.16 справа). Известные выражения моментов после коррекции

используются при решении задачи Коши, моделируя импульсное управление приводами звена.

В результате решения прямой задачи получены следующие графические зависимости обобщенных координат и их производных от времени (рисунок 4.18 – рисунок 4.20).

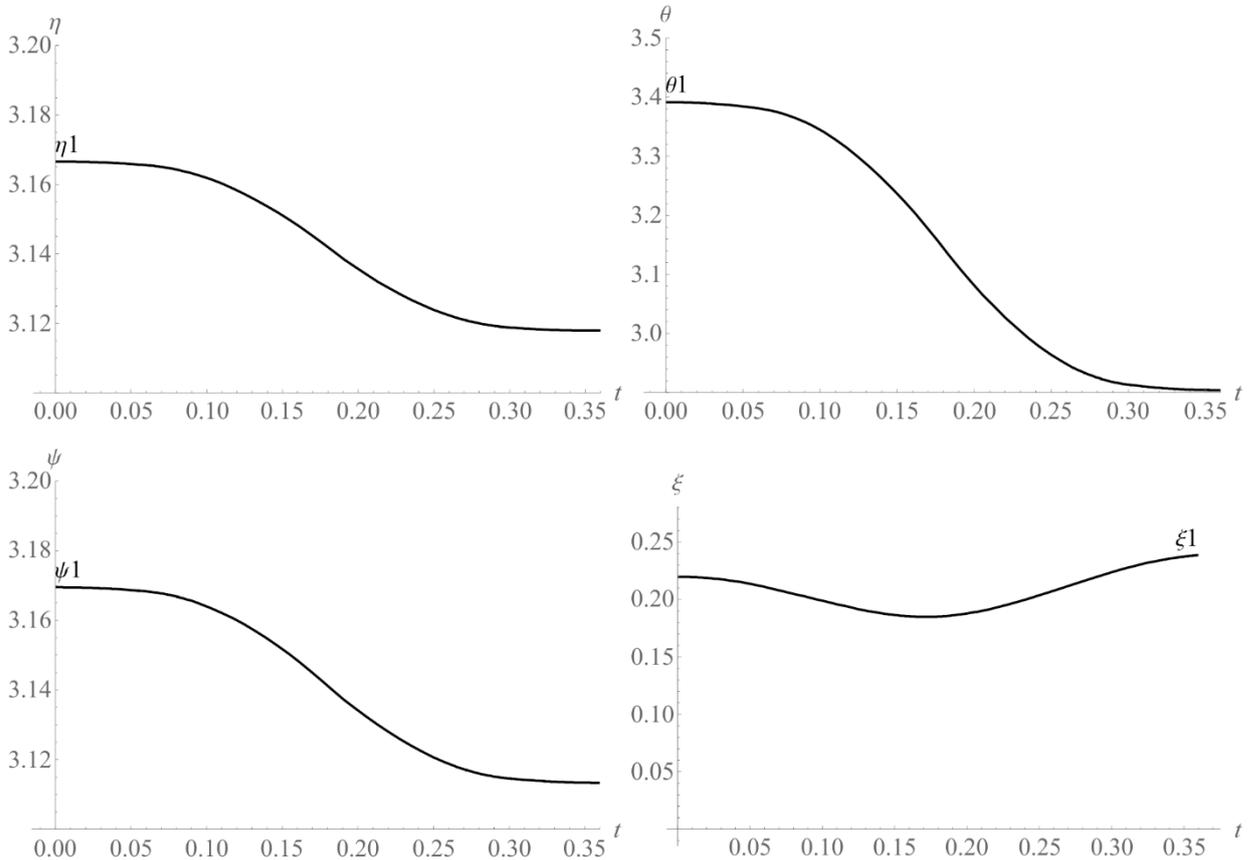


Рисунок 4.18 – Зависимости обобщенных координат от времени, полученные в результате решения прямой задачи динамики

Из сравнения зависимостей (рисунок 4.18 – рисунок 4.20), полученных в результате решения прямой задачи, с исходными данными (рисунок 4.3 – рисунок 4.5), можно заметить, что они отличаются незначительно. Имеются различия в поведении обобщенных скоростей и ускорений. Это показывает, что методы, работавшие хорошо для плоских моделей [105, 107] и для стержневых трехмерных моделей [12, 13, 18, 67, 68, 108], при переходе к достаточно точной пространственной модели сохраняют свою эффективность при учете в данной модели тензоров инерции и трех вращательных степеней свободы, вместо двух, как было реализовано в моделях со стержнями.

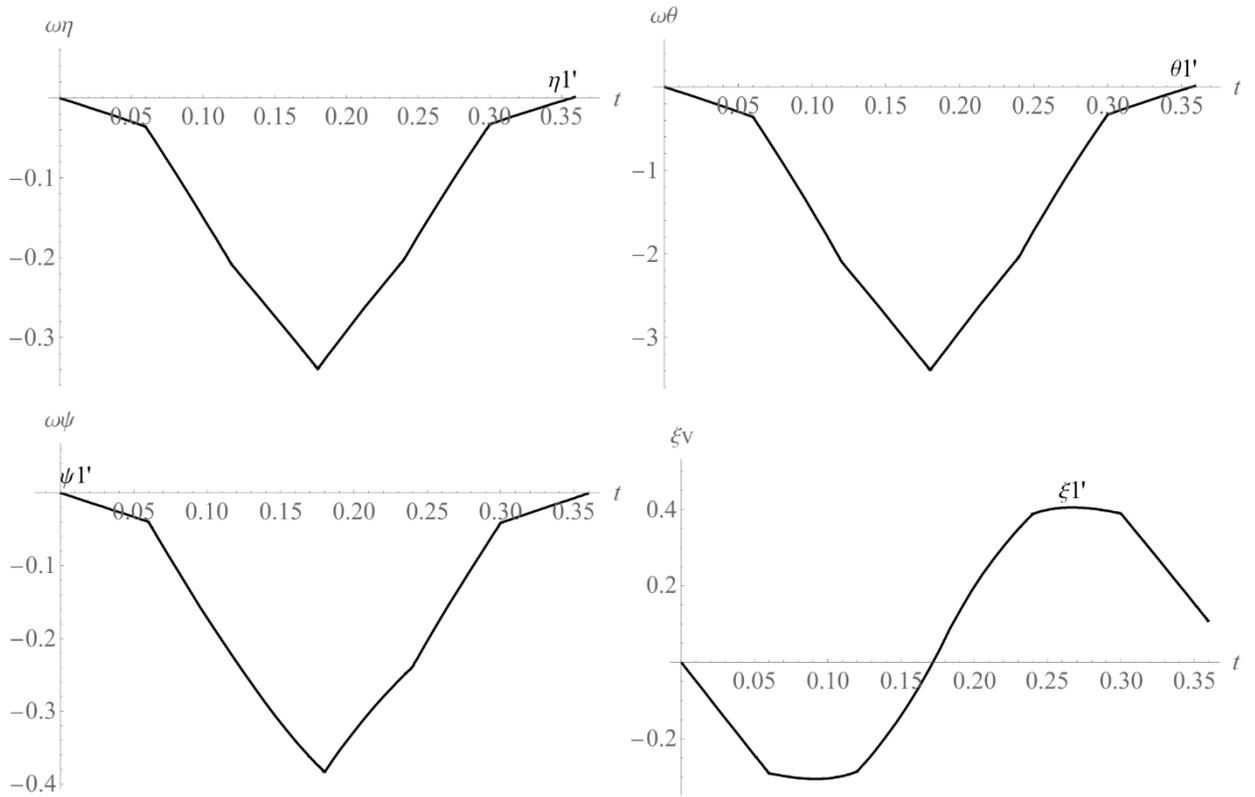


Рисунок 4.19 – Зависимости обобщенных скоростей от времени, полученные в результате решения прямой задачи динамики

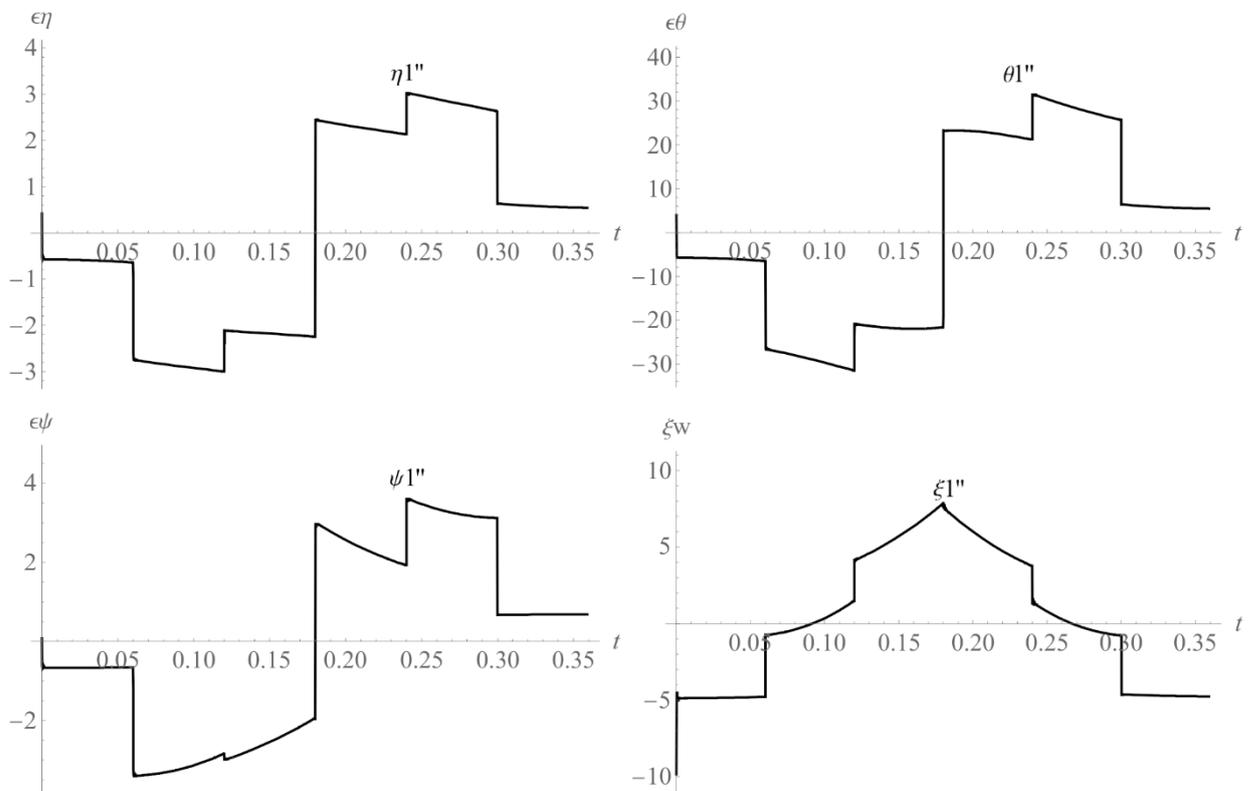


Рисунок 4.20 – Зависимости обобщенных ускорений от времени, полученные в результате решения прямой задачи динамики

Однако, время работы программы существенно увеличилось. Следовательно, необходимо разрабатывать другие, более эффективные способы [92, 99, 139, 174, 185, 186, 188].

Энергетические затраты всего механизма подсчитываются как сумма работ моментов и продольной силы на соответствующих перемещениях за время движения:

$$A = \int_0^T (|M_{\eta} \dot{\eta}| + |M_{\theta} \dot{\theta}| + |M_{\psi} \dot{\psi}| + |F \dot{\xi}|) dt. \quad (4.32)$$

При исходном управлении с использованием непрерывных моментов, затраты энергии получаются равными величине $A = 208.7$ Дж. В результате решения прямой задачи с моментами, аппроксимированными ступенчатыми функциями, получено $A = 212.6$ Дж. Таким образом, различия в затратах энергии на управляющие усилия при управлении одним звеном непрерывными и ступенчатыми функциями незначительны. Данные оценки по формуле (4.32) необходимы для дальнейшего подбора источников питания и оценки времени работы автономного экзоскелета.

Использование цилиндрической формы элементов звена повышает точность модели примерно на 15-20% в зависимости от отношения радиуса цилиндрического звена к его длине [10]. Однако, при этом значительно увеличивается количество операций и трудоемкость, связанная с реализацией уточненной математической модели звена экзоскелета переменной длины с регулируемой жесткостью. В сравнении с моделью одного звена переменной длины, в которой составные элемента звена моделировались стержнями, время составления системы дифференциальных уравнений движения, увеличилось примерно в 500 раз. Также имеет место накопление погрешности при численном моделировании. Методы управления, которые хорошо работали в моделях со стержневыми элементами, в данной модели показали недостаточную эффективность и точность. Поэтому при моделировании экзоскелета с такими звеньями, с несколькими звеньями, следует учитывать необходимость точной

модели и временные затраты на ее реализацию. В случае качественных исследований, возможно, следует предпочесть более простую модель, которая дает схожие результаты при значительно превышающей скорости работы.

4.4 Оценка погрешности уточненной модели в сравнении с созданными ранее моделями

Исследуем, насколько повышается точность моделирования звена, если перейти от модели стержня к модели звена в форме цилиндра. Ранее, в работах [16, 17, 100, 109-112, 114, 116] форма звеньев моделировалась стержнем, в данной модели используются цилиндры. Рассмотрим вопрос о погрешности на примере нижней весомой части звена A_0B_1 , моделируемой сплошным однородным цилиндром длины l_{11} и радиусом r_{11} . Как выше было указано, момент инерции сплошного цилиндра радиусом R и длиной l относительно оси, перпендикулярной продольной оси симметрии цилиндра и проходящей через его конец, определяется величиной:

$$I_{11x} = I_{11y} = m_{11}(r_{11}^2/4 + l_{11}^2/3). \quad (4.33)$$

Осевой момент инерции стержня длиной l_{11} относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец, равен:

$$I_{11} = m_{11}l_{11}^2/3. \quad (4.34)$$

Следовательно, абсолютная погрешность аппроксимации цилиндра стержнем, равна модулю разности соответствующих моментов инерции:

$$|I_{11x} - I_{11}| = m_{11}r_{11}^2/4. \quad (4.35)$$

Относительная погрешность при аппроксимации момента инерции цилиндра стержнем определяется выражением:

$$\delta = |I_{11x} - I_{11}|/I_{11} = 3r_{11}^2/(4l_{11}^2). \quad (4.36)$$

Следовательно, погрешность тем больше, чем больше радиус цилиндра и меньше его длина. Например, для рассматриваемой нижней части, если принять

$R \approx 0.07$ м, $l \approx 0.15$ м, относительная погрешность $\delta = 0,16$, является существенной. Следовательно, использование цилиндрической формы элементов звена повышает точность модели. Однако, при этом значительно увеличивается количество операций и трудоемкость, связанная с реализацией уточненной математической модели звена экзоскелета переменной длины с регулируемой жесткостью.

Если подсчитать суммарный момент инерции уточненной модели всего звена и момент инерции приближенной моделей, выражение для относительной погрешности примет вид:

$$\delta = \frac{\left| \sum_{i=1}^9 I_{lix} - \sum_{i=1}^3 I_{li} \right|}{\sum_{i=1}^3 I_{li}}. \quad (4.37)$$

В данной формуле относительная погрешность является величиной переменной, т.к. моменты, входящие в тензоры инерции в формулах (4.20), (4.22), (4.23), (4.26), (4.27), изменяются вследствие переменности длины звена. Зависимость относительной погрешности от времени при заданном изменении длины звена, описываемой формулой (4.11) и представленной на рисунке 4.3 снизу справа, имеет вид, изображенный на рисунке 4.21.

Как видно по рисунке 4.21, имеются незначительные периодические колебания относительной погрешности момента инерции звена в зависимости от времени, связанные с изменением длины звена. Среднее значение погрешности равно $\delta = 0.3998$. То есть, при учете всех элементов звеньев переменной длины в уточненной и приближенной моделях, относительная погрешность возрастает, в сравнении с оценкой погрешности только для нижней части звена. Момент инерции стержня относительно продольной оси цилиндра равен нулю, а момент инерции сплошного цилиндра есть $m_{11}r_{11}^2/2$. Следовательно, в данном случае относительная погрешность $\delta = 1$.

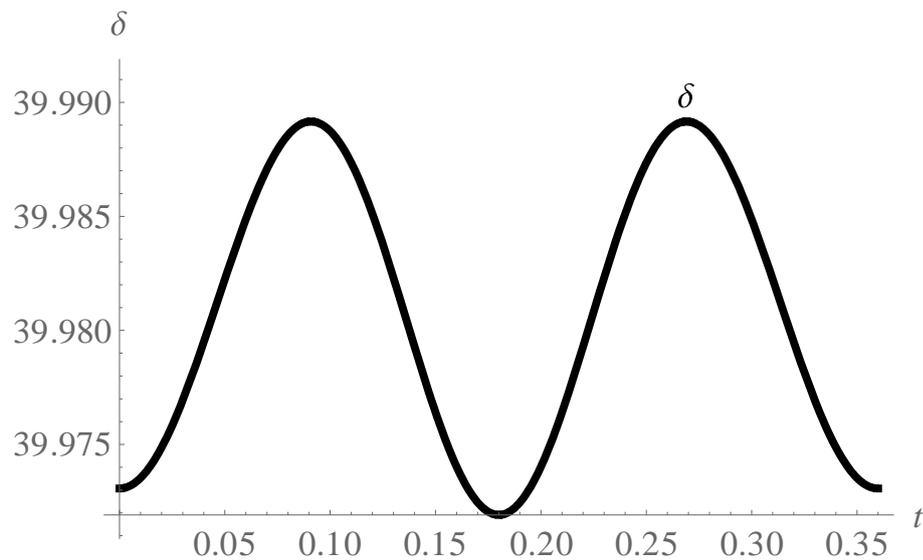


Рисунок 4.21 – Зависимость относительной погрешности от времени

Таким образом, проведенный анализ погрешностей приближения реального звена, состоящего из цилиндрических элементов, стержневой моделью показал, что с увеличением точности модели и количества учитываемых элементов погрешность возрастает, в пределе, для одной из осей, достигая максимального значения $\delta = 1$.

В результате проведенного исследования предлагается более точная модель телескопического звена экзоскелета с регулируемой жесткостью, отличающейся подробным учетом элементов, входящих в конструкцию звена. Описаны моменты инерции для всех конструктивных элементов, входящих в модель звена. Совокупность моментов инерции относительно осей координат образует тензор инерции каждого отдельного элемента звена. Учтено изменение момента инерции при перемещении поршня внутри цилиндра, связанное с переменным объемом магнитно-реологической жидкости, находящейся ниже поршня и выше поршня. Проведены оценки погрешности точности моделирования при использовании тонких стержней и цилиндров, установлено, что погрешность при этом является достаточно существенной, поэтому применение цилиндров в модели повышает ее точность. Повышение точности модели приводит к значительному увеличению трудоемкости, связанной с учетом тензоров инерций звеньев. Реализация уточненной математической модели телескопического звена экзоскелета с

Для решения обратной задачи динамики используем программный метод управления движением. Зададим обобщенные координаты в виде функций, синтезирующих приближенно антропоморфное движение звена (рисунок 4.23).

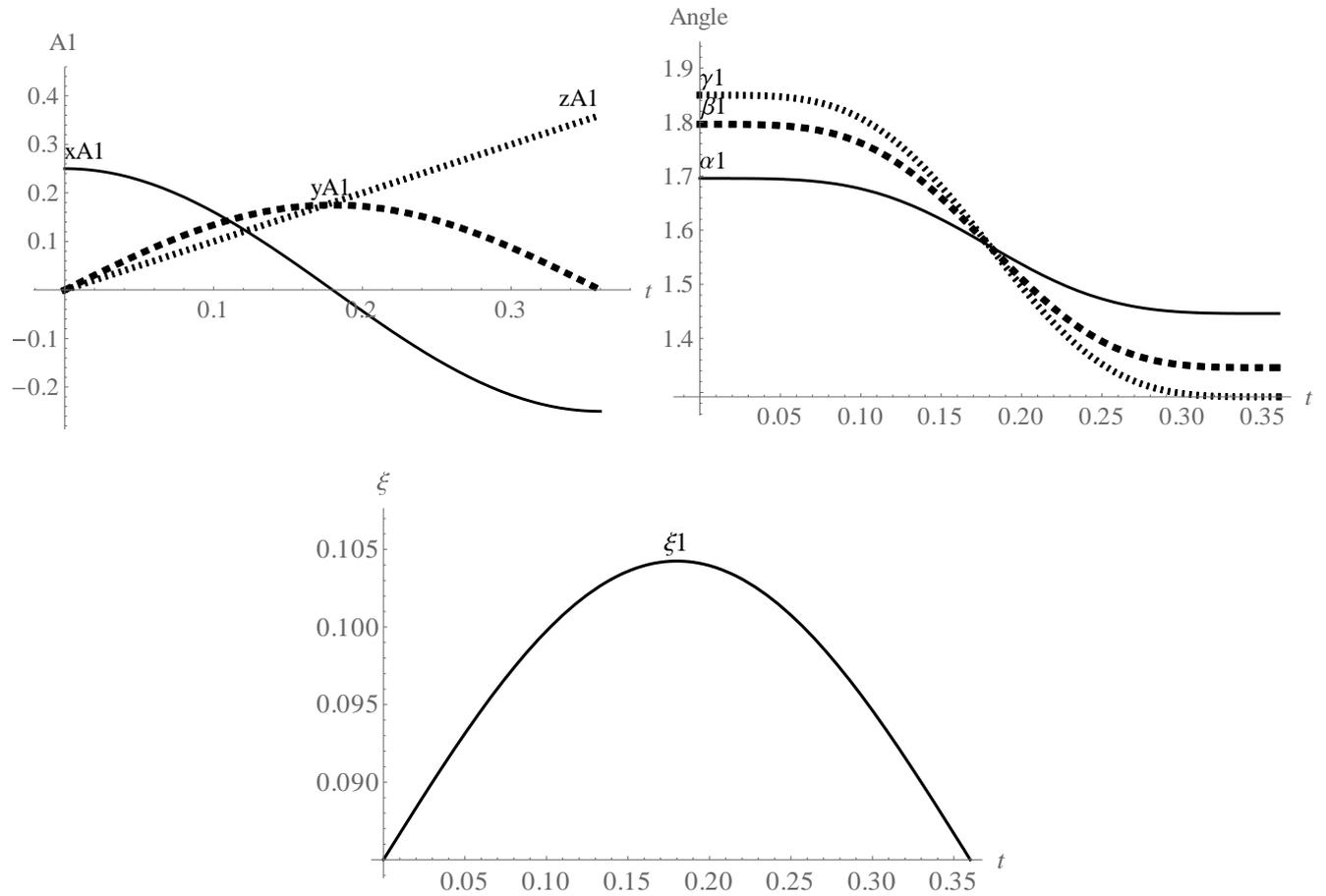


Рисунок 4.23 – Зависимости обобщенных координат от времени

Траектория, по которой движется полюс A_1 в абсолютной системе координат $A_0x_0y_0z_0$, имеет вид, представленный на (рисунок 4.24 слева), а траектория верхней точки A_2 на (рисунок 4.24 справа).

Зависимости скорости и ускорения полюса при его движении относительно абсолютной системы координат имеют вид, представленный на (рисунок 4.25).

Решая обратную задачу динамики, выразив из системы дифференциальных уравнений движения реакции, моменты, продольную силы, находим их. Результаты представим в графическом виде (рисунок 4.26).

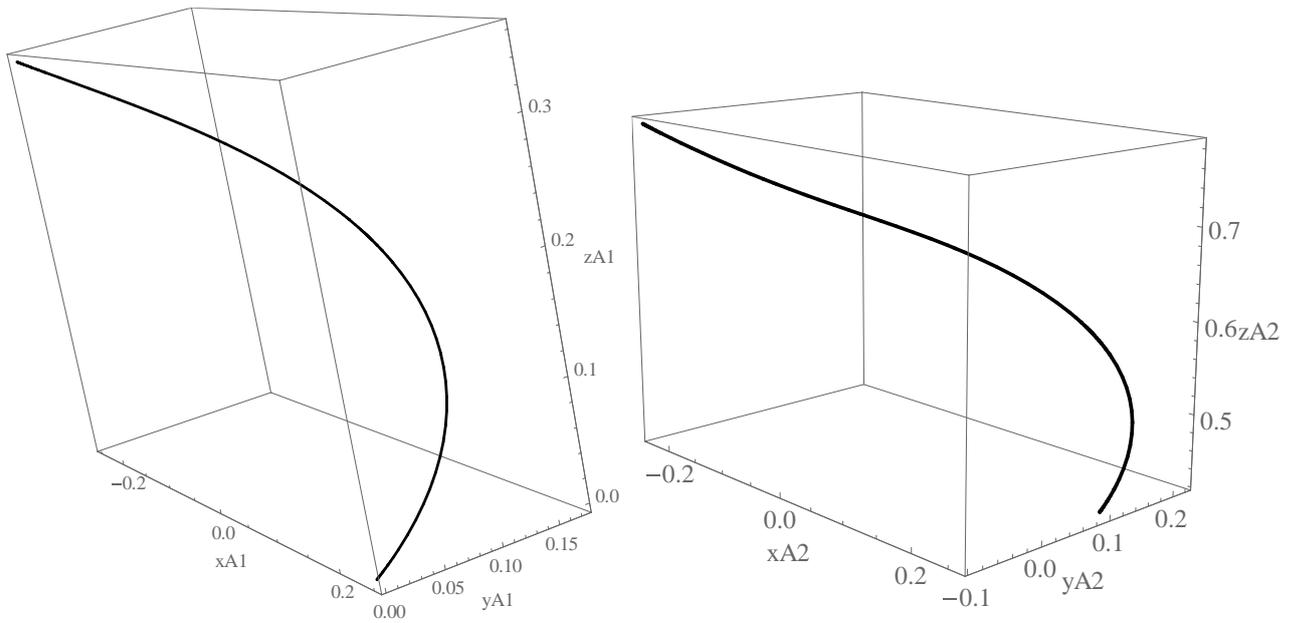


Рисунок 4.24 – Траектории движения полюса A_1 и верхней точки звена A_2 в абсолютной системе координат $A_0x_0y_0z_0$

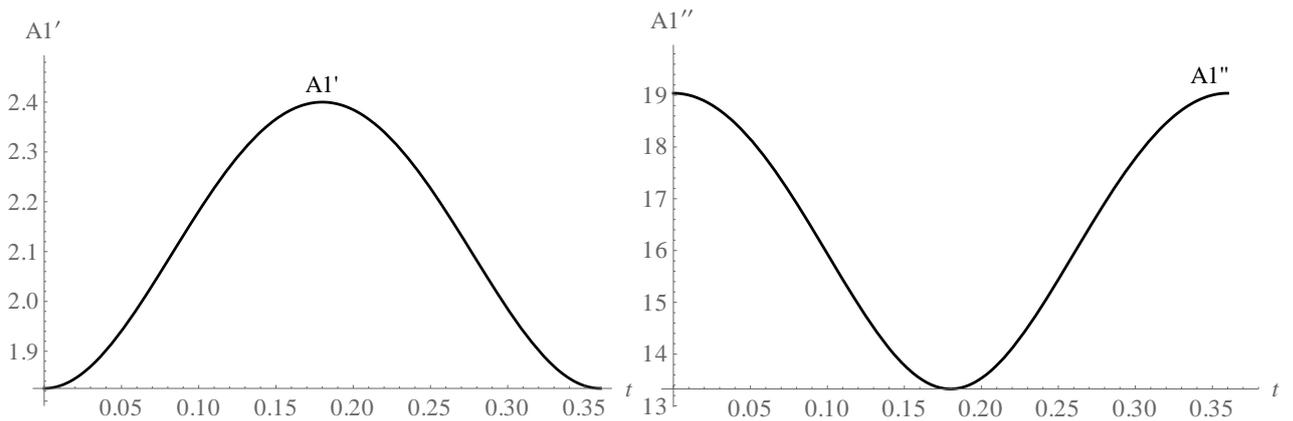


Рисунок 4.25 – Скорость и ускорение полюса при его движении относительно абсолютной системы координат

Достаточно большие значения полученных реакций, моментов и продольной силы объясняются значительным ускорением, с которым движется полюс (рисунок 4.26).

На основании полученного значения продольной силы, используя методику определения напряженности внешнего магнитного поля, для управления жесткостью магнитно-реологической жидкости, описанную в работах [13, 17, 18, 37, 38, 43, 75], получаем зависимости, представленные на (рисунок 4.27)

ступенчатыми функциями, отражающими усредненное значение напряженности на рассматриваемом участке.

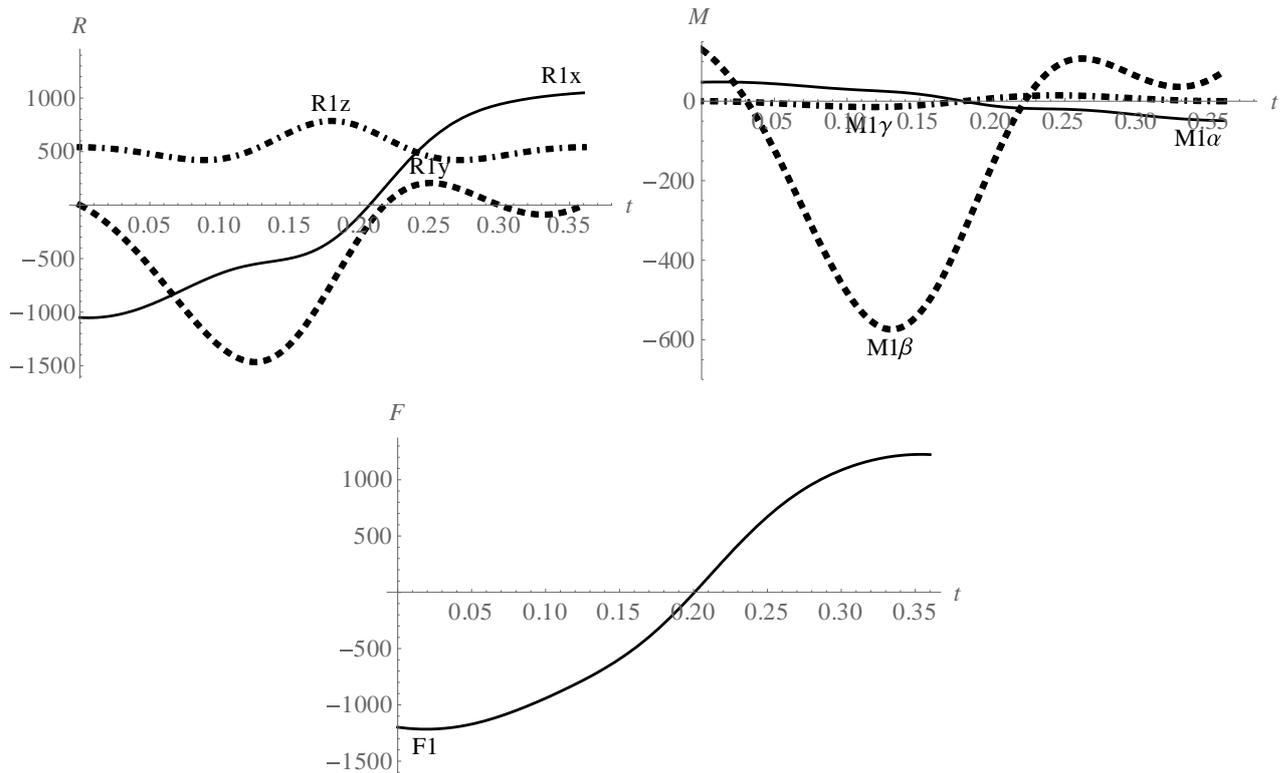


Рисунок 4.26 – Решение обратной задачи динамики

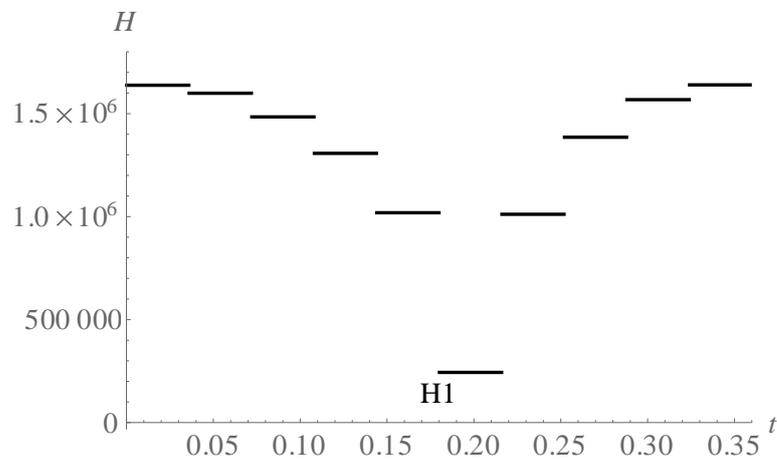


Рисунок 4.27 – Напряженность внешнего магнитного поля, управляющего жесткостью магнитно-реологической жидкости

Аппроксимация напряженности ступенчатыми функциями (рисунок 4.27) связана с особенностью методики ее нахождения из формулы (4.7). Значительные числовые значения напряженности внешнего магнитного поля связаны с демпфированием значительных продольных сил, возникающих при движении

звена. При реальном функционировании экзоскелета значения будут меньше за счет участия опорно-двигательного аппарата человека, который будет компенсировать часть нагрузки.

Подсчитывая работу в каждом приводе по формулам, для всего механизма получим следующее выражение:

$$A = \int_0^T \left(|R_{1x} \dot{x}| + |R_{1y} \dot{y}| + |R_{1z} \dot{z}| + |M_{\eta} \dot{\eta}| + |M_{\theta} \dot{\theta}| + |M_{\psi} \dot{\psi}| + |F \dot{\xi}| \right) dt. \quad (4.38)$$

Получаем расход энергии при движении звена, который сведем в таблицу 4.1.

Таблица 4.1 – Работа реакций, моментов, продольной силы и суммарные затраты энергии

	R_{1x}	R_{1y}	R_{1z}	$M_{1\alpha}$	$M_{1\beta}$	$M_{1\gamma}$	F_1	Σ
A , Дж	283.3	148.1	194.1	4.4	134.2	5.4	38.7	808.3

Как видно, из таблицы 4.1, основной расход энергии связан с работой реакции подвижного полюса, как следствие заданного значительного ускорения, с которым он движется.

Полученные результаты показывают теоретическую возможность создания звена переменной длины с управляемой жесткостью с использованием магнитно-реологической жидкости. Показана возможность управлять жесткостью звена посредством приложения к цилиндру с магнитно-реологической жидкостью внешнего магнитного поля.

В результате численного моделирования решена обратная задача динамики. С использованием метода программного управления движением были найдены реакции, управляющие моменты и продольная сила, а на ее основе и напряженность внешнего магнитного поля, управляющего жесткостью звена. Подсчитана работа реакций, моментов, продольной силы и суммарные затраты энергии при движении звена, что является необходимым при выборе источника питания. Полученные значения превышают по абсолютной величине результаты, полученные ранее [16, 17, 100, 109-112, 114, 116], в пределах, обусловленных

учетом дополнительных масс и моментов инерции компонентов звена, а также значительного ускорения подвижного полюса звена.

В результате исследования создана достаточно точная и подробная модель звена переменной длины, с учетом цилиндрической формы всех деталей, входящих в конструкцию звена. Описаны тензоры инерции каждой детали. Учтено перетекание магнитно-реологической жидкости сквозь поршень и ее переменное количество в верхней и нижней частях цилиндра, в котором она содержится. В предложенной модели нижняя точка звена, принимаемая за полюс, движется поступательно относительно трех осей координат, что отличает созданную модель от рассмотренных ранее [16, 17, 100, 109-112, 114, 116]. Создана механическая модель звена в виде уравнений Лагранжа второго рода, проведен ее численный анализ. Предложенная модель может быть использована при создании более комфортабельных, в сравнении с имеющимися моделями, многозвенных устройств антропоидной структуры: экзоскелетов, скафандров, роботов.

Выводы по главе

1. В результате исследования моделей магнитно-реологической среды с целью возможности применения их в звене переменной длины для управления жесткостью звена получена формула, связывающая силу сопротивления, реализуемой магнитно-реологической жидкостью в звене с напряженностью внешнего магнитного поля.

2. Созданы две модели: приближенная и уточненная звеньев экзоскелета со звеньями переменной длины и регулируемой жесткостью на основе магнитно-реологической среды и приводами в шарнирах-суставах в виде систем дифференциальных уравнений движения Лагранжа.

3. Предложен метод управления свойствами магнитно-реологической жидкости внешним магнитным полем и конструкция звена экзоскелета переменной длины с регулируемой жесткостью. Численные расчеты для звена экзоскелета переменной длины с регулируемой жесткостью для опорно-

двигательного аппарата человека позволили установить возможность его управляемого функционирования и развития необходимых, достаточных усилий для компенсации нагрузок, возникающих при ходьбе в результате приложения внешнего магнитного поля.

4. Разработаны способы управления изменением длин и жесткости звеньев и углов между звеньями, обеспечивающие реализацию требуемого движения. Результаты представлены в виде математических моделей в терминах систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Реализация численных расчетов визуализирована графическими зависимостями и анимационными видеороликами, позволяющими наглядно оценить движение моделей.

5. Создание математической модели экзоскелета со звеньями с регулируемой жесткостью и активными приводами в дальнейшем позволит получить фундаментальные данные для создания в перспективе экзоскелета, органично и естественно перемещающегося совместно с человеком.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате анализа научных публикаций, установлено, что имеющиеся модели далеки от биологического прототипа, а экзоскелеты не обладают достаточным уровнем комфортабельности вследствие жесткости звеньев. В рассмотренных моделях используются углы, отсчитываемые от фиксированных направлений, а не между звеньями, как в реальных биомеханических и механических системах. Отсутствует учет работы приводов в механизмах и оценки его влияния на динамику устройства. Исходя из этого предложено новое направление в механике – использование углов между звеньями переменной длины с учетом динамики приводов.

Исследована точность аппроксимации биологических прототипов стержневыми механическими системами. Установлено, что погрешность аппроксимации отдельных звеньев опорно-двигательного аппарата человека стержнями является значимой величиной.

Изучаемые управляемые системы твердых тел с шарнирами, изменяемой геометрией в антропоидных экзоскелетных устройствах реализованы в работе системами с учетом динамики электроприводов и моделями с магнитно-реологической жидкостью. Эти модели отличаются от ранее созданных использованием углов между звеньями. Данные модели можно использовать при создании прототипов экзоскелетов, что имеет важное практическое значение.

Оценка влияния динамики вращающихся роторов электродвигателей на кинематические характеристики движения звеньев механизма, показала, что их вклад в динамику звеньев является существенным.

В связи с тем, что экзоскелетах время автономной работы не велико, проводился подсчет затрат энергии во время движения моделей. Установлен значительный расход энергии, что важно при выборе источников питания для экзоскелетов.

Разработаны приближенная и уточненная трехмерные модели звеньев переменной длины с регулируемой жесткостью. Разработана модель экзоскелета,

состоящая из пяти звеньев переменной длины с регулируемой жесткостью. Получены зависимости управляющих моментов, продольных сил, напряженностей внешних магнитных полей, управляющих движением предложенной модели.

Проведены оценки погрешности точности моделирования при использовании тонких стержней и цилиндров, установлено, что погрешность при этом является достаточно существенной, поэтому применение цилиндров в модели повышает ее точность.

Реализация уточненной математической модели экзоскелета со звеньями переменной длины с регулируемой жесткостью поможет создать новые, более комфортабельные для пользователя энергоэффективные модели экзоскелетов нового поколения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамчук С.С., Гришин Д.А., Крамаренко Е.Ю., Степанов Г.В., Хохлов А.Р. Влияние однородного магнитного поля на механическое поведение мягких магнитных эластомеров при сжатии // Высокомолекулярные соединения. Серия А. – 2006. – Т. – 48. – № 2. – С. 245-253.
2. Ананьевский И.М., Решмин С.А. Непрерывное управление механической системой на основе метода декомпозиции // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 4. С. 3-17. DOI 10.7868/S0002338814040027
3. Белецкий В.В. Двуногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
4. Белов М.П., Чыонг Д.Д., Лань Н.В. Разработка математической модели и управление методом разделения закона управления для экзоскелета // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ» № 1/2020. – С. 71-77. https://izv.etu.ru/assets/files/izvestiya-1_2020_p071-077.pdf
5. Беляев Е.С. Магнитореологические жидкости: технологии создания и применение / Беляев Е.С., Ермолаев А.И., Титов Е.Ю., Тумаков С.Ф.; под ред. А.С. Плехова. - Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева, 2017. – 94 с.
6. Бербюк В. Е. Динамика и оптимизация робототехнических систем / В. Е. Бербюк. – Киев : Наукова Думка, 1989. – 192 с.
7. Бионический экзоскелет: Патент на изобретение RU 2645804 С1, 28.02.2018. Заявка № 2017119913 от 07.06.2017. Дата регистрации: 07.06.2017. Дата публикации: 28.02.2018. Журавлёв Д.А.
8. Блинов А.О., Борисов А.В., Каспирович И.Е., Мухарлямов Р.Г. Решение обратной задачи динамики экзоустройства с пятью звеньями // Международная конференция ”Дифференциальные уравнения и их приложения”, Сборник трудов. – Казань: КФУ, 2024. – С. 32-33.
9. Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Куликова М.Г., Маслова К.С. Исследование движений электромеханической модели экзоскелета со звеньями переменной длины. Монография. – Смоленск: Универсум, 2023. – 224 с.

10. Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Куликова М.Г., Маслова К.С. Проблемы, возникающие при моделировании опорно-двигательного аппарата человека стрессовыми механическими и электромеханическими системами. // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2022; 24(5): 147-165. DOI:10.30724/1998-9903-2022-24-5-147-165

11. Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Маслова К.С. Математическое моделирование электромеханической модели экзоскелета с тремя активными управляемыми звеньями // Прикладная информатика. – 2023. – Т. 18. – № 5. С.120-132. DOI: 10.37791/2687-0649-2023-18-5-120-132

12. Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Куликова М.Г., Новикова М.А. Моделирование экзоскелета с регулируемой жесткостью звеньев. Монография. – Смоленск: Универсум, 2023. – 224 с.

13. Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Новикова М.А., Чигарев А.В. Разработка методов управления свойствами магнитно-реологической среды с целью регулирования жесткости звена переменной длины экзоскелета // Advanced Engineering Research, 2022, №4. С. 296–305. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-4-296-305>

14. Блинов А.О., Борисов А.В., Маслова К.С., Мухарлямов Р.Г. Моделирование управляемого движения электромеханической модели экзоскелета с тремя подвижными звеньями переменной длины // Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. Материалы конференции. – Москва: РУДН, 2023. – 22–26 мая 2023 г. С. 174-180.

15. Блинов А.О., Борисов А.В., Мухарлямов Р.Г., Гончарова И.А., Борисова В.Л. Модель звена переменной длины с управляемой жесткостью и подвижным полюсом для экзоскелета аэрокосмического назначения // Труды МАИ. 2024. № 136. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=180665>

16. Блинов А.О., Борисов А.В., Мухарлямов Р.Г., Новикова М.А. Модель экзоскелета для опорной ноги и корпуса со звеньями переменной длины и регулируемой жесткостью // XIII Всероссийский Съезд по теоретической и

прикладной механике : сборник тезисов докладов в 4 томах, 21–25 августа, 2023 г. В 4 т. Т. 1. Общая и прикладная механика. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. С. 476-478. <https://ruscongrmech2023.ru/>

17. Блинов А.О. Исследование звена переменной длины с управляемой жесткостью с использованием магнитно-реологической среды методом математического моделирования // Естественные и технические науки. – 2022. – Т. 173. – № 10. С. 15-17.

18. Блинов А.О. Создание алгоритма управления жесткостью магнитно-реологической среды звена переменной длины и моделирование его движений для использования в комфортабельных защитных экзоскелетах человека // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму. – 2023. – № 1-2 (175-176). – С 11-19. DOI: 10.53816/23061456_2023_1–2_11

19. Борисов А.В., Волкова Ю.Е. Оценка точности движений при изменении количества звеньев экзоскелета и антропоморфного робота. // Естественные и технические науки. – 2015. – № 10(88). – С. 23-26.

20. Борисов А. В. Детерминированные и стохастические модели неоднородных сред в механике твердых тел. Монография. Под. ред. профессора Чигарева А. В. / А. В. Борисов, А. А. Буренин, В. С. Поленов, А. В. Чигарев – LAP LAMBERT Academic Publishing. – 2020. – 648 p.

21. Борисов А. В. Динамика эндо- и экзоскелета : монография / А. В. Борисов. – Смоленск : Смоленская городская типография, 2012. – 296 с.

22. Борисов А. В. Моделирование опорно-двигательного аппарата человека и применение полученных результатов для разработки модели антропоморфного робота : монография / А. В. Борисов. – М. : Спутник +, 2009. – 212 с.

23. Борисов А. В., Волкова Ю. Е., Кончина Л. В., Маслова К. С. Пассивно-активный экзоскелет со звеньями переменной длины и пружинными элементами двух типов // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2020. № 9. С. 54 – 64. DOI: 10.14489/hb.2020.09.pp.054-064.

24. Борисов А.В., Чигарев А.В. Статистическое моделирование неточности и неповторяемости позы человека при ходьбе с использованием

конфигурационной энтропии. // Математическое моделирование в области клеточной биологии, биохимии и биофизики: материалы научно-практической internet-конференции. 25-26 ноября 2014 г. – Ульяновск: SIMJET, 2014. – С. 152-158.

25. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. В 2 ч. Ч. 2. – М.: URSS. 2023. – 336 с. <https://urss.ru/cgi-bin/db.pl?lang=Ru&blang=ru&page=Book&id=295372>

26. Варков А.А. Разработка и исследование системы управления манипуляционным промышленным роботом на базе контроллера движения. Дисс. канд. технич. наук, Иваново. 2015. – 133 с.

27. Васенин С.А., Решмин С.А. Оптимальное подавление колебаний в задаче раскручивания двухмассовой системы // Изв. РАН. ТиСУ. 2023. № 6. С. 67-80. DOI 10.31857/S0002338823060112

28. Верейкин А.А. К вопросу применения экзоскелетов в промышленной и строительной сфере – история разработок, виды, классификация. - Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.str-t.ru/reports/18/part_1/

29. Воробьев Е.И., Попов С.А., Шевелева Г.И. Механика промышленных роботов. Т.1. М.: Высш. шк., 1988. – 304 с.

30. Воронов А.В. Скоростно-силовые свойства мышц человека при спортивных локомоциях. Дисс. докт. биологич. наук, М.: 2004. – 542 с.

31. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами: теория и приложения. – М.: Наука, 1985. – 383 с.

32. Галиуллин А.С. Обратные задачи динамики и задачи управления движениями материальных систем // Дифференц. уравнения. – 1972. – Т. 8. – № 9. – С. 1535–1541

33. Головин В.Ф., Архипов М.В., Павловский В.Е. Особенности проектирования робототехнических систем для восстановительной медицины // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2015. – Т.16, № 10. – С. 664-671.

34. Грузовой экзоскелет с настройкой под антропометрические параметры пользователя: Патент на изобретение RU 2665116 С1, 28.08.2018. Заявка №

2017114443 от 25.04.2017. Дата регистрации: 25.04.2017. Дата публикации: 28.08.2018. Голицын В.М., Островский М.И., Письменная Е.В., Толстов К.М.

35. Дудоров Е.А. Методика силового расчета исполнительной группы звеньев антропоморфного робота // Системы. Методы. Технологии. 2023. № 2(58). С. 14-22. DOI 10.18324/2077-5415-2023-2-14-22

36. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. Изд. 2-е, перераб. М.: Издательство Физико-математической литературы. – 2001. – 320 с.

37. Зубарев А.Ю., Исакова Л.Ю., Чириков Д.Н. К нелинейной реологии магнитных жидкостей // Коллоидный журнал. – 2011. – Т. 73, № 3. – С. 320-333.

38. Зубарев А.Ю., Чириков Д.Н. Магнитореологические свойства феррожидкостей с кластерными частицами // Коллоидный журнал. – 2013. – Т. 75, № 5. – С. 567-576.

39. Иванов А.В., Формальский А.М. Математическое моделирование ходьбы человека с костылями // Изв. РАН. ТиСУ. 2015. № 2. С. 155. DOI 10.7868/S0002338815020080

40. Климина Л.А., Формальский А.М. Трехзвенный механизм как модель человека на качелях // Изв. РАН. ТиСУ. 2020. № 5. С. 89-105. DOI 10.31857/S000233882005008X

41. Ковальчук А.К. Модифицированная система координат Денавита-Хартенберга для исполнительных механизмов роботов с древовидной кинематической структурой // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015. № 11. С. 12-30. DOI 10.7463/1115.0826673.

42. Колюбин С.А. Динамика робототехнических систем. Учеб. пособ. – СПб.: Университет ИТМО, 2017. – 117 с.

43. Коновалова Н.И., Мартынов С.И. Динамика магнитных частиц в вязкой жидкости // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. Математика. – № 3 (11), 2009. – С. 3-11.

44. Корнев Г.В. Введение в механику человека. – М.: Наука, 1977. – 264 с.

45. Котов С.В. Методические рекомендации по нейрореабилитации больных рассеянным склерозом, имеющих нарушения ходьбы, с использованием

экзоскелета ExoAtlet. / С. В. Котов, Е. В. Исакова, В. Ю. Лиждвой, А. Б. Секирин, Е. В. Письменная, К. А. Петрушанская, А. А. Геворкян. – М.: ГБУЗ МО МОНИКИ им. М.Ф.Владимирского; 2018. – 26 с.

46. Лапшин В.В. Механика и управление движением шагающих машин. / В. В. Лапшин. – М. : МГТУ, 2012. – 200 с.

47. Лапшин В.В. Об устойчивости движения шагающих машин // Машиностроение и компьютерные технологии. – 2014. – № 6. – С. 319-335.

48. Лурье А.И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М. : 1961. – 824 с.

49. Львович А.Ю. Основы теории электромеханических систем. Под ред. Н.Н. Поляхова Л. Издательство Ленинградского университета. – 1973 г. – 196 с.

50. Мааче А., Амаджи М., Амеддах Х., Мазуз Х. Численное моделирование полного протеза коленного сустава с силиконовой прослойкой // Российский журнал биомеханики. – 2024. – Т. 28, № 1. – С. 77–87. – DOI 10.15593/RZhBiomeh/2024.1.06

51. Макарова Л.А. Исследование магнитных и электрических свойств композитных реологических материалов на основе ферромагнитных и сегнетоэлектрических наполнителей. Автореф. дисс. канд. физ.-мат. наук, М., 2018. – 27 с.

52. Маркеев А.П. Теоретическая механика : учебник для университетов / А. П. Маркеев. – 3-е изд. – М. : Ижевск : РХД, 2007. – 592 с.

53. Москвин О.Я. Разработка методов расчета энергозатрат человека при ходьбе в обуви и амортизирующего низа обуви. Дисс. канд. техн. наук, М.: 2000. – 216 с.

54. Мухарлямов Р.Г. Дифференциально-алгебраические уравнения программных движений лагранжевых динамических систем // Известия РАН. МТТ. – 2011. – № 4. – С. 50-61.

55. Мухарлямов Р.Г. Моделирование процессов управления, устойчивость и стабилизация систем с программными связями // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2015. – № 1. – С. 15-28.

56. Мухарлямов Р.Г. Приведение к заданной структуре уравнений динамики систем со связями // ПММ. – 2007. – Т. 71. – №. 3. – С. 401-410.

57. Мухарлямов Р.Г., Горшков Е.А. Управление динамикой связанных систем и обратные задачи динамики // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Математика. Информатика. Физика». № 1, 2015. С. 73-82.

58. Мухарлямов Р.Г. Управление программным движением системы с переменными массами // Вестник Казанского технологического университета. – 2013. – № 12. – С. 278-284.

59. Найгерт К.В., Целищев В.А. Прикладные свойства магнитореологических жидкостей : учебное пособие [Электронный ресурс] / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа : УГАТУ, 2021. – URL: https://www.ugatu.ru/media/uploads/MainSite/Ob%20universitete/Izdateli/El_izd/2021-81

60. Нестеров С.А., Морозов Н.А., Казаков Ю.Б. Влияние магнитной пружины на силовую характеристику электромеханического магнитожидкостного демпфера // Вестник ИГЭУ. Вып. 3. 2019. С. 32-40. DOI: 10.17588/2072-2672.2019.3.032-040

61. Пассивный грузовой экзоскелетон: патент на полезную модель RU 190786 U1, 12.07.2019. Заявка № 2019110529 от 09.04.2019. опубл. 12.07.2019. Яцун С.Ф., Мищенко В.Я., Яцун А.С.

62. Простая конструкция компенсации веса человека при ходьбе и беге: патент на изобретение RU 2489130 C1, 10.08.2013. Заявка № 2011148041/14 от 28.11.2011. опубл. 10.08.2013. Родин И.А.

63. Пространственный механизм с четырьмя степенями свободы и гибкими звеньями: патент на полезную модель № 219262 U1 Российская Федерация, МПК В25J 1/00. : № 2022132761 : заявл. 14.12.2022 : опубл. 07.07.2023 / В. А. Борисов, В. А. Глазунов ; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук.

64. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2022669611 Российская Федерация. Программа для моделирования динамики звена экзоскелета переменной длины с управляемой жесткостью на основе

магнитореологической среды / А. О. Блинов; заявитель и правообладатель Блинов Александр Олегович (RU). – № 2022669185/69 ; заявл. 14.10.2022 ; опубл 21.10.2022. – 1 с.

65. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2023682834 Российская Федерация. Программа для 3D моделирования динамики экзоскелета с пятью звеньями переменной длины с управляемой жесткостью и сосредоточенной массой / А. О. Блинов, А. В. Борисов, Л. В. Кончина, М. А. Новикова; заявитель и правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ») (RU). – № 2023682527 ; заявл. 01.11.2023 ; опубл 01.11.2023. – 1 с.

66. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2023683731 Российская Федерация. Программа для моделирования динамики экзоскелета с пятью звеньями переменной длины и электроприводами / А. О. Блинов, А. В. Борисов, Л. В. Кончина, М. Г. Куликова, К. С. Маслова; заявитель и правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ») (RU). – № 2023682835 ; заявл. 01.11.2023 ; опубл 09.11.2023. – 1 с.

67. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2022684362 Российская Федерация. Программа для исследования свойств магнитно-реологической жидкости / А. О. Блинов, А. В. Борисов, Л. В. Кончина, М. А. Новикова; заявитель и правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ») (RU). – № 2022683287 ; заявл. 30.11.2022 ; опубл 13.12.2022. – 1 с.

68. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2023689043 Российская Федерация. Программа для моделирования уточненной 3D модели звена экзоскелета с регулируемой жесткостью / А. О. Блинов, А. В. Борисов, Л. В. Кончина, М. Г. Куликова, М. А. Новикова; заявитель и правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ») (RU). – № 2023687811 ; заявл. 14.12.2023 ; опубл 26.12.2023. – 1 с.

69. Сирегар Х.П. Энергетические затраты при ходьбе антропоморфных роботов. Дисс. канд. технич. наук., М. 2003. – 134 с.

70. Тихоплав О.А., Иванова В.В., Гурьянова Е.А., Иванов И.Н. Эффективность роботизированной механотерапии комплекса "ЛОКОМАТ PRO" у пациентов, перенёсших инсульт // Вестник восстановительной медицины. – 2019. № 5(93). – С. 57-64.

71. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов. – М. : Наука, 1982. – 368 с.

72. Формальский А.М. Управление движением неустойчивых объектов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 232 с.

73. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А.. Методы управления нелинейными механическими системами. – М.: Физматлит, 2006. – 328 с.

74. Чигарев А.В. Мехатроника и динамика минироботов. – Минск. БНТУ, 2018. – 500 с.

75. Чириков Д.Н. Теоретическое исследование реологических свойств бидисперсных магнитных жидкостей. Отчет о научно-исследовательской работе. ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина. – Екатеринбург, 2013. – 17 с.
https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/20813/1/chirikov_2.1.1.1-50.pdf

76. Шпаков А.В., Артамонов А.А., Пучкова А.А., Натура Е.С. Стратегия организации локомоций человека и энергетические траты при выполнении ходьбы с различным уровнем весовой нагрузки // Медицина экстремальных ситуаций. – 2018. № 20(2). – С. 188-196.

77. Экзоскелет: патент на изобретение RU 2567589 С1, 10.11.2015. заявка № 2014132377/14 от 05.08.2014. опубл. 10.11.2015. Иванов В.Г., Мерзанюкова Е.В., Санин Д.А.

78. Экзоскелет: Патент на изобретение «Экзоскелет». Дата подачи заявки 19.12.2023, регистрационный № 2023133974. Свидетельство о государственной регистрации № 2830368 от 18.11.2024. Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Куликова М.Г., Новикова М.А.

79. Экзоскелет: Патент на изобретение «Экзоскелет». Дата подачи заявки 19.12.2023, регистрационный № 2023133982. Свидетельство о государственной регистрации № 2823489 от 23.07.2024. Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Куликова М.Г., Маслова К.С.

80. Экзоскелеты и перспективы их использования / В.И. Ключко, Н.В. Кушнир, Н.Ю. Павлова, А.С. Грива // Научные труды КубГТУ, № 2, 2017. – с. 96-103.

81. Юсупбеков Х.А., Собиров М.М., Юлдашев А.Р. Активные подвески автомобиля с амортизаторами переменной жесткости // Наука, техника и образование. — 2020. — № 2 (66). — С. 18–27.

82. Яблонский А.А. Курс теоретической механики: Учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по техн. спец. / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 1998. - 763 с.

83. Яцун С.Ф., Антипов В.М. Карлов А.Е., Аль Манджи Хамиль Хамед Мохаммед Подъем груза в экзоскелете с гравитационной компенсацией // Известия Юго-Западного государственного университета. – Т.: 23, № 2, 2019. – С. 8-17.

84. Яцун С.Ф., Антипов В.М., Карлов А.Е. Моделирование подъема груза с помощью промышленного экзоскелета // Известия Юго-Западного государственного университета. – Т.: 22 № 6 (81), 2018. – С. 14-20.

85. Яцун С.Ф., Понедельченко М.С., Турлапов Р.Н. Синтез управляющих моментов по заданному закону движения трехзвенного манипулятора экзоскелета // Вестник Воронежского института МВД России. 2014. № 2. С. 146-152. <https://elibrary.ru/item.asp?id=21989128>

86. Яцун С.Ф., Яцун А.С., Постольный А.А., Карлов А.Е., Мищенко В.Я. Стопа экзоскелета. Патент на полезную модель. Номер патента: RU 189145, Год публикации: 2019.

87. Ahmadkhanlou F., Zite J.L., Washington G.N. A magnetorheological fluid-based controllable active knee brace. // in Proceedings SPIE. — 2007. — Vol. 6527. — P. 652700. <https://doi.org/10.1117/12.715902>
88. Analysis of Mechanisms with Parallel-Serial Structure 5-DOF and Extended Working Area / V. Glazunov, G. Filippov, G. Rashoyan [et al.] // Smart Innovation, Systems and Technologies. – 2022. – Vol. 232. – P. 3-12. – DOI 10.1007/978-981-16-2814-6_1
89. Andrade R.M., Fabriz Ulhoa P.H., Fragoso Dias E.A. Design and testing a highly backdrivable and kinematic compatible magneto-rheological knee exoskeleton // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2022, 5, DOI:10.1177/1045389X221117496
90. Assisting Robotic Surgical Complexes for Minimally Invasive Operations / E. I. Veliev, R. F. Ganiev, V. A. Glazunov [et al.] // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2022. – Vol. 51, No. 3. – P. 261-270. – DOI 10.3103/S1052618822030128.
91. Avril T. Instant strength from the Titan Arm / The Philadelphia Inquirer 2013 Jun 2. URL: <http://titanarm.com>
92. Azimirad V., Shorakaei H. Dual hierarchical genetic-optimal control: A new global optimal path planning method for robots // Journal of Manufacturing Systems, vol. 33, no. 1, pp. 139-148, 2014.
93. Badrikouhi M., Bamdad M. Novel Manipulability for Parallel Mechanisms with Prismatic-Revolute Actuators, GA-DP Trajectory Planning Application // Mechanics of Solids, vol. 56, no. 2, pp. 278-291, 2021.
94. Bao W., Villarreal D., Chiao J.-C. (2020) Vision-Based Autonomous Walking in a Lower-Limb Powered Exoskeleton. // 2020 IEEE 20th International Conference on Bioinformatics and Bioengineering (BIBE), Cincinnati, OH, 2020, P. 830-834, doi: 10.1109/BIBE50027.2020.00141.
95. Badyaeva V.K., Blinov A.O., Borisov A.V., Mukharlyamov R.G. Anthropoid motion on a movable base // Russian Journal of Biomechanics. – 2022. – No. 3. – P. 74-84. DOI: 10.15593/RJBiomech/2022.3.07

96. Badyaeva V.K., Blinov A.O., Borisov A.V., Mukharlyamov R.G. Simulation of Exoskeleton Motion during a Flight on a Movable Base Taking into Consideration the Electric Drive Dynamics // *Russian Aeronautics*. – 2022. – Vol. 65. – No. 4. – P. 685–696. DOI: 10.3103/S1068799822040080

97. Bira N., Dhagat P., Davidson J.R. A Review of Magnetic Elastomers and Their Role in Soft Robotics // *Frontiers in Robotics and AI* 7. 2020. Vol. 7. Article 588391. DOI: 10.3389/frobt.2020.588391.

98. Blažek P., Bydžovský J., Griffin R., Karel Mls, Brandon Peterson. Obstacle Awareness Subsystem for Higher Exoskeleton Safety. // *World Symposium on Digital Intelligence for Systems and Machines DISA 2020: Towards Digital Intelligence Society* P. 59-71.

99. Blinov A.O., Blinov V.O., Kulikova M.G., Maslova K.S. Using neural-fuzzy inference to control the functioning of a human-machine system in the form of an exoskeleton with links of variable length, taking into account the effects of lag and synchronization of electric drives // *Proc. SPIE 12986, Third International Scientific and Practical Symposium on Materials Science and Technology (MST-III 2023)*. – 19 January 2024. – 129860Y <https://doi.org/10.1117/12.3017812>

100. Blinov A.O., Borisov A.V., Borisova V.L., Mukharlyamov R.G. Models of magneto-rheological fluids to be used in design of 3D exoskeleton model with four variable-length links of adjustable stiffness // *AIP Conf. Proc.* 24 April 2024; 3154 (1): 020020. <https://doi.org/10.1063/5.0201340>

101. Blinov A.O., Borisov A.V., Filippenkov K.D., Konchina L.V., Maslova K.S. Modeling the dynamics of an exoskeleton link of variable length using the Lagrange – Maxwell system of differential equations of motion // *Journal of Applied Informatics*, 2022, vol.17, no.3, pp. 117-130. DOI: 10.37791/2687-0649-2022-17-3-117-130

102. Blinov A.O., Borisov A.V., Kaspirovich I.E., Kirgizbaev Zh.K., Mukharlyamov R.G. Dynamics control of an anthropoid exo-device with five links // *Russian Journal of Biomechanics*. – 2024. Vol. 28. – № 4. P. 154-163. DOI: 10.15593/RJBiomech/2024.4.16

103. Blinov A.O., Borisov A.V., Kaspirovich I.E., Mukharlyamov R.G., Borisova V.L. Mechanical Model of an Anthropoid on a Plane // AIP Conf. Proc. 3244, 020062 (2024) <https://doi.org/10.1063/5.0243185>

104. Blinov A.O., Borisov A.V., Kaspirovich I.E., Mukharlyamov R.G., Filippenkov K.D. Electromechanical Model of Variable-Length Link for Exoskeleton or Prosthesis // INTERAGROMASH 2022: XV International Scientific Conference “INTERAGROMASH 2022”. – 25 February 2023. – Vol. 575 https://doi.org/10.1007/978-3-031-21219-2_150

105. Blinov A.O., Borisov A.V., Konchina L.V., Kulikova M.G., Maslova K.S. Comparative analysis of an electromechanical model of an exoskeleton with links of variable length and a model containing absolutely solid links // Russian Journal of Biomechanics. – 2024. – Vol. 28. – № 2. – P. 105–113. DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2024.2.11

106. Blinov A.O., Borisov A.V., Konchina L.V., Kulikova M.G., Maslova K.S. Creation of an electromechanical model of an exoskeleton link in the form of Lagrange-Maxwell equations for agricultural mechanization // E3S Web of Conferences 463. – 2023. – 01027 <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202346301027>

107. Blinov A.O., Borisov A.V., Konchina L.V., Kulikova M.G., Maslova K.S. Simulation of movement of an active exoskeleton with five electric controlled links // Russian Journal of Biomechanics. – 2023. – Vol. 27. – No. 4. P. 153-164. DOI: 10.15593/RJBiomech/2023.4.15

108. Blinov A.O., Borisov A.V., Konchina L.V., Kulikova M.G., Maslova K.S. Simulation of the movement of the supporting leg of an exoskeleton with two links of variable length in 3D // Journal of Applied Informatics, 2021, vol.16, no.4, pp.122-134. DOI: 10.37791/2687-0649-2021-16-4-122-134

109. Blinov A.O., Borisov A.V., Konchina L.V., Kulikova M.G., Novikova M.A. 3D refined model of exoskeleton link with adjustable stiffness and actuator capabilities and accuracy estimation of its performance in comparison with the previously created models // Proc. SPIE 13065, Third International Conference on Optics, Computer Applications, and Materials Science (CMSD-III 2023). – 20 February 2024. – 130651L <https://doi.org/10.1117/12.3025084>

110. Blinov A.O., Borisov A.V., Konchina L.V., Novikova M.G. Applying the models of magneto- rheological substances in the study of exoskeleton variable-length link with adjustable stiffness // Journal of Applied Informatics, 2022, vol.17, no.2, pp. 133-142. DOI: 10.37791/2687-0649-2022-17-2-133-142

111. Blinov A.O., Borisov A.V., Mukharlyamov R.G. Mathematical Simulation of Dynamics for Exoskeleton Including Variable-Length Links with Adjustable Stiffness // Proceedings of the IUTAM Symposium on Optimal Guidance and Control for Autonomous Systems 2023. IUTAM 2023. – IUTAM Bookseries, 2023. – 06 January 2024. – Vol. 40 https://doi.org/10.1007/978-3-031-39303-7_8

112. Blinov A.O., Borisov A.V., Mukharlyamov R.G., Novikova M.A. Exoskeleton Dynamics Simulation with the System of Three Variable-Length Links of Adjustable Stiffness // Mechanics of Solids. – 2024. – Vol. 59. – No. 1. – P. 156–166. DOI: 10.1134/S0025654423600770

113. Blinov A.O., Konchina L.V. Selection of electric drives for exoskeleton model with five variable-length links // Proc. SPIE 12986, Third International Scientific and Practical Symposium on Materials Science and Technology (MST-III 2023). – 19 January 2024 – 1298602 (1) <https://doi.org/10.1117/12.3016468>

114. Borisov A.V., Arshinenko I.A., Blinov A.O., Konchina L.V., Novikova M.A., Borisova V.L. A Patent Analysis of Exoskeleton Mechanisms and Ways to Improve Their Comfort // In Book: Advances in Engineering Research. Volume 58. Victoria M. Petrova (Editor). Nova Science Publishers, Inc. 2025. P. 1-58. BISAC: TEC066000 DOI: <https://doi.org/10.52305/LTKP6704>

115. Borisov A.V., Blinov A.O., Konchina L.V., Novikova M.A. 3D model of two links of the supporting leg of the exoskeleton with variable length and adjustable stiffness // AIP Conference Proceedings. – 21 August 2023. – 2911(1). – 020035 <https://doi.org/10.1063/5.0163380>

116. Borisov A.V., Blinov A.O., Konchina L.V., Novikova M.A. Modeling an Exoskeleton with Hydraulic Sections of Links with Adjustable Rigidity for Carrying Heavy Loads on Construction Sites // Hydraulic and Civil Engineering Technology VIII. Series Advances in Transdisciplinary Engineering. – 2023. – Vol. 43 doi:10.3233/ATDE230749

117. Borisov A.V., Chigarev A.V. Mathematical Models of Exoskeleton Dynamics, Strength, Control. — Springer, 2022. — 232 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-97733-7>

118. Borisov A. V., Chigarev A.V. The Causes of a Change in The Length of a Person's Link and Their Consideration When Creating an Exoskeleton // Biomedical Journal of Scientific and Technical Research. – 2020. – Volume 25. – Issue 1. – P. 18769-18771. <https://biomedres.us/volume25-issue1.php>
<https://biomedres.us/pdfs/BJSTR.MS.ID.004137.pdf>

119. Borisov A.V., Kaspirovich I.E., Mukharlyamov R.G. Dynamic Control of Compound Structure with Links of Variable Length // (2021) Mechanics of Solids, 56 (2), pp. 197-210. DOI 10.3103/S0025654421020059

120. Borisov A.V., Kaspirovich I.E., Mukharlyamov R.G. On Mathematical Modeling of the Dynamics of Multilink Systems and Exoskeletons // (2021) Journal of Computer and Systems Sciences International, 60 (5), pp. 827-841. <https://link.springer.com/article/10.1134/S106423072104002X>

121. Borisov A.V., Rozenblat G.M. Matrix method of constructing the differential equations of motion of an exoskeleton and its control // Journal of Applied Mathematics and Mechanics 81 (2017). PP. 351-359. DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2018.03.002

122. Borisov A.V., Rozenblat G.M. Modeling the Dynamics of an Exoskeleton with Control Torques in the Joints and a Variable Length of the Links Using the Recurrent Method for Constructing Differential Equations of Motion // Journal of Computer and Systems Sciences International, (2018). Vol. 57, No. 2, pp. 319–347. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1064230718020041>

123. Bougrinat Y. Design and development of a lightweight ankle exoskeleton for human walking augmentation / Y. Bougrinat. — Avril : Université de Montréal, 2018. — 114 p. https://publications.polymtl.ca/3076/1/2018_YacineBougrinat.pdf

124. Bury D., Izard J.-B., Gouttefarde M., and Lamiriaux F. Continuous tension validation for cable-driven parallel robots // 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2020: IEEE, pp. 6558-6563.

125. Campbell S., Kunkel P. General Nonlinear Differential Algebraic Equations and Tracking Problems: A Robotics Example // Applications of Differential-Algebraic Equations: Examples and Benchmarks, p. 1, 2018.

126. Carlson J. Magnetorheological Fluid Actuators. // Adaptronics and Smart Structures: Basics, Materials, Design, and Applications, p. 1808, 2013.

127. Chen J., Liao W. Design and control of a Magnetorheological actuator for leg exoskeleton. // 2007 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), Sanya, 2007, pp. 1388-1393, doi: 10.1109/ROBIO.2007.4522367.

128. Chen J., Liao W. Design, testing and control of a magnetorheological actuator for assistive knee braces. // Smart Materials and Structures, vol. 19, p. 035029, 2010.

129. Chettibi T. Smooth point-to-point trajectory planning for robot manipulators by using radial basis functions // Robotica, vol. 37, no. 3, pp. 539-559, 2019.

130. Dal Bianco N., Bertolazzi E., Biral F., Massaro M. Comparison of direct and indirect methods for minimum lap time optimal control problems // Vehicle System Dynamics, vol. 57, no. 5, pp. 665-696, 2019.

131. De Looze M.P., Bosch T., Krause F. [et al.] Exoskeletons for Industrial Application and Their Potential Effects on Physical Work Load // Ergonomics. 2015. Vol. 59. P. 671-681. <https://doi.org/10.1080/00140139.2015.1081988>

132. Development and Investigation of a Parallel-Structure Mechanism with Toothed Gears Taking into Account Friction / V. A. Glazunov, A. Y. Albagachiev, M. N. Erofeev, A. A. Romanov // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2022. – Vol. 51, No. 2. – P. 143-152. DOI 10.3103/S1052618822020042

133. Dollar A.M., Herr H. Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art. // IEEE Transactions on robotics, vol. 24, pp. 144-158, 2008.

134. Farris D.J., Hicks J.L., Delp S.L., Sawicki G.S. Musculoskeletal modelling deconstructs the paradoxical effects of elastic ankle exoskeletons on plantar-flexor mechanics and energetics during hopping // Journal of Experimental Biology 2014 217: 4018-4028, <http://dx.doi.org/10.1242/jeb.107656>.

135. Glazunov V.A., Laryushkin P.A., Shalyukhin K.A. Structure, Kinematics, and Prototyping of a Parallel Manipulator with a Remote Center of Rotation // Journal

of Machinery Manufacture and Reliability. – 2023. – Vol. 52, No. 6. – P. 585-591. DOI 10.1134/s1052618823060080

136. Glowinski S., Krzyzynski T., Bryndal A., Maciejewski I. A Kinematic Model of a Humanoid Lower Limb Exoskeleton with Hydraulic Actuators. *Sensors* 2020, 20, 6116. <https://doi.org/10.3390/s20216116>

137. Glowinski S., Obst M., Majdanik S., Potocka-Banaś B. Dynamic Model of a Humanoid Exoskeleton of a Lower Limb with Hydraulic Actuators. *Sensors*. 2021, 21(10):3432. <https://doi.org/10.3390/s21103432>

138. Hassan M., Kadone H., Suzuki K., Sankai Y. Exoskeleton robot control based on cane and body joint synergies // *Proceedings of the 25th IEEE/RSJ International Conference on Robotics and Intelligent Systems (IROS '12)*, October 2012. P. 1609-1614.

139. Hereid A., Cousineau E.A., Hubicki C.M., Ames A.D. 3D dynamic walking with underactuated humanoid robots: A direct collocation framework for optimizing hybrid zero dynamics // in *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2016: IEEE, pp. 1447-1454.

140. Hernandez-Ramos M., Flores-Cuautle J.J.A., Filippeschi A., Rodriguez-Jarquin J., Landeta-Escamilla O., Jacinto-Villegas J.M., Sandoval-Gonzalez O. Design of a Biomechatronic Device for Upright Mobility in People with SCI Using an Exoskeleton Like a Stabilization System // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12 (16). Article 8098. DOI: 10.3390/app12168098.

141. <http://raytheon.mediaroom.com/index.php?s=43&item=1652>

142. <https://bostondynamics.com/atlas/>

143. <https://cdn.jvejournals.com/articles/17391/xml/img7.jpg>

144. <https://eksobionics.com/>

145. <https://innodrive.ru/>

146. <https://maxonmotoraust.files.wordpress.com/2018/06/exoskeleton-for-children-maxon-dc-motors.jpg?w=412>

147. <https://nlo-mir.ru/tehnologi/19216-jekzoskelety.html>

148. <https://novate.ru/files/fusai/atlas-1.jpg>

149. https://phototass2.cdnvideo.ru/width/1920_63600a28/tass/m2/uploads/i/20190121/4929654.jpg
150. <https://research-groups.usask.ca/ergolab/our-research/exoskeleton.php>
151. <https://rewalk.com/>
152. <https://robohub.org/exoskeleton-designed-to-assist-agricultural-workers-and-gardeners/>
153. <https://robroy.ru/images/hyundai-ispyityivaet-probnyie-vspomogatelnyie-ekzoskeletyi.jpg>
154. <https://usefulrobots.ru/>
155. <https://www.army-technology.com/features/us-army-exoskeletons/>
156. <https://www.cyberdyne.jp/english/products/HAL/index.html>
157. <https://www.exoatlet.com/>
158. <http://www.indego.com/indego/us/en/home>
159. <https://www.mk.ru/politics/2018/08/27/sozdannyi-v-rossii-boevoy-ekzoskelet-okazalsya-syrovat.html>
160. <https://www.rexbionics.com/>
161. <https://www.tecnotion.com/>
162. <https://www.wolfram.com/>
163. https://zdrav-nnov.ru/images/2019/04.09.2019_2.jpg
164. Huang J., Hu P., Wu K., Zeng M. Optimal time-jerk trajectory planning for industrial robots // Mechanism and Machine Theory, vol. 121, pp. 530-544, 2018.
165. Idà E., Bruckmann T., Carricato M. Rest-to-rest trajectory planning for underactuated cable-driven parallel robots // IEEE Transactions on Robotics, vol. 35, no. 6, pp. 1338-1351, 2019.
166. Ivlev V.I., Misyurin S.Yu. Parameter identification for mathematical model of vane air motor // Procedia Computer Science. – 2022. – Vol. 213. – P. 240-249. – DOI 10.1016/j.procs.2022.11.062.
167. Kazerooni H. eLEGS™. Berkeley robotics and human engineering laboratory. URL: <https://bleex.me.berkeley.edu/research/exoskeleton/elegs/>
168. Kholostova O.V. On Nonlinear Oscillations of a Near-Autonomous Hamiltonian System in One Case of Integer Nonequal Frequencies // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. – 2023. – Vol. 19, No. 4. – P. 447-471. DOI 10.20537/nd231103

169. Kholostova O.V. On Nonlinear Oscillations of a Near-Autonomous Hamiltonian System in the Case of Two Identical Integer or Half-Integer Frequencies // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. – 2021. – Vol. 17, No. 1. – P. 77-102. DOI: 10.20537/nd210107

170. Kholostova O.V. On Nonlinear Oscillations of a Time-Periodic Hamiltonian System at a $2 : 1 : 1$ Resonance // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. – 2022. – Vol. 18, No. 4. – P. 481-512. – DOI 10.20537/nd221101.

171. Kok-Meng Lee, Donghai Wang, Jingjing Ji. Design of a Passive Gait-Based Lower-Extremity-Exoskeleton for Supporting Bodyweight // Intelligent Robotics and Applications 9th International Conference, ICIRA 2015, Portsmouth, UK, August 24–27, 2015, Proceedings, Part III, P. 230-242.

172. Korayem M., Zehfroosh A., Tourajizadeh H., Manteghi S. Optimal motion planning of non-linear dynamic systems in the presence of obstacles and moving boundaries using SDRE: application on cable-suspended robot // Nonlinear Dynamics, vol. 76, no. 2, pp. 1423-1441, 2014.

173. Kosenko I.I., Stepanov S.Y., Gerasimov K.V. Contact tracking algorithms in case of the omni-directional wheel rolling on the horizontal surface // Multibody System Dynamics. – 2019. – Vol. 45, No. 3. – P. 273-292. DOI 10.1007/s11044-018-09649-x

174. Laflamme S. Online learning algorithm for structural control using magnetorheological actuators. — Massachusetts Institute of Technology, 2007. — 88 p. <https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/39271/170931934-MIT.pdf?sequence=2>

175. Lebedev A.V. Viscosity of magnetic fluids must be modified in calculations of dynamic susceptibility // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2017. — Vol. 431. — P. 30–32. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.09.110>

176. Lee T., Lee D., Song B., Baek Y.S. (2020) Design and Control of a Polycentric Knee Exoskeleton Using an Electro-Hydraulic Actuator. Sensors 2020, 20, 211. <https://doi.org/10.3390/s20010211>

177. Mukharlyamov R.G., Kaspirovich I.E. Analysis of possible solutions of some inverse dynamical problem with regard for constraint stabilization // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2024, Vol. 45, No 1. – pp. 472-477. DOI: 10.1134/S1995080224010384

178. Nadzharyan T.A., Kostrov S.A., Stepanov G.A., Kramarenko E.Yn. Fractional rheological models of dynamic mechanical behavior of magnetoactive

elastomers in magnetic fields // *Polymer*. 2018. Vol. 142. P. 316-329. DOI: 10.1016/j.polymer.2018.03.039

179. Nordin M. Victori Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System, Lippicott / M. Nordin, H. Frankel. – London : Williams & Wilkins, 2001. – 467 p.

180. Park Y.-L. Design and control of a bio-inspired soft wearable robotic device for ankle-foot rehabilitation / Park Y.-L., Chen B., Perez-Arancibia N.O., Young D., Stirling L., Wood R.J. // *Bioinspir Biomim* 2014; 9(1): 016007, <http://dx.doi.org/10.1088/1748-3182/9/1/016007>.

181. Passive Exoskeleton: patent № US7571839B2 United States / Conrad Chu, Piscataway, NJ (US), Andy Chu, Cambridge, MA (US), publication of 21.07.2009.

182. Piña-Martínez E., Rodríguez-Leal E. Inverse Modeling of Human Knee Joint Based on Geometry and Vision Systems for Exoskeleton Applications // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2015. Volume 2015, Article ID 145734, 14 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2015/145734>, Режим доступа: <http://www.hindawi.com/journals/mpe/2015/145734/>

183. Posa M., Cantu C., Tedrake R. A direct method for trajectory optimization of rigid bodies through contact // *The International Journal of Robotics Research*, vol. 33, no. 1, pp. 69-81, 2014.

184. Proud J.K., Lai D.T.H., Mudie K.L., Carstairs G.L., Billing D.C., Garofolini A., Begg R.K. Exoskeleton Application to Military Manual Handling Tasks. *Hum Factors*. 2020 Nov 18:18720820957467. doi: 10.1177/0018720820957467. Epub ahead of print. PMID: 33203237.

185. Psomopoulou E., Doulgeri Z., Rovithakis G., Tsagarakis N. A Simple Controller for a Variable Stiffness Joint with Uncertain Dynamics and Prescribed Performance Guarantees. // 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems October 7-12, 2012. Vilamoura, Algarve, Portugal. – P. 5071–5076. DOI: 10.1109/BioRob.2012.6290757

186. Qing Guo, Songjing Li, Dan Jiang. A Lower Extremity Exoskeleton: Human-Machine Coupled Modeling, Robust Control Design, Simulation, and Overload-Carrying Experiment // *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2015, pp. 1-15; doi:10.1155/2015/905761.

187. Salnikova T.V., Kugushev E.I., Stepanov S.Y. Jacobi Stability of a Many-Body System with Modified Potential // *Doklady Mathematics*. – 2020. – Vol. 101, No. 2. – P. 154-157. DOI 10.1134/S1064562420020222

188. Santos J.C., Chemori A., Gouttefarde M. Redundancy resolution integrated model predictive control of cdprs: concept, implementation and experiments // 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2020: IEEE, pp. 3889-3895.

189. Stepanov S.Y., Salnikova T.V. Simulation of the Interaction of Oppositely Directed Particle Flows // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. – 2020. – Vol. 60, No. 10. – P. 1730-1736. – DOI 10.1134/S0965542520100139

190. To C.S. Sensor-based hip control with hybrid neuroprosthesis for walking in paraplegia / To C.S., Kobetic R., Bulea T.C., Audu M.L., Schnellenberger J.R., Pinault G. // *J Rehabil Res Dev* 2014; 51(2). P. 229-244 <http://dx.doi.org/10.1682/JRRD.2012.10.0190>.

191. Toshitake Araie, Tomozumi Ikeda, Uichi Nishizawa, Akira Kakimoto, Shigeki Toyama. Mechanism evaluation of agricultural power assist suit under development // *Vibroengineering PROCEDIA*, Vol. 8, 2016, p. 328-333. <https://www.jvejournal.com/article/17391>

192. Toyama Shigeki, Yamamoto Gohei. (2009). Development of Wearable-Agri-Robot. 2009 // *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2009*. 5801 - 5806. 10.1109/IROS.2009.5354265.

193. Yatsun A., Shcherbakova M., Malchikov A. Experimental studies of a soft industrial exoskeleton in work-related activity for the evaluation of its operational efficiency // *E3S Web Conf.*, 474 (2024) 01031 DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202447401031>

194. Zhao X., Zi B., and Qian L. Design, analysis, and control of a cable-driven parallel platform with a pneumatic muscle active support // *Robotica*, vol. 35, no. 4, pp. 744-765, 2017.

195. Zuev Yu.Yu., Saypulaev M.R., Doni V. Laws of Motion of the Lower Extremities and Structural-parametric Synthesis of Electro-Hydraulic Executive Modules of the Active Exoskeleton According to the Criterion of Energy Sufficiency // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 2096. Art. 012044. doi : 10.1088/1742-6596/2096/1/012044

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель директора филиала ФГБОУ ВО
«НИУ «МЭИ» в г. Смоленске по учебно-
методической работе, к.т.н., доцент
В.В. Рожков
« 22 » *В.В. Рожков* 2025 г.



АКТ

об использовании в учебном процессе результатов диссертационного исследования

Блинова Александра Олеговича «Управляемые системы твердых тел с изменяемой геометрией в антропоидных устройствах» по специальности 1.1.7 – теоретическая механика, динамика машин, представленного к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Комиссия в составе:

председателя комиссии: Бобкова В.И. – заведующего кафедрой высшей математики, д.т.н., профессора;

членов комиссии: Гончарова М.В. – заведующего кафедрой технологические машины и оборудование, к.т.н., доцента,

Быкова А.А. – заведующего кафедрой физики, к.п.н., доцента

составила настоящий акт о том, что результаты диссертационного исследования Блинова А.О. «Управляемые системы твердых тел с изменяемой геометрией в антропоидных устройствах» использованы в учебном процессе при реализации программ бакалавриата и магистратуры на кафедрах «Высшей математики», «Технологические машины и оборудование», «Физики» филиала ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» в г. Смоленске.

Результаты исследования, изложенные в диссертации, имеют существенное научное и практическое значение.

Предложенные в диссертации новые модели механических управляемых систем твердых тел с изменяемой геометрией под действием внутренних управляющих усилий, реализуемых приводами и внешних связей, новых моделей звеньев переменной длины с регулируемой жесткостью рассматриваются при реализации образовательных программ высшего образования по направлениям подготовки:

- бакалавриата «Технологические машины и оборудование» (профиль «Оборудование нефтегазопереработки») в рамках курсов «Высшая математика», «Теоретическая механика», «Техническая механика»;

- бакалавриата «Строительство» (профиль «Промышленное, гражданское и энергетическое строительство») в рамках курсов «Высшая математика», «Теоретическая механика», «Прикладная механика», «Сопротивление материалов»;
- магистратуры «Технологические машины и оборудование» в рамках курса «Механика машин и роботов».

Заведующий кафедрой высшей математики
д.т.н., проф.



В.И. Бобков

Заведующий кафедрой технологические машины и
оборудование
к.т.н., доц.



М.В. Гончаров

Заведующий кафедрой физики
к.п.н., доц.



А.А. Быков