

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.05.2024 10:42:17  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский университет дружбы народов»  
имени Патриса Лумумбы**

**Институт экологии**

---

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Непрерывные математические модели**

---

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

---

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

**Моделирование и прогнозирование процессов в экологии и экономике**

---

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2024 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Непрерывные математические модели» является приобретение знаний, умений, навыков по непрерывным математическим моделям для их применения при решении реальных задач в будущей профессиональной деятельности.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Непрерывные математические модели» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знать основные методы и принципы математического моделирования, области их применения, особенности объектов моделирования и методики исследования моделей; основные проблемы конкретной предметной области, требующие использования современных научных методов исследования; методы и средства теоретических научных исследований, позволяющие решать конкретные проблемы данной предметной области
		ОПК-3.2 Уметь ориентироваться в круге основных проблем, возникающих в различных областях профессиональной деятельности и использовать методы анализа и синтеза для получения новых научных знаний; разрабатывать математические модели типовых профессиональных задач, находить способы их решения и профессионально интерпретировать смысл полученного результата
		ОПК-3.3 Владеть методологией математического моделирования; навыками применения математического инструментария для создания и исследования новых математических моделей в области профессиональной деятельности, навыками построения и реализации основных математических алгоритмов; способами содержательной интерпретации полученных результатов; методами математической обработки результатов решения профессиональных задач; пакетами прикладных программ
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной	ПК-3.1 Знает современные тенденции развития, научные и прикладные достижения в области собственной научно-исследовательской деятельности, физико-математический аппарат для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира
		ПК-3.2 Умеет решать стандартные и не стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности, анализировать и систематизировать

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
	и проектно-технологической деятельности	результаты собственных исследований, представляет материалы в виде научных отчетов, публикаций, презентаций
		ПК-3.3 Владеет математический аппаратом для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира, анализом отечественной и зарубежной научно-технической информации по профессиональной тематике

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Непрерывные математические модели» относится к *вариативной* компоненте блока Б1 ОП ВО.

В рамках ОП ВО обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Непрерывные математические модели».

*Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины*

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	Математическая статистика и эконометрика Дифференциальные уравнения Финансовое моделирование и прогнозирование Управление природными ресурсами	Прикладные задачи математического моделирования Теория и методы разработки управленческих решений Дополнительные главы математического моделирования Технологии вычислительного эксперимента Научно-исследовательская работа Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	Математическая статистика и эконометрика Дифференциальные уравнения Дискретная математика Финансовое моделирование и прогнозирование Управление природными ресурсами	Прикладные задачи математического моделирования Дополнительные главы математического моделирования Научно-исследовательская работа Преддипломная практика

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
			Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Непрерывные математические модели» составляет 3 зачетных единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНОЙ** формы обучения

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1	2	3	4
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	34		34		
Лекции (ЛК)	17		17		
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	17		17		
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	55		55		
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	19		19		
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	ак.ч.	<b>108</b>	<b>108</b>		
	зач.ед.	<b>3</b>	<b>3</b>		

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНО-ЗАОЧНОЙ** формы обучения\*

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1	2	3	4
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	51			34	
Лекции (ЛК)	17			17	
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	17			17	
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	47			47	
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	27			27	
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	ак.ч.	<b>108</b>		<b>108</b>	
	зач.ед.	<b>3</b>		<b>3</b>	

\* - заполняется в случае реализации программы в очно-заочной форме

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
Введение	<p>Общие сведения о построении математических моделей задач естествознания, уравнениях в частных производных и краевых условиях. Примеры построения математических моделей задач естествознания нахождение их приближенных решений. Анализ полученных решений и выяснение причин получения неблагоприятных решений. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры. Обсуждение условий применимости различных математических моделей.</p> <p>Классификация уравнений и задач математической физики. Анализ размерностей. Классификация уравнений и задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Понятие характеристической поверхности. Анализ размерностей. Пи-теорема.</p>	ЛК, СЗ
Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям	<p>Задачи радиоактивного распада вещества и термодинамики. Вывод уравнений радиоактивного распада. Закон Фурье. Задачи термодинамики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.</p> <p>Задачи кинематики, динамики и молекулярной физики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Задачи, описывающие движение тел в среде с сопротивлением, адиабатические процессы, геометрические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Уравнение математического маятника. Понятие о линеаризации дифференциальных уравнений. Точные и приближённые решения.</p> <p>Понятие о теории устойчивости решений. Задачи электротехники, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость положения равновесия. Функция Ляпунова, теорема Ляпунова Центробежный регулятор Вышнеградского. Предельные циклы. Устойчивые, вполне не устойчивые и полуустойчивые циклы. Функция последования. Критерий существования предельных циклов. Грубые предельные циклы. Примеры задач, демонстрирующие устойчивость и её отсутствие. Ламповый генератор.</p>	ЛК, СЗ
Задачи, приводящие к уравнениям в частных производных	<p>Задачи электродинамики, гидро-газодинамики, механики, теории упругости, квантовой механики, химии, биологии, социологии и других областей естествознания, приводящие к уравнениям в частных производных. Вывод уравнений Максвелла. Вывод телеграфного уравнения, дисперсия волн. Уравнение</p>	ЛК, СЗ

	<p>продольных и поперечных колебаний стержня. Уравнение переноса. Уравнение газо-гидродинамики. Уравнение Шрёдингера.</p> <p>Аналитические методы решения и исследования поведения решений. Колебание струн музыкальных инструментов. Физические аналогии. Задача о фазовом переходе. Уравнение Кортевега-де-Фриза.</p> <p>Математические модели в химической кинетике.</p>	
<p>Математические модели биологии, экологии и социально-экономических процессов</p>	<p>Модели неограниченного роста популяции и модель с учетом ограниченности ресурса. Модели потребления-восстановления биоресурса. Понятие об устойчивом и неустойчивом стационарных режимах. Классическая модель Лотки-Вольтерра «хищник-жертва». Режимы установившихся колебаний. Модели трофической цепочки, конкуренции и симбиоза. Обобщенная модель Лотки-Вольтерра. Математическая модель взаимодействия загрязнения с окружающей средой. Математическая модель очистки сточных вод. Учет пространственных распределений в модели Лотки-Вольтерра. Математическое моделирование социально-экономических систем. Модель динамики популяции (модель Хотеллинга). Модель разделения и сосуществования двух групп населения города. Модель классовый борьбы. Модель боевых действий (модель Ланчестера) и ее модификации</p>	<p>ЛК, СЗ</p>

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	MS Windows 10 64bit Microsoft Office 2010
Для самостоятельной работы обучающихся	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	MS Windows 10 64bit Microsoft Office 2010

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### *Основная литература:*

1. М.Е. Боговский Уравнения математической физики. Учебное пособие. М.Е. Боговский. - Москва: МФТИ, 2019  
[https://mipt.ru/education/chair/mathematics/study/uchebniki/Боговский\\_М\\_Е\\_УМФ\\_ФРТК.pdf](https://mipt.ru/education/chair/mathematics/study/uchebniki/Боговский_М_Е_УМФ_ФРТК.pdf)
2. Ильин В.П. Математическое моделирование. Часть I Непрерывные и дискретные модели. Новосибирск, 2017. <https://icmmg.nsc.ru/sites/default/files/pubs/mono-2.pdf>

### *Дополнительная литература:*

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001
2. Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. Сборник задач по математической физике Учеб. пособие - 4-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: Наука, 1983.
4. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. – М.: Наука, 1977.
5. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1982.
6. Кошляков И.С. и др. Уравнения в частных производных математической физики, М.: Наука, 1970.

### *Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров:
  - Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН  
<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
  - ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
  - ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
  - ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)
  - ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
  - ЭБС «Троицкий мост»
2. Базы данных и поисковые системы:  
Yandex, Goole, MathNet.

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система\* оценивания уровня сформированности компетенций (части компетенций) по итогам освоения дисциплины «Непрерывные математические модели» представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

\* - Ом и БРС формируются на основании требований соответствующего локального нормативного акта РУДН (положения/порядка).

**РАЗРАБОТЧИКИ:**

Доцент департамента ЭБиМКП

---

Должность, БУП

**Ледашева Т.Н.**

---

Подпись

---

Фамилия И.О.

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Доцент департамента ЭБиМКП

---

Должность, БУП

**Ледашева Т.Н.**

---

Подпись

---

Фамилия И.О.

## Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

### «Непрерывные математические модели»

#### Описание балльно - рейтинговой системы.

Знания студентов оцениваются по рейтинговой системе. Оценка знаний по рейтинговой системе основана на идее поощрения систематической работы студента в течение всего периода обучения.

При выставлении оценок используется балльно-рейтинговая система, в соответствии с Положением о БРС оценки качества освоения основных образовательных программ, принятого Решением Ученого совета университета (протокол №6 от 17.06.2013 г) и утвержденного Приказом Ректора Университета от 20.06.2013 года.

#### Система оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	ESTC
95-100	5	A
86-94		B
69-85	4	C
61-68	3	D
51-60		E
31-50	2	FX
0-30		F
51-100	Зачет	Passed

#### **Правила применения БРС**

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считаются освоенными, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу (теме).
2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины.
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл (51 % от максимального балла).
4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля полученные им баллы засчитываются за конкретные темы. Итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам.
5. График проведения мероприятий текущего контроля успеваемости формируется в соответствии с календарным планом курса. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.

6. Время, которое отводится студенту на выполнение мероприятий текущего контроля успеваемости, устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю, вне зависимости от того, завершена она или нет.
7. Использование источников (в том числе конспектов лекций и лабораторных работ) во время выполнения контрольных мероприятий возможно только с разрешения преподавателя.
8. Отсрочка в прохождении мероприятий текущего контроля успеваемости считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем. В противном случае, отсутствие студента на контрольном мероприятии признается не уважительным.
9. Студент допускается к итоговому контролю знаний с любым количеством баллов, набранных в семестре.

### **Контрольные вопросы**

1. Общие сведения о построении математических моделей задач естествознания, уравнениях в частных производных и краевых условиях.
2. Примеры построения математических моделей задач естествознания нахождение их приближенных решений.  
Анализ полученных решений и выяснение причин получения неблагоприятных решений.
3. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры.
4. Обсуждение условий применимости различных математических моделей.
5. Классификация уравнений и задач математической физики. Анализ размерностей.
6. Классификация уравнений и задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Понятие характеристической поверхности. Анализ размерностей. Пи-теорема.
7. Задачи радиоактивного распада вещества и термодинамики. Вывод уравнений радиоактивного распада. Закон Фурье. Задачи термодинамики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
8. Задачи кинематики, динамики и молекулярной физики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
9. Задачи, описывающие движение тел в среде с сопротивлением, адиабатические процессы, геометрические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
10. Уравнение математического маятника. Понятие о линеаризации дифференциальных уравнений. Точные и приближенные решения.
11. Понятие о теории устойчивости решений.
12. Задачи электротехники, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
13. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость положения равновесия. Функция Ляпунова, теорема Ляпунова
14. Центробежный регулятор Вышнеградского.
15. Предельные циклы. Устойчивые, вполне не устойчивые и полустойчивые циклы.
16. Функция последования.
17. Критерий существования предельных циклов.
18. Грубые предельные циклы.
19. Примеры задач, демонстрирующие устойчивость и её отсутствие.
20. Ламповый генератор.

21. Задачи электродинамики, гидро-газодинамики, механики, теории упругости, квантовой механики, химии, биологии, социологии и других областей естествознания, приводящие к уравнениям в частных производных.
22. Вывод уравнений Максвелла.
23. Вывод телеграфного уравнения, дисперсия волн.
24. Уравнение продольных и поперечных колебаний стержня.
25. Уравнение переноса.
26. Уравнение газо-гидродинамики.
27. Уравнение Шрёдингера.
28. Аналитические методы решения и исследования поведения решений.
29. Колебание струн музыкальных инструментов. Физические аналогии.
30. Задача о фазовом переходе.
31. Уравнение Кортевега-де-Фриза.
32. Математические модели в химической кинетике.
33. Модель Хищник-жертва.

### Пример контрольных заданий

1. Найти кривую, для которой площадь треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и ось абсцисс, есть величина постоянная, равная  $2a$ , проходящую через точку с координатами  $(a, 2a)$ .
2. Найти кривую, для которой сумма катетов треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная  $b$ , проходящую через точку с координатами  $(\ln b, b - \frac{1}{2})$ .
3. Найти кривую, обладающую следующим свойством: отрезок оси абсцисс, отсекаемый касательной и нормалью, проведенными из произвольной точки кривой равен  $2a$ , и проходящую через точку  $(a, 2a)$ .