

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ястребов Олег Александрович
Должность: Ректор
Дата подписания: 28.05.2026 14:38:11
Уникальный программный ключ:
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

Инженерная академия

(наименование основного учебного подразделения (ОУП) – разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

27.03.05 ИННОВАТИКА

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

УПРАВЛЕНИЕ ИННОВАЦИЯМИ В ОТРАСЛЯХ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Численные методы» входит в программу бакалавриата «Управление инновациями в отраслях промышленности» по направлению 27.03.05 «Инноватика» и изучается в 7, 8 семестрах 4 курса. Дисциплину реализует Вечерне-заочное отделение инженерной академии. Дисциплина состоит из 10 разделов и 65 тем и направлена на изучение классических численных методов решения математических задач, в том числе наиболее эффективных и наиболее важных с точки зрения оптимизации.

Целью освоения дисциплины является получение необходимых знаний для реализации численных методов оптимизации на алгоритмических языках программирования

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Численные методы» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя её базовые составляющие; УК-1.2 Анализирует и контекстно обрабатывает информацию для решения поставленных задач с формированием собственных мнений и суждений; УК-1.3 Работает с научными текстами, отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и обосновывает свои выводы с применением философского понятийного аппарата;

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Численные методы» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Численные методы».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Теоретическая механика; Культурология**; Социология**; Деловая этика**; Механика космического полета; Инженерная графика; Философия;	

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

** - элективные дисциплины /практики

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Численные методы» составляет «2» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для заочной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	Семестр(-ы)
			7	8
Контактная работа, ак.ч	12		8	4
Лекции (ЛК)	6		4	2
Лабораторные работы (ЛР)	0		0	0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	6		4	2
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	56		28	28
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	4		0	4
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	72	36	36
	зач.ед.	2	1	1

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы*

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Численные методы оптимизации	1.1	Понятие оптимизации	Определение оптимизации как процесса нахождения наилучшего (экстремального) значения целевой функции. Области применения оптимизации: инженерное проектирование, экономика, управление, машинное обучение. Локальный и глобальный оптимумы.	ЛК, СЗ
		1.2	Постановка задачи оптимизации	Формальная постановка: целевая функция, переменные решения, ограничения (равенства и неравенства). Область допустимых решений. Классификация задач: безусловная и условная оптимизация, одномерная и многомерная, линейная и нелинейная.	ЛК, СЗ
		1.3	Численный подход к решению задачи оптимизации	Принципы численных методов. Итерационный характер: построение последовательности приближений к оптимальному решению. Критерии останова итерационного процесса. Выбор начального приближения.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Методы одномерной оптимизации	2.1	Алгоритм Свенна для поиска интервала неопределенности	Задача поиска интервала, в котором находится минимум унимодальной функции. Алгоритм Свенна: движение с возрастающим шагом до обнаружения точки, где функция начинает возрастать. Построение начального интервала неопределенности.	ЛК, СЗ
		2.2	Методы одномерной оптимизации	Общая характеристика методов поиска минимума функции одной переменной. Различие методов по способу уменьшения интервала неопределенности. Требование унимодальности функции.	ЛК, СЗ
		2.3	Метод деления пополам	Последовательное деление текущего интервала на две равные части. Вычисление значений функции в двух внутренних точках. Выбор нового интервала на основе сравнения этих значений. Скорость сходимости.	ЛК, СЗ
		2.4	Метод дихотомии	Разновидность метода деления пополам с использованием двух близко расположенных точек внутри интервала. Особенности выбора расстояния между точками. Преимущества и недостатки.	ЛК, СЗ
		2.5	Метод золотого сечения	Использование пропорции золотого сечения для выбора внутренних точек. Свойство золотого сечения: одна из точек сохраняется при переходе к новому интервалу. Оптимальность метода для унимодальных функций.	ЛК, СЗ
		2.6	Метод Фибоначчи	Метод, использующий числа Фибоначчи для определения расположения пробных точек. Оптимальность метода Фибоначчи среди всех методов последовательного поиска при фиксированном количестве вычислений функции.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Методы многомерной оптимизации	3.1	Методы многомерной оптимизации нулевого порядка	Методы, не использующие производные целевой функции. Применимость для негладких или разрывных функций, а также когда производные трудно вычислимы. Основаны только на вычислении значений функции.	ЛК, СЗ
		3.2	Метод конфигураций Хука–Дживса	Комбинация исследующего поиска (покоординатное зондирование) и поиска по образцу (движение в направлении успешного шага). Устойчивость и эффективность для многих практических задач.	ЛК, СЗ
		3.3	Метод деформируемого многогранника Нелдера–Мида	Построение симплекса (многогранника) в пространстве переменных. Операции: отражение, растяжение, сжатие, редукция. Адаптивное изменение формы симплекса в процессе поиска минимума.	ЛК, СЗ
		3.4	Метод Розенброка	Метод вращающихся координат. Последовательное выполнение покоординатных	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				шагов с последующим поворотом системы координат в направлении наискорейшего убывания. Ортогонализация направлений поиска.	
		3.5	Метод сопряженных направлений Пауэлла	Построение системы взаимно сопряжённых направлений поиска. Минимизация последовательно вдоль каждого направления с последующим обновлением системы направлений. Квадратичная сходимость.	ЛК, СЗ
		3.6	Методы случайного поиска	Использование случайных направлений и случайных шагов. Преимущества при сложном рельефе целевой функции и наличии многих локальных минимумов.	ЛК, СЗ
		3.7	Адаптивный метод случайного поиска	Автоматическая настройка параметров случайного поиска (величина шага, вероятность успеха) в процессе работы. Адаптация к локальным свойствам целевой функции.	ЛК, СЗ
		3.8	Метод случайного поиска с возвратом при неудачном шаге	При неудачном шаге (ухудшении значения функции) возврат в предыдущую точку и генерация нового случайного направления. Повышение надёжности поиска.	ЛК, СЗ
		3.9	Метод наилучшей пробы	Генерация заданного количества случайных пробных точек в окрестности текущей точки. Выбор наилучшей из них как нового приближения. Управление размером окрестности.	ЛК, СЗ
		3.10	Метод статистического градиента	Оценка направления градиента по случайной выборке точек. Использование статистических оценок для движения в сторону убывания функции. Учёт шумов при вычислении функции.	ЛК, СЗ
		3.11	Метод случайного поиска с направляющим гиперквадратом	Построение гиперкуба (гиперквадрата) вокруг текущей точки. Генерация пробных точек внутри гиперквадрата. Адаптивное изменение размеров и формы гиперквадрата.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Численные методы дифференцирования и интегрирования	4.1	Численные методы приближенного вычисления производных	Задача приближённого нахождения производной функции, заданной таблично или в виде сложного выражения. Конечно-разностные аппроксимации. Порядок точности. Влияние погрешностей округления.	ЛК, СЗ
		4.2	Разностная формула вычисления первой частной производной	Аппроксимация частной производной функции нескольких переменных. Формулы вперёд, назад и центральные разности. Выбор шага дискретизации.	ЛК, СЗ
		4.3	Разностная формула вычисления второй производной	Аппроксимация второй производной через значения функции в трёх точках. Центральная разностная формула для второй производной. Точность и устойчивость.	ЛК, СЗ
		4.4	Численные методы решения ОДУ	Классификация методов: одношаговые и многошаговые, явные и неявные. Области применения: моделирование динамических систем, физических процессов.	ЛК, СЗ
		4.5	Задача Коши	Постановка задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка: дифференциальное уравнение и начальное условие. Существование и единственность решения.	ЛК, СЗ
		4.6	Численное решение задачи Коши	Принципы численного интегрирования дифференциальных уравнений. Дискретизация независимой переменной. Построение сетки. Приближённое вычисление решения в узлах сетки.	ЛК, СЗ
		4.7	Метод Эйлера	Простейший одношаговый метод первого порядка точности. Идея линеаризации решения на шаге. Формула явного метода Эйлера. Погрешность метода и устойчивость.	ЛК, СЗ
		4.8	Усовершенствованные методы Эйлера	Методы более высокого порядка точности. Метод Эйлера с пересчётом (предиктор-корректор). Методы Рунге-Кутты второго порядка (метод средней точки,	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				метод Хойна). Повышение точности за счёт дополнительных вычислений правой части.	
Раздел 5	Методы оптимизации первого порядка	5.1	Методы оптимизации первого порядка	Методы, использующие информацию о первых производных (градиенте) целевой функции. Градиент как направление наискорейшего возрастания. Антиградиент — направление наискорейшего убывания.	ЛК, СЗ
		5.2	Метод градиентного спуска с постоянным шагом	Движение из текущей точки в направлении антиградиента с фиксированной величиной шага. Проблема выбора шага: слишком малый шаг приводит к медленной сходимости, слишком большой — к расходимости.	ЛК, СЗ
		5.3	Метод покоординатного градиентного спуска	Поочерёдная минимизация по каждой координате. На каждом шаге движение вдоль одной координатной оси в направлении убывания функции. Простота реализации, но возможна медленная сходимость.	ЛК, СЗ
		5.4	Метод наискорейшего градиентного спуска	На каждом шаге выбирается оптимальная величина шага в направлении антиградиента (одномерная минимизация вдоль направления). Более быстрая сходимость по сравнению с постоянным шагом.	ЛК, СЗ
		5.5	Метод Гаусса–Зейделя	Последовательная минимизация по каждой координате с использованием обновлённых значений переменных. Особенности для квадратичных функций. Связь с методом Гаусса-Зейделя для систем линейных уравнений.	ЛК, СЗ
		5.6	Метод Флетчера–Ривса	Использование сопряжённых направлений для ускорения сходимости. Обновление направления поиска на основе предыдущего направления и текущего градиента. Квадратичная сходимость для квадратичных функций.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Методы оптимизации второго порядка	6.1	Методы оптимизации второго порядка	Методы, использующие информацию о вторых производных (матрице Гессе). Учёт кривизны поверхности целевой функции. Более высокая скорость сходимости (квадратичная).	ЛК, СЗ
		6.2	Метод Ньютона	Использование разложения целевой функции до второго порядка. Формула ньютоновского шага через обратную матрицу Гессе и градиент. Быстрая сходимость вблизи минимума. Требования к матрице Гессе.	ЛК, СЗ
		6.3	Метод Ньютона–Рафсона	Классический метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений в контексте оптимизации (поиск стационарной точки градиента). Условия сходимости.	ЛК, СЗ
		6.4	Метод Марквардта	Комбинация метода градиентного спуска и метода Ньютона. Использование регуляризирующего параметра для управления шагом. Устойчивость вдали от минимума и быстрая сходимость вблизи минимума.	ЛК, СЗ
Раздел 7	Методы условной оптимизации	7.1	Методы штрафных функций при условной оптимизации	Преобразование задачи с ограничениями в задачу безусловной оптимизации. Добавление к целевой функции штрафа за нарушение ограничений. Последовательное решение штрафных задач.	ЛК, СЗ
		7.2	Метод штрафных функций (метод внешних штрафов)	Штраф начисляется за любое нарушение ограничений, даже незначительное. Внешняя точка может находиться вне допустимой области. Увеличение веса штрафа на каждой итерации.	ЛК, СЗ
		7.3	Метод барьерных функций (метод внутренних штрафов)	Барьерная функция, стремящаяся к бесконечности при приближении к границе допустимой области. Требование строгой внутренней допустимой области (наличие внутренних точек). Последовательное уменьшение параметра барьера.	ЛК, СЗ
		7.4	Комбинированный метод штрафных функций	Сочетание внешних и внутренних штрафов. Применимость к задачам со смешанными ограничениями (равенства и неравенства). Гибкость настройки.	ЛК, СЗ
Раздел 8	Задачи линейного программирования	8.1	Постановка задачи линейного	Целевая функция и ограничения — линейные. Область допустимых решений — выпуклый многогранник. Оптимальное решение достигается в вершине	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*
		программирования	многогранника. Примеры: задача о распределении ресурсов, транспортная задача.	
		8.2	Каноническая форма записи задачи линейного программирования и методы приведения к ней	ЛК, СЗ
		8.3	Симплекс–метод решения задачи линейного программирования	ЛК, СЗ
		8.4	Алгоритм получения допустимого начального базиса при решении задачи линейного программирования симплекс–методом	ЛК, СЗ
Раздел 9	Задачи дискретной оптимизации	9.1	Понятие и класс задач дискретной оптимизации	ЛК, СЗ
		9.2	Классические задачи дискретной оптимизации	ЛК, СЗ
		9.3	Методы решения задач дискретной оптимизации	ЛК, СЗ
		9.4	Эвристические алгоритмы	ЛК, СЗ
		9.5	Метод ветвей и границ	ЛК, СЗ
		9.6	Метод динамического программирования	ЛК, СЗ
Раздел 10	Современные метаэвристические алгоритмы глобальной оптимизации	10.1	Класс метаэвристических алгоритмов глобальной оптимизации	ЛК, СЗ
		10.2	Эволюционные и популяционные методы оптимизации	ЛК, СЗ
		10.3	Эволюционные алгоритмы	ЛК, СЗ
		10.4	Генетический алгоритм	ЛК, СЗ
		10.5	Операции скрещивания и	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*
		мутации в генетическом алгоритме	родительскими решениями. Мутация: случайное изменение одного или нескольких генов. Роль операторов в исследовании пространства поиска.	
		10.6 Популяционные алгоритмы	Алгоритмы, использующие популяцию агентов, взаимодействующих между собой и с окружающей средой. Отличие от классических генетических алгоритмов.	ЛК, СЗ
		10.7 Метод роя частиц	Моделирование поведения стаи птиц или косяка рыб. Каждая частица движется в пространстве поиска, запоминая своё лучшее положение и лучшее положение роя. Обновление скорости и позиции.	ЛК, СЗ
		10.8 Схема модификации возможного решения в методе роя частиц	Инерционная составляющая, когнитивная составляющая (память о лучшем личном решении), социальная составляющая (влияние лучшего глобального решения). Параметры метода.	ЛК, СЗ
		10.9 Пчелиный алгоритм	Имитация поведения пчелиной семьи при поиске источников нектара. Разведчики, сборщики. Разведывательный и использующий этапы. Механизмы локального и глобального поиска.	ЛК, СЗ
		10.10 Алгоритм серых волков	Имитация иерархической структуры стаи и механизмов охоты серых волков. Роли альфа, бета, дельта и омега. Механизмы окружения добычи, преследования и атаки.	ЛК, СЗ
		10.11 Алгоритм кошачьей оптимизации	Моделирование двух режимов поведения кошек: режим поиска (осмотр окрестности) и режим отслеживания (движение к цели). Баланс между исследованием и использованием.	ЛК, СЗ
		10.12 Метод инспирированный летучими мышами	Алгоритм, основанный на эхолокации летучих мышей. Изменение частоты, громкости и частоты импульсов. Адаптация параметров в процессе поиска.	ЛК, СЗ
		10.13 Алгоритм китовой оптимизации	Имитация охотничьего поведения горбатых китов (метод «пузырьковой сети»). Механизмы окружения добычи, спирального движения и случайного поиска.	ЛК, СЗ

* - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Проектор
Компьютерный класс	Компьютерный класс для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная персональными компьютерами (в количестве ____ шт.), доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2001. 440 с.
2. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа. 2002. 544 с
3. Корниенко В.П. Методы оптимизации. М.: Высшая школа. 2007. 664 с.
4. Соболев Б.В., Месхи Б.Ч., Каныгин Г.И. Методы оптимизации. Практикум. Ростов-на-Дону: Изд-во Феникс. 2009. 380 с.

Дополнительная литература:

1. Гладков Л.А, Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы: М.: Физматлит, 2006.- 319 с.
2. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления
3. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации
4. Андреева Е.А., Цирулева В.М. Вариационное исчисление и методы оптимизации

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров
 - Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
 - ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
 - ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
 - ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru
 - ЭБС «Троицкий мост»
2. Базы данных и поисковые системы

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации <http://docs.cntd.ru/>
- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>
- поисковая система Google <https://www.google.ru/>
- реферативная база данных SCOPUS <http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля:*

1. Курс лекций по дисциплине «Численные методы».

* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

РАЗРАБОТЧИКИ

Доцент

Должность

Салтыкова О.А.

Фамилия И.О

РАЗРАБОТЧИКИ

Доцент

Должность

Демидов А.С.

Фамилия И.О

РУКОВОДИТЕЛЬ БУП

Заведующий кафедрой

Должность

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО

Заведующий кафедрой

Должность

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О