

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 28.05.2026 15:21:31  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Инженерная академия**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП) – разработчика ОП ВО)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ПРОСТРАНСТВЕННАЯ МАТЕМАТИКА**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

**27.04.04 УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

**ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ, МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ И КОСМИЧЕСКИЕ НАУКИ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Пространственная математика» входит в программу магистратуры «Искусственный интеллект, машинное обучение и космические науки» по направлению 27.04.04 «Управление в технических системах» и изучается в 1 семестре 1 курса. Дисциплину реализует Кафедра Вуза-Партнёра. Дисциплина состоит из 9 разделов и 19 тем и направлена на изучение методов математической обработки и анализа пространственных данных.

Целью освоения дисциплины является -формирование целостного знания, отражающего современный уровень методов математической обработки и анализа пространственных данных;  
-расширенное представление о фундаментальных и современных алгоритмах обработки и анализа пространственных данных;  
-изучение дополнительных разделов матричной алгебры и математической статистики, лежащих в основе анализа данных, полученных из различных источников;  
- изучение синтезированных алгоритмов оптимизации результатов геодезических измерений по методу наименьших квадратов.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Пространственная математика» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен анализировать и выявлять естественно-научную сущность проблем управления в технических системах на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики	ОПК-1.1 Знает основные законы, положения и методы в области естественных наук и математики;; ОПК-1.2 Умеет выявлять естественно-научную сущность проблем управления в технических системах руководствуясь законами и методами естественных наук и математики;; ОПК-1.3 Владеет инструментами анализа проблем управления в технических системах;
ОПК-2	Способен формулировать задачи управления в технических системах и обосновывать методы их решения	ОПК-2.1 Знает основные методы решения задач управления в технических системах;; ОПК-2.2 Умеет обосновывать методы решения задач управления в технических системах;; ОПК-2.3 Владеет методами постановки задач управления в технических системах;
ПК-2	Способен применять современные теоретические и экспериментальные методы разработки математических моделей исследуемых объектов и процессов в области управления аэрокосмическими системами	ПК-2.1 Знает современные теоретические и экспериментальные методы, применяемые для разработки математических моделей исследуемых объектов и процессов профессиональной деятельности;; ПК-2.2 Умеет определять эффективность применяемых методов для разработки математических моделей исследуемых объектов и процессов;; ПК-2.3 Владеет современными теоретическими и экспериментальными методами для разработки математических моделей объектов и процессов профессиональной деятельности по направлению подготовки;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Mathematics for Spatial Sciences» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Mathematics for Spatial Sciences».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-1	Способен анализировать и выявлять естественно-научную сущность проблем управления в технических системах на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики		Undergraduate practice / Преддипломная практика; Geoinformation Systems and Applications;
ОПК-2	Способен формулировать задачи управления в технических системах и обосновывать методы их решения		Undergraduate practice / Преддипломная практика;
ПК-2	Способен применять современные теоретические и экспериментальные методы разработки математических моделей исследуемых объектов и процессов в области управления аэрокосмическими системами		Research work / Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Undergraduate practice / Преддипломная практика; Research Work; Dynamics and Control of Space Systems; Artificial Neural Networks (Deep Learning)**; Искусственные нейронные сети (Глубокое обучение)**; Advanced Methods of Space Flight Mechanics; Искусственные нейронные сети (Обучение с подкреплением)**; Operations Research and Optimization Techniques;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Пространственная математика» составляет «7» зачетных единиц

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			1
Контактная работа, ак.ч	68		68
Лекции (ЛК)	34		34
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	34		34
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	157		157
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27		27
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	252	252
	зач.ед.	7	7

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы\*

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Введение. Общие положения. Цели и задачи, области применения геостатистического анализа.	1.1	Основные понятия геостатистики: случайная величина, пространственная переменная, случайная функция.	Определение случайной величины, пространственной переменной и случайной функции. Роль данных с пространственной привязкой. Отличие геостатистических данных от классических статистических выборок.	ЛК, СЗ
		1.2	Моменты пространственных функций в линейной геостатистике: математическое ожидание, дисперсия, ковариация, вариограмма. Свойство эргодичности случайных функций.	Характеристики пространственных данных: математическое ожидание, дисперсия, ковариация и вариограмма. Свойство эргодичности случайных функций и его значение для анализа пространственных данных.	ЛК, СЗ
		1.3	Условия, необходимые для применения геостатистических методов	Требования к исходным данным: стационарность, изотропия или анизотропия, достаточность объема выборки. Ограничения и допущения при пространственном анализе.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Обзор фундаментальных методов математической обработки результатов измерений	2.1	Алгоритмы оптимизации пространственных данных по методу наименьших квадратов (МНК).	Сущность метода наименьших квадратов для обработки пространственных данных. Параметрическая и коррелятная версии МНК, их сравнительная характеристика.	ЛК, СЗ
		2.2	Основные этапы реализации алгоритмов, оценка точности исходных и оптимизированных значений пространственных данных.	Последовательность шагов при МНК-оптимизации. Критерии оценки точности: среднеквадратические погрешности исходных и уравненных (оптимизированных) значений.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Блочные матрицы	3.1	Определение блочных матриц.	Понятие блочно-представленных матриц. Структура и способы разбиения матриц на блоки применительно к пространственным данным.	ЛК, СЗ
		3.2	Операции с блочными матрицами: сложение, транспонирование, умножение, обращение. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в блочной нотации.	Сложение, транспонирование, умножение и обращение блочных матриц. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в блочной нотации для задач пространственного анализа.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Математическая обработка и анализ коррелированных парных данных.	4.1	Использование блочных матриц для построения алгоритмов корреляционной и	Применение блочного подхода при уравнивании парных измерений. Особенности построения алгоритмов для зависимых (коррелированных) данных.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			параметрической версий МНК оптимизации парных данных.		
		4.2	Анализ парных данных на наличие грубых измерений и проверка гипотезы о незначимости среднего разностей парных данных	Методика выявления аномальных (грубых) ошибок в парных данных. Статистическая проверка гипотезы о равенстве нулю средней разности между парами наблюдений.	ЛК, СЗ
Раздел 5	Матрица избыточностей алгоритма МНК оптимизации пространственных данных и её потенциал.	5.1	Определение матрицы избыточностей для параметрической и коррелятной версий МНК-оптимизации данных.	Понятие матрицы избыточностей, её структура и роль в оценке влияния ошибок исходных данных на результаты оптимизации.	ЛК, СЗ
		5.2	Апостериорный анализ масштабного показателя точности использованием матрицы избыточностей.	Оценка точности после обработки наблюдений (апостериорная оценка). Вычисление масштабного показателя (дисперсии единицы веса) через элементы матрицы избыточностей.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Пространственное положение точки и показатели точности пространственного положения.	6.1	Положение точки в одномерном, двумерном и трёхмерном пространстве. Средние квадратические погрешности (СКП) положения точки в пространстве.	Способы описания координат точки. Средние квадратические погрешности (СКП) определения положения точки в пространстве различных размерностей.	ЛК, СЗ
		6.2	СКП взаимного положения точек в пространстве. СКП расстояния между точками. СКП ориентировки линии, соединяющей две точки в двумерном и трёхмерном пространстве	Оценка точности расстояния между двумя точками. Оценка точности ориентировки (направления) линии, соединяющей точки, в двумерном и трёхмерном пространстве.	ЛК, СЗ
Раздел 7	Синтезированный вариант коррелятной версии МНК-оптимизации и анализа пространственных данных.	7.1	Вывод алгоритма синтезированного варианта коррелятной версии. Поэтапные контроли реализации алгоритма.	Логика построения синтезированного алгоритма для коррелятного метода МНК. Поэтапные контроли правильности реализации алгоритма.	ЛК, СЗ
		7.2	Нахождение матрицы избыточностей с использованием блоков обратной синтезированной матрицы. Апостериорная оценка точности данных.	Получение матрицы избыточностей из блоков обратной матрицы синтезированного алгоритма. Апостериорная оценка точности данных на основе найденной матрицы.	ЛК, СЗ
Раздел 8	Синтезированный вариант	8.1	Вывод алгоритма	Построение синтезированного алгоритма для параметрического метода МНК.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
	параметрической версии МНК-оптимизации и анализа пространственных данных		синтезированного варианта параметрической версии. Поэтапные контроли реализации алгоритма.	Контрольные соотношения на этапах вычислений.	
		8.2	Нахождение матрицы избыточностей с использованием блоков обратной синтезированной матрицы. Апостериорная оценка точности данных	Вычисление матрицы избыточностей из блоков обратной матрицы для параметрического случая. Апостериорная оценка точности пространственных данных.	ЛК, СЗ
Раздел 9	Универсальный синтезированный алгоритм МНК-оптимизации и анализа пространственных данных	9.1	Вывод универсального синтезированного алгоритма. Поэтапные контроли реализации алгоритма. Нахождение матрицы избыточностей с использованием блоков обратной синтезированной матрицы.	Обобщение коррелятного и параметрического подходов в едином синтезированном алгоритме. Поэтапные контроли реализации алгоритма. Получение матрицы избыточностей через блоки обратной синтезированной матрицы.	ЛК, СЗ
		9.2	Апостериорная оценка точности данных. Применение универсального синтезированного алгоритма для МНК-оптимизации данных в "свободных" геодезических построениях	Оценка точности после оптимизации для случаев, когда исходные данные не имеют избыточных жёстких связей (свободные построения). Специфика применения универсального алгоритма в таких задачах.	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

*Основная литература:*

1. Arlinghaus S. L., Kerski J. J. Spatial mathematics: Theory and practice through mapping. – CRC Press, 2013.
2. Pebesma E., Bivand R. Spatial data science: With applications in R. – Chapman and Hall/CRC, 2023.

*Дополнительная литература:*

1. Legendre G. (ed.). Mathematics of space. – John Wiley & Sons, 2011.
2. Wilf H. S. Mathematics for the physical sciences. – Courier Corporation, 2013

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)
- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>
- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>
- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>
- Наукометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Mathematics for Spatial Sciences».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Доцент

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО**

Профессор

Должность

Салтыкова О.А.

Фамилия И.О

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О