Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце:

ФИО: Ястребфедеральное тосударственное автономное образовательное учреждение высшего образования Должность: Ректор «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» Дата подписания: 27.05.2025 15:15:49

Уникальный программный ключфакультет физико-математических и естественных наук ca953a012<del>0d891083f9396730</del>

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

#### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## FUNCTIONAL-DIFFERENTIAL EQUATIONS AND NONLOCAL BOUNDARY **VALUE PROBLEMS**

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

#### 01.04.01 МАТЕМАТИКА

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**ЛИСШИПЛИНЫ** ведется рамках реализации профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП BO):

# ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ И МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

#### 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Functional-differential equations and nonlocal boundary value problems» входит в программу магистратуры «Функциональные методы в дифференциальных уравнениях и междисциплинарных исследованиях» по направлению 01.04.01 «Математика» и изучается в 1 семестре 1 курса. Дисциплину реализует Математический институт имени академика С.М. Никольского. Дисциплина состоит из 6 разделов и 12 тем и направлена на изучение неклассических задач для уравнений с частными производными, включая эллиптические уравнения с нелокальными краевыми условиями и краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.

Целью освоения дисциплины является следующее: студент должен знать основные типы нелокальных краевых задач для эллиптических уравнений, постановки краевых задач функционально-дифференциальных уравнений, понятие и основные свойства пространств Соболева и весовых пространств, свойство фредгольмовой разрешимости, эффект нарушения гладкости решений. Уметь исследовать разрешимость и регулярность решений нелокальных краевых задач для эллиптических уравнений, а также краевых задач для некоторых классов функционально-дифференциальных уравнений в различных функциональных пространствах. Владеть основными качественными методами исследования названных задач, включая теорию банаховых алгебр, технику локализации, метод срезающих функций, метод априорных оценок, построение регуляризаторов, метод продолжения по параметру.

#### 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Functional-differential equations and nonlocal boundary value problems» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции	
шщр	Trown tengin	(в рамках данной дисциплины)	
		УК-2.1 Формулирует на основе поставленной проблемы	
		проектную задачу и способ ее решения через реализацию	
		проектного управления;	
		УК-2.2 Разрабатывает концепцию проекта в рамках	
		обозначенной проблемы: формулирует цель, задачи,	
		обосновывает актуальность, значимость, ожидаемые	
	Способен управлять проектом	результаты и возможные сферы их применения;	
УК-2	на всех этапах его жизненного	УК-2.3 Планирует необходимые ресурсы, в том числе, с учетом	
	цикла	их заменяемости;	
		УК-2.4 Разрабатывает план реализации проекта с	
		использованием инструментов планирования;	
		УК-2.5 Осуществляет мониторинг хода реализации проекта,	
		корректирует отклонения, вносит дополнительные изменения в	
		план реализации проекта, уточняет зоны ответственности	
		участников проекта;	
		УК-3.1 Вырабатывает стратегию сотрудничества и на ее основе	
	Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	организует отбор членов команды для достижения	
УК-3		поставленной цели;	
		УК-3.2 Планирует и корректирует работу команды с учетом	
y K-3		интересов, особенностей поведения и мнений ее членов;	
		УК-3.3 Разрешает конфликты и противоречия при деловом	
	поставленной цели	общении на основе учета интересов всех сторон;	
		УК-3.4 Организует дискуссии по заданной теме и обсуждение	

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
		результатов работы команды с привлечением оппонентов разработанным идеям; УК-3.5 Планирует командную работу, распределяет поручения и делегирует полномочия членам команды;
ПК-2	Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-2.1 Проводит поиск специализированной информации в патентно-информационных базах данных; ПК-2.2 Анализирует и обобщает результаты патентного поиска по тематике проекта в выбранной области математики;
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектнотехнологической деятельности	ПК-3.1 Систематизирует информацию, полученную в ходе НИР, анализирует ее и сопоставляет с литературными данными; ПК-3.2 Определяет возможные направления развития работ и перспективы практического применения полученных результатов;

#### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Functional-differential equations and nonlocal boundary value problems» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины u/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Functional-differential equations and nonlocal boundary value problems».

Таблица 3.1. Перечень компонентов  $O\Pi$  BO, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-3	Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели		
УК-2	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла		
ПК-2	Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач		Computer Technologies in Science and Education; Applied Problems of Mathematical Modeling; Interdisciplinary term paper; Research Work; Pre-graduation Practical Training;
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-		Research Work; Pre-graduation Practical Training; Computer Technologies in Science and Education; Applied Problems of

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	технологической деятельности		Mathematical Modeling; Interdisciplinary term paper;

<sup>\* -</sup> заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО \*\* - элективные дисциплины /практики

# 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Functional-differential equations and nonlocal boundary value problems» составляет «6» зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Pur vyehuoğ nohozy v	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	
Вид учебной работы			1	
Контактная работа, ак.ч.	72		72	
Лекции (ЛК)	36		36	
Лабораторные работы (ЛР)	0		0	
Практические/семинарские занятия (С3)	36		36	
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	108		108	
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	36		36	
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч. 216		216	
	зач.ед.	6	6	

# 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины		Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
Раздел 1	Сильно эллиптические системы дифференциальных	1.1	Исследование неравенства Гординга для уравнений и систем уравнений с частными производными. Вывод необходимых и достаточных условий. Случай переменных коэффициентов. Метод локализации.	лк, сз
	уравнений	1.2	Разрешимость и спектральные свойства задачи Дирихле для сильно эллиптической системы дифференциальных уравнений.	ЛК, СЗ
		2.1	Разностные операторы в ограниченных областях евклидова пространства. Разбиение области, порожденное разностным оператором. Матричное описание разностных операторов.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Краевые задачи для эллиптических дифференциально-разностных уравнений	2.2	Решение задачи коэрцитивности (исследование неравенства типа Гординга) для дифференциально-разностных операторов. Получение достаточных условий и необходимых условий сильной эллиптичности в алгебраической форме. Постановка первой краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения, обобщенные решения. Исследование разрешимости и структуры спектра.	ЛК, СЗ
		2.3	Исследование гладкости обобщенных решений первой краевой задачи для сильно эллиптических дифференциально-разностных уравнений. Внутренняя гладкость в подобластях. Эффект нарушения гладкости при подходе к границе подобласти. Примеры сохранения гладкости в подобластях, а также во всей области.	ЛК, СЗ
		3.1	Функциональные операторы с растяжениями и сжатиями аргументов, их свойства в пространствах Соболева. Описание при помощи преобразования Гельфанда. Модельная краевая задача для эллиптического функциональнодифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями в звездной области. Эффект появления бесконечномерного ядра/коядра.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Краевые задачи для эллиптических функционально- дифференциальных уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов	3.2	Задача коэрцитивности для функционально-дифференциального оператора с растяжениями и сжатиями в ограниченной области, содержащей центр сжатий. Получение алгебраического критерия сильной эллиптичности в виде положительности скалярного символа оператора (комбинации преобразований Фурье и Гельфанда). Приложение к дифференциально-разностным операторам. Разрешимость и спектр первой краевой задачи для сильно эллиптического функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов.	лк, сз
		3.3	Исследование гладкости обобщенных решений в частных случаях. Особенности обобщенных решений первой краевой задачи для сильно эллиптического уравнения вблизи начала координат (центра сжатия).	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)		Вид учебной работы*
Раздел 4	Нелокальные краевые задачи. Вводная часть	4.1	Используемые функциональные пространства, интерполяционные неравенства, факты из теории краевых задач для эллиптических уравнений с параметром, а также краевых задач для эллиптических уравнений в негладких областях; происхождение нелокальных краевых задач и их классификация.	ЛК, СЗ
Раздел 5	Задача с носителем нелокальных членов внутри области	5.1	Постановка задачи, интерпретация нелокального условия. Доказательство априорной оценки в пространствах Соболева решений задачи для эллиптического уравнения с нелокальным краевым условием в случае, когда носитель нелокальных членов лежит внутри области. Фредгольмова разрешимость в пространствах Соболева, дискретность и секториальная структура спектра нелокальной краевой задачи.	ЛК, СЗ
		6.1	Решение модельной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в бесконечном плоском угле в пространствах с весом. Переход к ограниченной области, метод локализации.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Задача с подходом носителя нелокальных членов к границе вне точек сопряжения	6.2	Постановка задачи для уравнения Пуассона с нелокальным условием, связывающими след функции на части границы с ее следом на многообразии, лежащим в замыкании области и имеющим непустое пересечение с границей. Доказательство априорной оценки решений в весовых пространствах. Построение правого регуляризатора в весовых пространствах для оператора нелокальной краевой задачи, метод компенсации нелокальных членов.	ЛК, СЗ

<sup>\*</sup> - заполняется только по <u>**ОЧНОЙ**</u> форме обучения: ЛК – лекции; ЛP – лабораторные работы; C3 – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная		
Семинарская		
Для		
самостоятельной		
работы		

<sup>\* -</sup> аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается ОБЯЗАТЕЛЬНО!

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Основная литература:

1. Скубачевский А.Л. Неклассические краевые задачи, І. В журнале "Современная математика. Фундаментальные направления", М.: РУДН, 2007 (том 26).

- 2. Скубачевский А.Л. Неклассические краевые задачи, II. В журнале "Современная математика. Фундаментальные направления", М.: РУДН, 2009 (том 33).
- 3. Скубачевский А.Л. Краевые задачи для эллиптических функциональнодифференциальных уравнений и их приложения. Успехи математических наук 71 (2016), 3-112.
- 4. Россовский Л.Е. Эллиптические функционально-дифференциальные уравнения со сжатием и растяжением аргументов неизвестной функции. Современная математика. Фундаментальные направления 54 (2014), 3-138. Пополнительная литература:
  - 1. Т. Като. Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир, 1972.
- 2. М.С. Агранович, М.И. Вишик. Эллиптические задачи с параметром и параболические задачи общего вида// Успехи мат. наук. 1964. Том 19, № 3. С. 53-161.
- 3. В.А. Кондратьев. Краевые задачи для эллиптических уравнений в областях с коническими или угловыми точками// Тр. Моск. мат. о-ва. 1967. Том 16. С. 209-292.
- 4. Skubachevskii A.L. Elliptic functional differential equations and applications. Basel-Boston-Berlin: Birkhauser, 1996.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

- 1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров
- Электронно-библиотечная система РУДН ЭБС РУДН http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web
  - ЭБС «Университетская библиотека онлайн» http://www.biblioclub.ru
  - ЭБС Юрайт http://www.biblio-online.ru
  - ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru
  - ЭБС «Троицкий мост»
  - 2. Базы данных и поисковые системы
- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации http://docs.cntd.ru/
  - поисковая система Яндекс https://www.yandex.ru/
  - поисковая система Google https://www.google.ru/
  - реферативная база данных SCOPUS

http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:

- 1. Курс лекций по дисциплине «Functional-differential equations and nonlocal boundary value problems».
- \* все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины в ТУИС!

		Россовский Леонид
Профессор		Ефимович
Должность, БУП	Подпись	Фамилия И.О.
РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:		
		Муравник Андрей
Директор		Борисович
Должность БУП	Подпись	Фамилия И.О.
РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:		
		Буренков Виктор
Профессор		Иванович

Подпись

РАЗРАБОТЧИК:

Должность, БУП

Фамилия И.О.