

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 28.05.2026 14:38:10

Уникальный программный ключ:

ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Инженерная академия

(наименование основного учебного подразделения (ОУП) – разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

27.03.05 ИННОВАТИКА

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

УПРАВЛЕНИЕ ИННОВАЦИЯМИ В ОТРАСЛЯХ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математические методы исследования операций» входит в программу бакалавриата «Управление инновациями в отраслях промышленности» по направлению 27.03.05 «Инноватика» и изучается в 3 семестре 2 курса. Дисциплину реализует Кафедра механики и процессов управления. Дисциплина состоит из 8 разделов и 34 тем и направлена на изучение фундаментальных основ теории экстремальных задач в нормированных пространствах, классического вариационного исчисления и оптимального управления.

Целью освоения дисциплины является создание у студентов устойчивого представления о современных математических методах оптимизации, используемых при анализе организационных и технических систем.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Математические методы исследования операций» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-4	Способен осуществлять оценку эффективности систем управления, разработанных на основе математических методов	ОПК-4.1 Формулирует критерии оценки эффективности управления; ОПК-4.2 Демонстрирует знание математических методов, необходимых для оценки эффективности систем управления;
ОПК-6	Способен обосновывать принятие технического решения при разработке инновационного проекта, выбирать технические средства и технологии, в том числе с учетом экологических последствий их применения	ОПК-6.1 Участвует в разработке инновационных проектов; ОПК-6.2 Демонстрирует знание технические средств и технологий, необходимых для решения поставленных задач;
ПК-1	Способен анализировать проект (инновацию) как объект управления	ПК-1.1 Демонстрирует знания ключевых принципов управления проектом (инновацией); ПК-1.2 Использует инструменты анализа инновации;

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Математические методы исследования операций» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Математические методы исследования операций».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-6	Способен обосновывать принятие технического решения при разработке инновационного проекта, выбирать технические средства и технологии, в том числе с учетом экологических последствий		Основы планирования НИОКР; Введение в природоподобные технологии; Управление инженерными проектами; Управление инновационной деятельностью в

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	их применения		промышленности; Проектная практика;
ОПК-4	Способен осуществлять оценку эффективности систем управления, разработанных на основе математических методов		Введение в природоподобные технологии; Управление в организационных системах; Управление рисками на инновационном предприятии;
ПК-1	Способен анализировать проект (инновацию) как объект управления	Введение в специальность;	Ознакомительная практика; Организационно-управленческая практика; Проектная практика; Преддипломная практика; Теория игр и теория графов; Основы планирования НИОКР; Комплексный анализ; Системный анализ и обработка данных; Математические методы принятия решений; Инновационные процессы научно-технической революции**; Innovative Processes of Scientific and Technological Revolution**; Теория решения изобретательских задач; Управление инновационной деятельностью в промышленности; Стандартизация, сертификация и управление качеством;

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

** - элективные дисциплины /практики

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Математические методы исследования операций» составляет «4» зачетные единицы

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			3
Контактная работа, ак.ч	36		36
Лекции (ЛК)	18		18
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	18		18
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	81		81
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27		27
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	144	144
	зач.ед.	4	4

Общая трудоемкость дисциплины «Математические методы исследования операций» составляет «4» зачетные единицы

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для заочной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	Семестр(-ы)
			5	6
Контактная работа, ак.ч	12		8	4
Лекции (ЛК)	6		4	2
Лабораторные работы (ЛР)	0		0	0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	6		4	2
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	119		60	59
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	13		4	9
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	144	72	72
	зач.ед.	4	2	2

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы*

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Введение	1.1	Цель, задачи.	Основная цель курса: изучение математических основ теории оптимизации для отображений, заданных на пространствах более сложной природы, чем конечномерные пространства. Общая структура курса. Анализ рекомендуемой литературы.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Предварительные сведения из функционального анализа	2.1	Определение пространств.	Топологические пространства. Основные определения. Сходимость и предел последовательности. Непрерывность отображений. Аналогия с соответствующими свойствами в пространстве вещественных чисел \mathbb{R}^1 .	ЛК, СЗ
		2.2	Линейные пространства.	Линейные пространства и линейные операторы. Определение линейного топологического пространства. Свойство локальной выпуклости.	ЛК, СЗ
		2.3	Нормы.	Определения нормы и нормированного пространства. Сходимость по норме. Свойство полноты. Банаховы пространства.	ЛК, СЗ
		2.4	Банаховы пространства.	Примеры банаховых пространств. Пространства непрерывных вектор-функций и непрерывно дифференцируемых вектор-функций.	ЛК, СЗ
		2.5	Скалярное произведение.	Понятие скалярного произведения. Пространства со скалярным произведением. Норма, порождаемая скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Взаимосвязи различных структур в функциональных пространствах.	ЛК, СЗ
		2.6	Сопряженные пространства.	Сопряженные пространства. Пространство, сопряженное к конечномерному линейному пространству X . Задание линейного непрерывного функционала на конечномерном линейном пространстве. Линейные непрерывные функционалы в гильбертовых пространствах.	ЛК, СЗ
		2.7	Соопряженные операторы.	Сопряженные операторы. Оператор, сопряженный к линейному непрерывному оператору в конечномерных пространствах.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Дифференцирование в функциональных пространствах	3.1	Сильная производная.	Определение сильной производной. Сильные производные отображений в конечномерных пространствах. Свойства сильной производной. Теорема о производной сложной функции.	ЛК, СЗ
		3.2	Слабая производная.	Определение слабой производной. Связь свойств сильной дифференцируемости, слабой дифференцируемости и непрерывных отображений.	ЛК, СЗ
		3.3	Теоремы о достаточных условиях.	Теорема о достаточных условиях сильной дифференцируемости. Дополнительные результаты из функционального анализа (формулировки утверждений).	ЛК, СЗ
Раздел 4	Основы теории экстремальных задач	4.1	Задача экстремальной задачи.	Общая постановка экстремальной задачи с ограничениями. Описание задачи. Понятие локального и глобального экстремумов.	ЛК, СЗ
		4.2	Гладкие задачи без ограничений.	Гладкая задача без ограничений. Теорема о необходимых условиях экстремума (принцип Ферма). Доказательство теоремы. Следствия из основной теоремы: необходимые условия экстремума для вариантов слабой и сильной дифференцируемости.	ЛК, СЗ
		4.3	Гладкие задачи с ограничениями.	Гладкая задача с ограничениями в виде равенств. Теорема о необходимых условиях экстремума для гладкой задачи с равенствами в банаховых пространствах. Формулировка и доказательство теоремы. Структура необходимых условий; условия стационарности и условия регулярности. Замечания к теореме, анализ условий и утверждений.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
		4.4	Гладкие задачи с конечным числом ограничений вида равенств.	Гладкая задача с конечным числом ограничений вида равенств. Доказательство на основе утверждения общей теоремы для банаховых пространств. Преобразование условий стационарности и условий регулярности.	ЛК, СЗ
		4.5	Необходимые условия экстремума в гладкой конечномерной задаче с равенствами.	Необходимые условия экстремума в гладкой конечномерной задаче с равенствами (классический вариант). Алгоритмический смысл необходимых условий. Условия регулярности в конечномерной задаче.	ЛК, СЗ
		4.6	Гладкая задача с равенствами и неравенствами.	Гладкая задача с равенствами и неравенствами. Формулировка теоремы о необходимых условиях экстремума. Анализ необходимых условий стационарности и дополняющей нежесткости.	ЛК, СЗ
		4.7	Выпуклая задача с неравенствами.	Выпуклая задача с неравенствами и нефункциональным ограничением (задача выпуклого программирования). Теорема Куна-Таккера. Особенности необходимых условий экстремума для выпуклых задач.	ЛК, СЗ
Раздел 5	Общая характеристика и постановки задач классического вариационного исчисления и оптимального управления	5.1	Задачи вариационного исчисления и оптимального управления.	Задачи классического вариационного исчисления (КВИ) и оптимального управления как особые виды экстремальных задач. Составные части экстремальных задач КВИ и ОУ: целевые функционалы, ограничения, граничные условия.	ЛК, СЗ
		5.2	Общая задача КВИ и ОУ.	Общая классификация задач КВИ и ОУ: задача Лагранжа, Больца и Майера. Общие черты и основные отличия экстремальных задач КВИ и ОУ. Конкретные постановки задач КВИ. Конкретные постановки задач ОУ.	ЛК, СЗ
		5.3	Сильный и слабый экстремум.	Формальные определения слабого и сильного экстремума. Связь слабого и сильного локального экстремума.	ЛК, СЗ
		5.4	Математическое определение понятия решения задачи ОУ.	Математическое определение понятия решения задачи ОУ. Последовательное введение понятий: управляемый процесс, допустимый управляемый процесс, оптимальный управляемый процесс.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Основы теории классического вариационного исчисления	6.1	Классическая задача Больца без ограничений.	Классическая задача Больца без ограничений. Простейшая векторная задача КВИ (задача с закрепленными концами траектории). Постановка задачи. Теорема о необходимых условиях экстремума (формулировка). Анализ необходимых условий.	ЛК, СЗ
		6.2	Задачи КВИ с граничными условиями общего вида.	Задача КВИ с граничными условиями общего вида. Постановка задачи. Теорема о необходимых условиях экстремума.	ЛК, СЗ
		6.3	Разрешимость экстремальных задач КВИ и ОУ.	Общая закономерность, связанная с разрешимостью экстремальных задач КВИ и ОУ. Необходимое условие Вейерштрасса в простейшей задаче КВИ. Общее определение функции Вейерштрасса для произвольной непрерывно дифференцируемой функции. Геометрический смысл функции Вейерштрасса.	ЛК, СЗ
		6.4	Основная теорема	Теорема, в которой устанавливается, что условие Вейерштрасса является необходимым условием сильного минимума в простейшей задаче КВИ.	ЛК, СЗ
		6.5	Необходимые условия второго порядка и достаточные условия в простейшей векторной задаче КВИ.	Необходимые условия второго порядка и достаточные условия в простейшей векторной задаче КВИ. Условие Лежандра в скалярном и векторном вариантах. Усиленные условия Лежандра. Уравнение Якоби в общей форме. Усиленное условие Якоби.	ЛК, СЗ
		6.6	Основные результаты.	Основные результаты и их анализ. Теорема о необходимых условиях слабого минимума и достаточных условиях сильного минимума в простейшей векторной задаче. Теорема о достаточных условиях слабого минимума в простейшей векторной	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				задаче. Замечания и комментарии к сформулированным теоремам.	
Раздел 7	Задачи классического вариационного исчисления с двумя параметрами (задача Лагранжа)	7.1	Задача Лагранжа	Общая (основная) постановка задачи Лагранжа с векторными параметрами $(x(t), u(t))$ в классическом варианте с дифференциальной связью и с граничными условиями. Вспомогательные объекты для исследования задачи Лагранжа как экстремальной задачи с ограничениями: лагранжиан и функция Лагранжа. Множители Лагранжа в рассматриваемой задаче, их математическая природа. Теорема о необходимых условиях экстремума.	ЛК, СЗ
		7.2	Условия экстремума в задаче Лагранжа.	Анализ необходимых условий экстремума в задаче Лагранжа. Вычисление производных лагранжиана задачи по векторным параметрам x, u на основе теоретических результатов, полученных на семинарских занятиях. Новая форма необходимых условий, состоящая из трех основных частей: сопряженное уравнение как дифференциальное уравнение относительно сопряженной переменной; условия трансверсальности как граничные условия к сопряженному уравнению; условие стационарности по параметру u как некоторое функциональное уравнение относительно параметра $u(t)$.	ЛК, СЗ
		7.3	Обобщенная задача Лагранжа	Обобщенная задача Лагранжа с дополнительными ограничениями. Постановка задачи Лагранжа с дополнительными ограничениями в виде равенств и неравенств, задаваемых интегрально-терминальными (смешанными) функционалами от параметров $x(t), u(t)$. Связь с результатами общей теории экстремальных задач.	ЛК, СЗ
Раздел 8	Математическая связь задач классического вариационного исчисления и оптимального управления	8.1	Сравнительный анализ задачи Лагранжа и общей задачи ОУ.	Сравнительная характеристика задачи КВИ с двумя параметрами (задачи Лагранжа) и общей задачи оптимального управления с непрерывным временем. Формулировка задачи Лагранжа с дифференциальной связью и граничными условиями и задачи оптимального управления с дифференциальной связью, граничными условиями и ограничениями на управление.	ЛК, СЗ
		8.2	Сравнение необходимых условий	Аналитическое сравнение необходимых условий экстремума в задаче Лагранжа и в общей задаче оптимального управления.	ЛК, СЗ
		8.3	Формулировка необходимых условий.	Формулировка необходимых условий экстремума в задаче Лагранжа (теоретическая лагранжева форма) и необходимых условий экстремума в задаче оптимального управления (принцип максимума в форме Лагранжа).	ЛК, СЗ

* - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
2. Галеев Э.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи. – М.: Эдиториал УРСС, 2002.
3. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. – М.: Наука, 1974.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Физматлит, 2004.

Дополнительная литература:

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
2. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 1998.
3. Беллман Р. Динамическое программирование. – М.: Издательство иностранной литературы, 1960.
4. Беллман Р., Гликберг И., Гросс О. Некоторые вопросы математической теории процессов управления. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962.
5. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. – М.: Наука, 1965.
6. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1969.
7. Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление. – М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 1999.
8. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1989.
9. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Айрис-пресс, 2002.
10. Основы теории оптимального управления. Под редакцией В.Ф. Кротова. – М.: Высшая школа, 1990.
11. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В. Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1976.

12. А. В. Арутюнов, Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения. М.: Факториал Пресс, 2006

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
- ЭБС «Юрайт» <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru
- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>
- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>
- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>
- Наукометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля:*

1. Курс лекций по дисциплине «Математические методы исследования операций».

* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

РАЗРАБОТЧИКИ

Доцент

Должность

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО

Заведующий кафедрой

Должность

РУКОВОДИТЕЛЬ БУП

Заведующий кафедрой

Должность

Салтыкова О.А.

Фамилия И.О

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О